GEODEZIE

CONCEPTE

Autori: **Conf. dr.ing. Carmen GRECEA**
Ș.l. dr. ing. Alina Corina BĂLĂ

Facultatea de Construcții
Specializarea: Măsurători Terestre și Cadastru

Colecția „STUDENT”

TIMIȘOARA
2013

CUPRINS

GEODEZIE

CARMEN GRECEA

CUPRINS

1. INTRODUCERE

1.1 GEODEZIA - DEFINIŢIE, OBIECT, ISTORIC

Omul, a fost preocupat tot timpul să înţeleagă fenomenele naturale. În marea lor majoritate, aceste fenomene naturale erau analizate în legătură directă cu forma şi dimensiunile Pământului.
Secole de-a rândul, singura modalitate de a studia geometria Pământului a constat în observarea Soarelui, Lunii, planetelor şi stelelor, adică prin metode astronomice. Acest lucru face ca *Geodezia* şi astronomia să fie unele dintre cele mai vechi ştiinţe şi cele mai vechi geoştiinţe.
Geodezia a fost definită de către renumitul geodez german *Friedrich Robert Helmert* (1843- 1917) ca fiind ***"ştiinţa măsurării şi reprezentării suprafeţei Pământului"*** (1880).
În accepţiune generală, geodezia are ca obiect determinarea formei şi dimensiunilor globului pământesc în ansamblul lui şi pe porţiuni, inclusiv reprezentarea lui.
În accepţiune restrânsă, de geodezie ţin acele lucrări ce se desfăşoară pe suprafeţe mari, care necesită luarea în considerare a efectului curburii pământului – spre deosebire de topografie, care implică lucrări efectuate pe suprafeţe restrânse de teren, neţinând cont de curbura pământului.
Până în urmă cu câteva decenii, se considera că geodezia ocupă spaţiul delimitat de prima definiţie dată de Helmert geodeziei. Apoi, cei implicaţi în acest gen de activităţi au început să înţeleagă că această definiţie nu reflectă în totalitate rolul pe care îl joacă geodezia contemporană şi au început să caute un nou cadru. Această căutare a culminat cu noua definiţie a geodeziei, şi anume: *Geodezia este disciplina care se ocupă cu măsurarea şi reprezentarea Pământului, inclusiv a câmpului său gravitaţional, într-un spaţiu tridimensional cu variaţie temporală.*
Atât geodezia cât şi topografia, cartografia şi fotogrametria fac parte dintr-o sferă mult mai complexă şi anume cea a măsurătorilor terestre menite să furnizeze date şi informaţii pentru o multitudine de lucrări inginereşti din diferite domenii de activitate.

1.2 ISTORIA GEODEZIEI

Încă de când a devenit o fiinţă raţională, omul a manifestat interes pentru cunoaşterea Pământului. Diversele fenomene naturale pe care le-a observat în jurul lui, erau adesea răspunzătoare pentru comportamentul său şi au dat naştere la superstiţii, rituri şi culte. Acestea, la rândul lor, au încurajat o mai bună înţelegere a evenimentelor, ceea ce a făcut ca multe culturi timpurii şi civilizaţii să dobândească o înţelegere surprinzător de profundă a unora dintre fenomenele naturale, care ne-au rămas sub forme evidente precum monumente, temple şi oraşe, calendare, etc. Asemenea fenomene naturale, sunt adesea strâns legate de mărimea, forma, câmpul gravitaţional al pământului şi modificările lui în timp, iar înţelegerea lor necesită o anumită cunoaştere a geodeziei.

În timpurile epocii greceşti, geodezia era considerată una din cele mai incitante discipline şi, în consecinţă, unele dintre cele mai luminate minţi ale acelei perioade şi-au dedicat energiile studierii acestei discipline.
Primele idei i-au aparţinut lui Thales din Milet (625-547 î.c.) recunoscut ca fondatorul trigonometriei. Concepţia sa despre Pământ era aceea a unui corp de forma unui disc plutind pe suprafaţa unui ocean infinit.
Anaximandru din Milet (611-545 î.c), contemporanul lui Thales, avea o idee uşor diferită, considerând pământul un corp cilindric cu axa orientată pe direcţia est-vest. A fost primul care a vorbit despre o sferă celestă. Anaximanu, discipolul lui Anaximandru, a modificat oarecum viziunea lui Thales (figura 1.1.), susţinând că pământul pluteşte pe un ocean infinit, fiind ţinut în spaţiu de presiunea aerului.

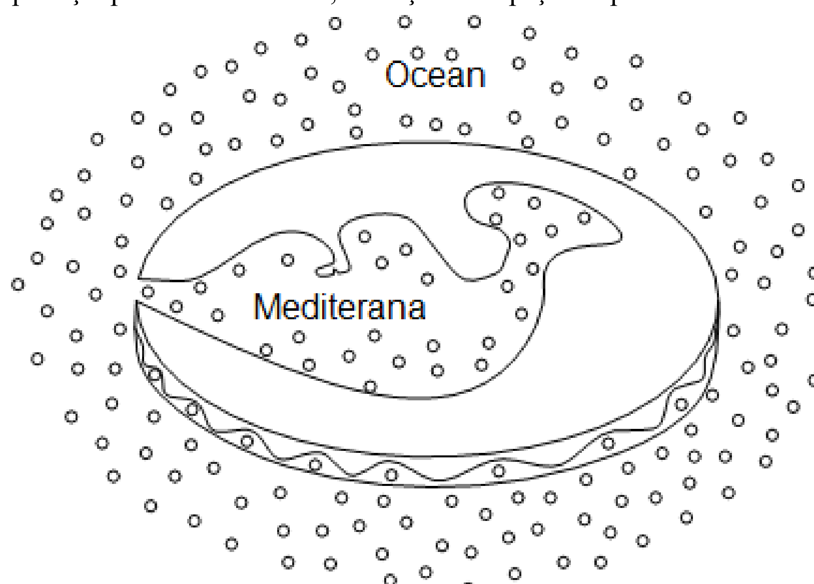


Figura1.1 Pământul în viziunea lui Thales

Şcoala lui Pitagora (580-500 î.c.) a fost prima care a crezut într-un pământ sferic. Lucrările acestei şcoli au fost compilate mai târziu de Philolaus (la jumătatea secolului 5 î.c.), primul care a propus un univers negeocentric, centrat pe Hestia (focul central). Întrucât soarele şi toate celelalte corpuri se mişcă pe orbite circulare în jurul acestui foc, acesta nu putea fi numit un sistem heliocentric. Către sfârşitul secolului 6 î.c., Hecataeus din Milet a realizat prima hartă a lumii, reprezentată în figura 1.2. Ea ilustrează mai degrabă cunoştinţele limitate şi prejudecăţile grecilor antici despre lume.

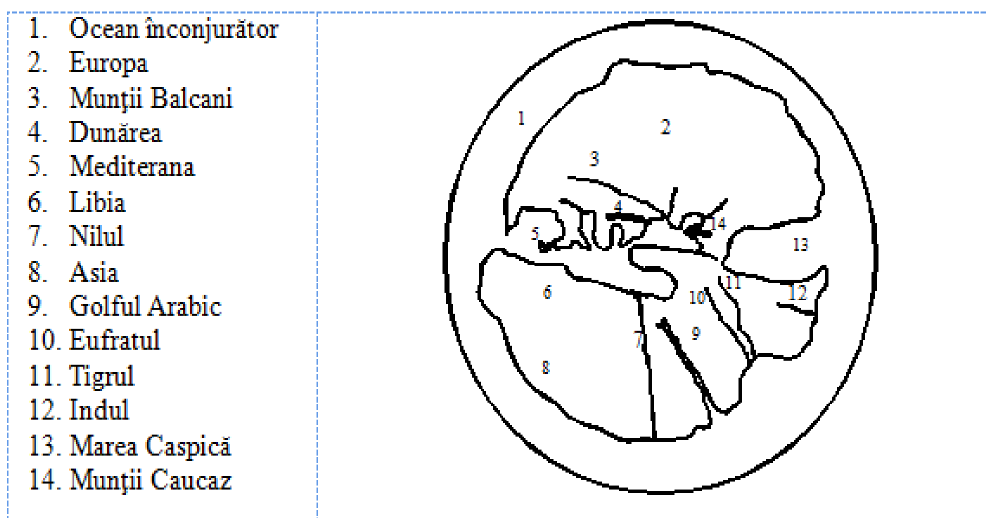


Figura 1.2 Harta lumii în viziunea lui Hecateus

Anaxagoras (500-428 î.c.) a fost primul care a recunoscut forma sferică a lunii şi a explicat mişcările diurne ale Soarelui şi Lunii. Prima hartă stelară a fost întocmită de Eudoxus (408-355 î.c.) care a stabilit durata anului solar la 365,25 zile. Heracleide (388-315 î.c.) a propus ideea că cel puţin Pământul, Mercur şi Venus se mişcă în jurul soarelui, modificând noţiunea veche de secole a lui Philolaus. Totodată propune ideea că Pământul se roteşte în jurul propriei sale axe.

Prima sugestie despre posibilitatea existenţei gravitaţiei este dată de Aristotel (384-322 î.c.) care în plus, a formulat primul argument plauzibil în favoarea sfericităţii pământului valabil până astăzi. Interesul lui Aristotel pentru gravitaţie a fost preluat de Strato (340 î.c.), după care, noi contribuţii au fost aduse în perioada Renaşterii. Pytheas (300 î.c.) bănuia că, toate corpurile cereşti erau cauza mareelor, dar avea insuficiente cunoştinţe pentru a lega această teorie de atracţia gravitaţională. El a determinat prima latitudine relativ precisă din istorie (pentru Marsilia). Întrucât ideea sfericităţii pământului devenea acceptabilă, era doar o problemă de timp să se introducă coordonatele sferice (unghiulare). Acest lucru a fost făcut de Dicaearcus către sfârşitul secolului 3 î.c..

Alte evenimente geodezice sunt legate de numele lui Erathostene (276-194 î.c.) care a introdus noţiunea de oblicitate a axei de rotaţie a Pământului, iar Hipparchus (190-120 î.c.) a creat prima hartă precisă a stelelor realizată într-un sistem unghiular de coordonate, cunoscut acum ca sistemul de ascensiune dreaptă. El a subscris la ideea unui Pământ cu precesiune dar nu a acceptat niciodată ipoteza heliocentrică a lui Heracleides. Aveau să treacă încă 1700 ani până când mişcarea heliocentrică a pământului să fie reconsiderată.

Erathostene, deţinătorul unui post prestigios de bibliotecar la faimosul Muzeu din Alexandria (instituţie similară unei universităţi de astăzi), poate fi denumit fondatorul propriu-zis al geodeziei, fiind primul care a determinat mărimea pământului, considerat

pe atunci sferic, efectuând măsurători ale razei sferei terestre, cât şi ale diferenţei de latitudine dintre Alexandria şi Aswan.

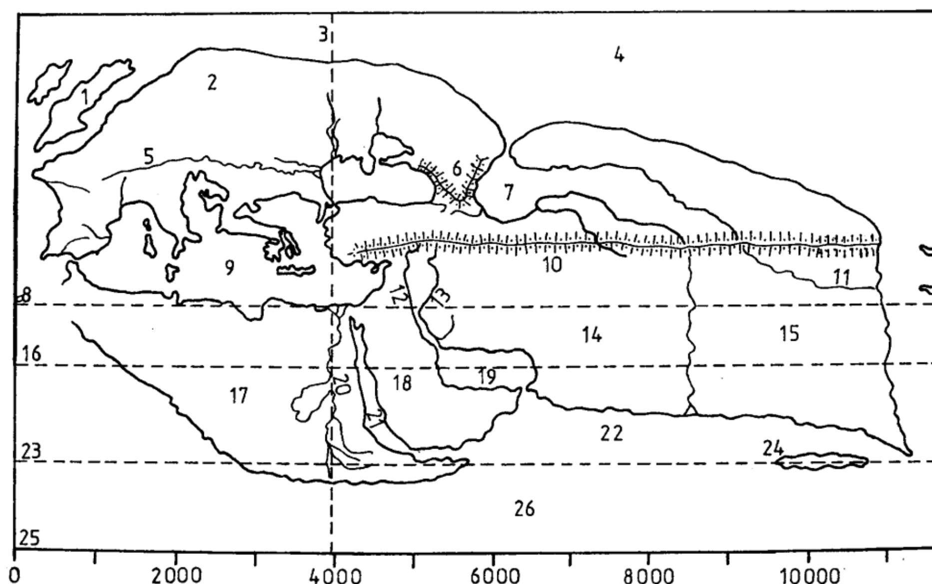


Figura 1.3 Lumea în viziunea lui Erathostene

1.Britania 2.Europa 3.Meridianul Alexandriei 4.Oceanul de nord 5.Dunărea 6.Munţii Caucaz 7.Marea Caspică 8.Paralela Alexandriei 9.Mediterana 10.Munţii Taurus 11.Gangele 12.Eufratul 13.Tigru 14.Asia 15.India 16.Tropicul 17.Libia 18.Arabia 19.Golful Persic 20.Nilul 21.Golful Arabiei 22.Marea Eriteană 23.Limita sudică a lumii cunoscute 24.Ceylonul 25.Ecuatorul 26.Oceanul Atlantic

O încercare ulterioară a lui Poseidon (135-50 î.c.) care a luat în consideraţie efectul refracţiei atmosferice se ştie acum că este considerabil inferioară celei lui Erathostene. Împreună cu unii dintre predecesorii săi, Erathostene credea în existenţa unui ocean interconectat, teorie ce a trebuit să aştepte 17 secole pentru a fi confirmată.

Cu Poseidon s-a încheiat epoca gânditorilor şi experimentatorilor originali. În continuare, circa un mileniu şi jumătate, geodezia a rămas statică, cu excepţia unor sinteze ocazionale a realizărilor greceşti. Singura excepţie notabilă în timpul Imperiului Roman a fost probabil aplicarea calendarului (iulian), realizat de Sosigenes la ordinul lui Iulius Cezar la mijlocul secolului 1 d.c. Acest calendar cu excepţia micii reforme gregoriene din 1582 a supravieţuit până astăzi.

Către sfârşitul epocii greceşti, unele lucrări foarte importante au fost realizate de astronomul grec Ptolemeu (75-151 d.c.). El a publicat o monumentală sinteză de astronomie şi geodezie elaborată la Alexandria, care este cunoscută sub numele său arăbesc „Almagest". Într-o lucrare la fel de importantă, „Geografia" publicată în anul 150 d.c., Ptolemeu a prezentat o nouă hartă a lumii, care nu a putut fi schimbată circa 14 secole. Ea nu reprezintă nici o îmbunătăţire substanţială faţă de harta veche de 300

de ani a lui Erathostene. Ptolemeu nu a acceptat niciodată ipoteza heliocentrică în care credeau mai mulţi astronomi de dinaintea sa.

1.3 ÎNCEPUTURILE ŞTIINŢIFICE ALE GEODEZIEI

Anticii au fost ţinuţi pe loc în acţiunea de lărgire a cunoştinţelor lor despre lumea materială, de convingerile lor filozofice şi religioase. În secolele care au urmat căderii Imperiului Roman, adică în timpul Evului Mediu, geodezia, împreună cu alte multe ştiinţe, a intrat tot mai mult sub influenţa teologiei. Învăţăturile greceşti au supravieţuit acestei perioade întunecate în special în versiuni arabe care, în secolul XII, şi-au făcut drum spre Europa prin Spania şi au fost traduse în latină. Descoperirile în Evul Mediu au fost rare şi deloc copleşitoare. Matematicianul persan Kharazmi (780-850), din a cărui nume arab, al-Khwarizmi, provine cuvântul algoritm, a determinat dimensiunile Pământului, publicând de asemenea o hartă a lumii nu foarte diferită de cea a lui Ptolemeu (Figura1.4.).

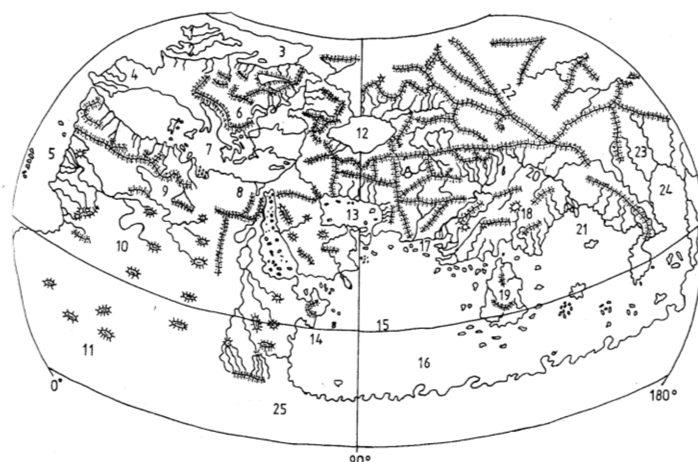


Figura1.4 Lumea potrivit teoriei lui Ptolomeu
1.Irlanda 2.Britania 3.Oceanul german 4.Spania 5.Oceanul de apus 6.Germania 7.Mediterana 8.Egiptul 9.Deşertul libian 10.Libia interioară 11.Ethiopia interioară 12.Marea Caspică 13Golful Persic 14.Golful Barbar 15.Ecuatorul 16.Oceanul Indian 17.Indu 18.India dinăuntrul Gangelui 19.Ceylon 20.Gangele 21.Golful Gangelui 22.Himalaya 23.India de dincolo de Gange 24.Marele Golf 25.Pământ necunoscut

Acesta şi-a câştigat un loc permanent în istorie prin introducerea numerelor hindu 1, 2,…, 9 în matematica arabă. Lucrurile au început să se mişte la jumătatea secolului XIV, perioadă caracterizată de o curiozitate reînnoită şi tot mai multă îndrăzneală. Epoca marilor explorări se apropia.

O nouă viziune despre lume, fără îndoială influenţată de isprăvile lui Marco Polo (în perioada 1271-1295) a fost oferită de Toscarelli (1397-1482) prin realizarea unei noi hărţi. Tocmai această hartă şi estimarea de către Bacon a distanţei scurte dintre Europa

şi coasta estică a Asiei l-au tentat pe Columb să navigheze către vest pentru a găsi noul drum, lung de numai 5000 km, către India. Marile descoperiri au început la sfârşitul secolului XV, cu traversarea de către Columb a Atlanticului în 1492, circumnavigarea Africii de către Vasco da Gama în 1497 şi călătoria în jurul lumii a lui Magellan între 1519 şi 1522. Dezvoltarea cunoştinţelor geografice a permis şi dezvoltarea unei noi profesiuni: cartografia. Cartografia este ştiinţa reprezentării produsului final al geodeziei; printre cei mai cunoscuţi cartografi ai istoriei se află Americo Vespucci (1451-1512) care a elaborat primele hărţi ale coastei nord-americane a Pacificului şi a oferit un nume continentului. Un alt cartograf bine cunoscut, considerat adesea ca fiind părintele cartografiei moderne, flamandul Mercator (1512-1594), a satisfăcut cu mare succes cerinţele navigatorilor, realizând hărţi cu cât mai puţine deformaţii. Figura 1.5 prezintă una dintre hărţile lumii realizate de el, care reflectă remarcabilele progrese din timpul Renaşterii ale cunoştinţelor omenirii despre suprafaţa pământului. Deşi forma dată de Erathostene pentru Pământ a fost în final acceptată, după ce fusese confirmată de expediţiile lui Magellan, vechile obiceiuri au mai persistat şi hărţi precum cea prezentată în figura 1.6 încă se mai tipăreau la jumătatea secolului al XVI-lea.

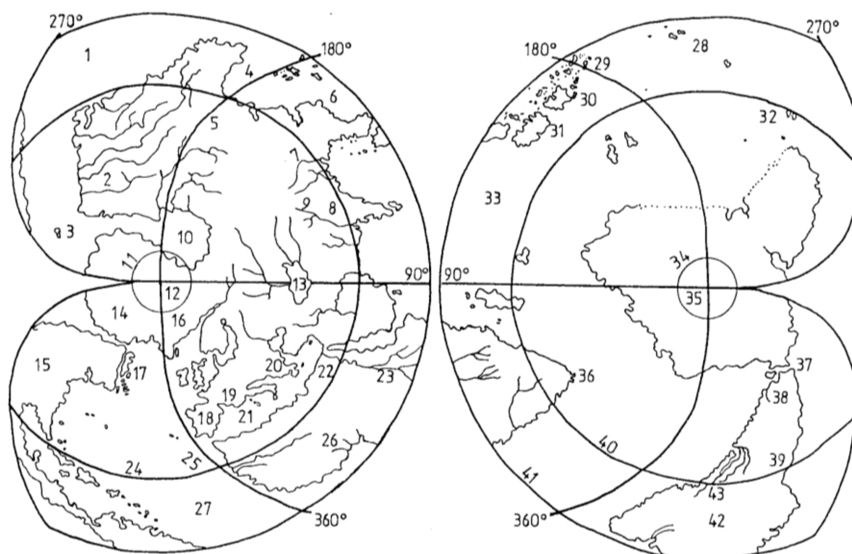


Figura1.5 Harta lumii în viziunea lui Mercator

1.Oceanul Indian de est 2.China 3.Japonia 4.Marele Golf Chinezesc 5.Regiunea chinezească 6.India de dincolo de Gange 7.Gangele 8.India din cadrul Gangelui 9.Indul 10.Marea de gheaţă 11.Cercul Arctic 12.Polul Nord 13.Marea Caspică 14.Pământ necunoscut 15.America de nord 16.Groenlanda 17.Insulele britanice 18.Spania 19.Franţa 20.Grecia 21.Mediterana 22.Egipt 23.Nilul 24.Tropicul Racului 25.Marea Atlantică 26.Libia 27.Oceanul vestic 28.Insulele Mercenare 29.Insulele Moluce 30.Java mică 31.Noua Guinee 32.Insulele Nefericirii 33.Oceanul Indian de sud 34.Cercul arctic 35.Polul Sud 36.Capul Bunei Speranţe 37.Strâmtoarea Magellan 38.Regiunea Mare 39.Pământ necunoscut 40.Tropicul Capricornului 41.Ecuatorul 42.America de Sud 43.Brazilia

Indicaţii ale unei renaşteri iminente a geodeziei pot fi întâlnite la mijlocul secolului XV, când au apărut o serie de gânditori care au netezit drumul pentru Copernic şi Keppler. Printre cei mai cunoscuţi se află cardinalul german Nicolaus din Cusa (1401-1464), care a scris despre mişcarea diurnă a pământului şi a introdus ideea unui univers infinit şi artistul italian Leonardo da Vinci (1452-1519) care a sugerat probabilitatea izostaziei (presupusă stare de echilibru care ar exista între diferitele sectoare ridicate, mai uşoare, şi cele coborâte, însă mai dense, ale scoarţei Pământului). În sfârşit, în jurul anului 1530 clericul polonez Copernic (1473-1543) şi-a publicat teoria heliocentrică, care includea pentru prima dată toate planetele.

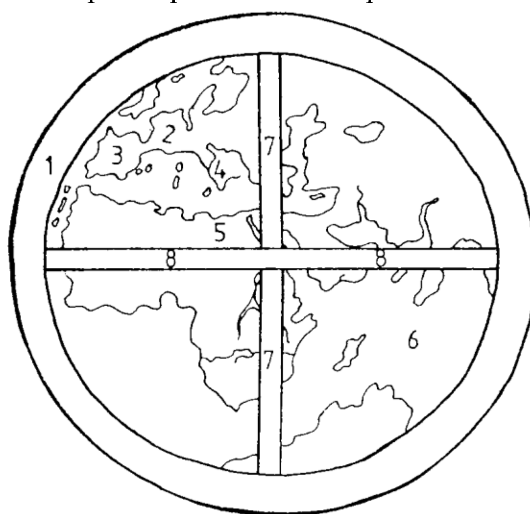


Figura1.6 Harta lumii în viziunea lui Apinaus
1.Circumferinţa lumii în mile germane: 5400 mile italiene: 21.600; 2.Franţa; 3.Spania; 4.Italia; 5.Egiptul; 6.Oceanul Indian; 7.Diametrul în mile italiene 68728/11; 8.Diametrul pământului în mile germane 17182/11

Bătălia raţiunii împotriva teologiei nu se terminase. În 1600, astronomul italian G.Bruno (1548-1600) a murit ars pe rug pentru că, printre alte erezii, susţinuse în principiu aceleaşi puncte de vedere ca Nicolaus din Cusa şi Copernic, înaintea sa. Tot aici trebuie amintită şi abjurarea forţată a astronomului italian Galileo Galilei (1564-1642) sub ameninţarea arderii pe rug. Dovezile observaţiilor, adunate mai ales de astronomul danez Tycho Brache (1546-1601), îmbunătăţirile metodelor experimentale, datorate în special lui Galileo Galilei, progresul teoriei, asociat cu germanul Keppler (1571-1630) şi instrumentele superioare (precum telescopul) ar fi trebuit să se combine pentru a face ca punctele de vedere susţinute de teologie să nu reziste. Dar, în ţările catolice Inchiziţia interzicea cărţile lui Copernic, Keppler, Galilei şi alţii care susţineau heliocentrismul; aceasta până în 1822 când s-a ridicat interdicţia.

Între timp, pentru geodezie, această frematare a ideilor aduce începutul adevăratului studiu ştiinţific al gravitaţiei, în termenii experienţei olandezului Stevin (1548-1620),

care arată echivalenţa atracţiei gravitaţionale pentru corpuri disparate şi a formulării de către Galileo Galilei a primelor legi mecanice. Cu toate acestea, ideea lui Newton despre forţa de gravitaţie era încă departe. În 1615, olandezul Shell (1591-1626) a efectuat prima triangulaţie şi a făcut primul studiu riguros al refracţiei. Clericul francez Picard a efectuat în 1670 prima măsurătoare modernă a dimensiunilor Pământului. Rezultatul său de 6275 km pentru rază este prima îmbunătăţire a cifrei date de Erathostene după 19 secole. Cadrul era pregătit pentru cea mai importantă descoperire a acestei epoci: legea (lui Newton) atracţiei universale emise în 1687, ale cărei precursoare pot fi considerate lucrările italianului Borelli (1608-1689) şi englezului Horrox (1619-1641). Instrumentele matematice necesare au fost pregătite de Descartes (1596-1650), Leibnitz (1646-1716) şi însuşi Newton (1642-1727) care, printre altele, era profesor de matematică la Universitatea din Cambridge. Progresele făcute în înţelegerea gravitaţiei au generat două descoperiri oarecum înrudite. Către sfârşitul secolului XVII, olandezul Huygens a inventat primul mecanism precis de măsurat timpul pe baza pendulului, iar englezul Bradley (1693-1762) a descoperit nutaţia. Teoria gravitaţiei, a lui Newton nu a fost acceptată dintr-o dată. Cel mai faimos oponent al său a fost corespondentul său francez, astronomul regal de origine italiană Cassini (1625-1712). În timp ce noua teorie a lui Newton prevedea că pământul trebuie să fie turtit datorită forţei centrifuge produse de rotaţie, Cassini susţinea că el trebuie să fie alungit. El susţinea aceasta împotriva descoperirii pe bază de observaţii de către francezul Richer, în 1671, a faptului că forţa de gravitaţie este mai mică la ecuator, aşa cum prevedea teoria lui Newton. Între anii 1734-1743, Academia Franceză de Ştiinţe a organizat două expediţii de topografie pentru a măsura două arce de meridian - şi diferenţele corespunzătoare de latitudine – unul la ecuator iar altul mai aproape de pol. Cu această ocazie, Claireaut (1713-1765) a obţinut relaţia simplă dintre modificarea forţei de gravitaţie de-a lungul unui meridian şi aplatizarea Pământului.

1.4 GEODEZIA ÎN SERVICIUL CARTOGRAFIEI

Munca de pionierat efectuată de Shell, Picard şi cele două expediţii franceze au arătat că măsurătorile geodezice terestre (unghiuri şi distanţe) sunt instrumente viabile în misiunea de poziţionare relativă. Reţelele de puncte ale căror poziţii orizontale au fost determinate prin măsurarea unghiurilor şi a distanţelor orizontale, cunoscute sub numele de reţele de triangulaţie, au început să se ivească în toate zonele Europei ca sprijin al programelor de cartografiere de diverse genuri.

Cartografierea precisă în scopuri atât militare cât şi civile a devenit posibilă tocmai datorită posibilităţii acoperirii terenului cu puncte de triangulaţie, a căror poziţie se putea obţine cu uşurinţă. Instrumentele necesare pentru triangulaţie, adică teodolitele şi dispozitivele de măsurare a bazei, au devenit mai precise şi mai uşor de folosit.

Cartografia a devenit o provocare intelectuală pentru cele mai strălucite minţi creatoare ale epocii, stârnind un interes egal celui stârnit de geodezie la începuturile civilizaţiei noastre. Astfel, îl găsim pe J.K.F. Gauss (1777-1855), recunoscut ca cel mai mare matematician de la începutul secolului XIX, care a inventat heliotropul, un dispozitiv care utilizează razele solare reflectate pentru semnalizarea punctelor geodezice şi a

măsurat o reţea geodezică în regatul Hanovrei. În America, cu densitate mai mică a populaţiei şi distanţe mai mari, au fost folosite tehnici unice de către topografi pentru a face faţă problemei poziţionării. Prima hartă satisfăcătoare a părţilor britanică şi franceză ale Americii de Nord a devenit disponibilă în 1755.

Odată cu evoluţia poziţionării geodezice au evoluat şi descoperirile din alte domenii ale geodeziei. În 1798 englezul Cavendish, utilizând balanţa de torsiune a lui Michell, a reuşit să cântărească Pământul. Matematicianul francez Laplace (1749-1827) a pus bazele pentru mecanica cerească modernă şi teoria mareelor; el a dedicat de asemenea considerabile eforturi dezvoltării teoriei probabilităţilor. Astronomul german Bessel (1784-1846) a determinat prima cifră precisă a aplatizării Pământului din cunoştinţele existente privind poziţiile geodezice. Gauss a definit geoidul şi a inventat metoda celor mai mici pătrate. Lucrarea sa privind bazele teoretice ale geodeziei a făcut ca unii geodezi să-l proclame părintele geodeziei.

Sfârşitul secolului XVIII şi întreg secolul XIX au fost extrem de fructuoase în domeniul matematicii. Majoritatea instrumentelor matematicii aplicate utilizate în geodezia de astăzi au fost inventate în acea perioadă. Astfel, trebuie menţionaţi câţiva mari matematicieni care au contribuit la aprofundarea cunoştinţelor geodezice. Aceştia sunt: elveţianul Euler (1707-1783) cu lucrarea sa privind mecanica corpurilor fizice; franco-italianul Lagrange (1736-1813) creatorul mecanicii analitice care, printre alte contribuţii, a ajutat la introducerea sistemului metric în Franţa în 1795. Un alt francez, Fourier (1768-1830), poate fi amintit pentru lucrările sale privind potenţialul; Gauss şi Reimann (1826-1866) pentru lucrările lor privind geometria diferenţială, iar irlandezul Hamilton (1805-1865) a definitivat ultimele detalii ale mecanicii analitice.

Evident, în această perioadă de raţionalizare, alte domenii înrudite geodeziei au cunoscut o dezvoltare la fel de rapidă. Geofizica a început cu teoria evoluţiei suprafeţei Pământului (geologul scoţian Hutton (1726-1797)), studierea diverselor aspecte fizice ale Pământului (germanul Humboldt (1769-1859)) şi teoria derivei continentale a geofizicianului german Wegener (1880-1930). Înălţimea determinată de Humboldt pentru muntele Chimborazo din America de Sud a rămas cea mai mare cunoscută până când Everest, topograful general al Indiei, a început măsurătorile pentru Himalaya. Oceanografia a progresat de la primele măsurători de adâncime efectuate de exploratorul englez Cook (1728-1779) până la cartografierea fundului mării şi a curenţilor de către oceanograful american Maury (1806-1873).

Propagarea undelor electromagnetice a fost descrisă din punct de vedere teoretic de fizicianul scoţian Maxwell (1831-1879) iar viteza lor a fost măsurată mai întâi într-un laborator de francezul Fizeau (1819-1896). Aplicarea undelor electromagnetice la măsurătorile de distanţe mari a fost realizată de fizicianul germano-american Michelson (1852-1931), care a determinat prima dată o distanţă geodezică cu o precizie relativă mai bună de 10^{-6}.

Toată această evoluţie a avut un efect stimulator asupra geodeziei şi a fost urmată de descoperiri în domeniul geodeziei propriu-zise. Fizicianul francez Coriolis (1792-1843) a explicat acceleraţia totală a corpurilor care se mişcă pe suprafaţa Pământului. La jumătatea secolului XIX şi-au făcut apariţia primele măsurători ale deviaţiilor verticalei şi primele încercări ale celor doi fizicieni englezi Airy şi Pratt de a cuantifica

isostazia (presupusă stare de echilibru care ar exista între diferitele sectoare ridicate mai uşoare, şi cele coborâte, însă mai dense, ale scoarţei Pământului). Aproape în aceeaşi perioadă, fizicianul francez Foucault a demonstrat că Pământul se învârteşte şi a inventat giroscopul, adaptat mai târziu sub formă de girocompas de către americanul Sperry (1860-1930).
Începutul secolului XX a fost martorul unei schimbări majore a gândirii fizicienilor, afectate de noţiunea de spaţiu-timp a lui Minkowski şi, desigur, de teoria specială şi generală a relativităţii - a lui Einstein.
În prima jumătate a secolului XX, fizicianul ungur Eotvos a studiat gradienţii forţei de gravitaţie, iar geofizicianul olandez Vening Meinesz a îmbunătăţit în mod semnificativ teoria izostaziei. Geofizicianul englez Jeffreys a introdus conceptul teluroidului care a deschis un nou curent în geodezie. Mai trebuie menţionată opera matematicienilor italieni Pizzetti şi Somigliana privind teoria câmpului gravitaţional normal.

1.5 GEODEZIA EPOCII MODERNE

Jumătatea secolului XX a fost martora începutului revoluţiei tehnologice. Datorită cerinţelor de înarmare şi apărare din timpul celui de-al doilea război mondial, inventarea unui sistem de radiodetecţie şi determinare a distanţei, cunoscut în general sub numele de radar, a avut un profund efect asupra filozofiei aflate în spatele instrumentelor geodezice. În acelaşi timp au apărut primele calculatoare electronice practice. Introducerea calculatoarelor nu numai că a grăbit calculele geodezice, dar a şi revoluţionat gândirea geodezilor soluţionând probleme care în trecut nici nu intrau în discuţie datorită volumului uriaş de calcule.
De secole, unghiurile orizontale, măsurabile cu o mai mare precizie şi uşurinţă, fuseseră preferate distanţelor. Curând după război, dispozitivele de măsurare a distanţelor pe cale electromagnetică, suficient de precise, au devenit disponibile pentru utilizări geodezice. Aceste instrumente, utilizând mai întâi lumina polarizată, apoi radioundele şi în sfârşit laserul, au modificat în cele din urmă structura poziţionării geodezice.
Lansarea primilor sateliţi artificiali a reprezentat un salt uriaş pentru geodezie. Pentru prima dată geodezii au putut utiliza obiecte extraterestre, pasive sau active, pentru poziţionarea precisă a punctelor a căror intervizibilitate nu mai reprezenta o limitare. Altitudinea joasă a sateliţilor a permis studierea geometriei câmpului gravitaţional al pământului cu ajutorul observaţiilor directe ale răspunsului satelitului la câmp. Sateliţii au generat de asemenea un nou proiect pentru geodezie: cartarea câmpului de gravitaţie de deasupra Pământului pentru a prevedea orbitele sateliţilor. Principalii beneficiari ai acestor informaţii au fost militarii, care aveau nevoie să cunoască geometria câmpului gravitaţional pentru a calcula cu precizie traiectoriile rachetelor.
Creşterea uşurinţei şi preciziei cu care geodezii au putut să determine poziţiile precum şi cunoaşterea parametrilor câmpului gravitaţional au condus la noi aplicaţii, dar şi la noi probleme. Dintr-o dată, efecte care fuseseră considerate întotdeauna neglijabile au început să apară, iar aceste efecte trebuiau explicate.

Relaţia cu geofizica a fost deosebit de fructuoasă datorită faptului că la sfârşitul anului 1960 ipoteza tectonicii plăcilor a dobândit în sfârşit recunoaştere aproape universală. În unele părţi ale lumii viteza mişcării tectonice relative este atât de mare încât este măsurabilă direct prin mijloace geodezice. Geodezia a devenit deci principalul furnizor de informaţii geometrice privind aceste mişcări. O altă aplicaţie importantă a geodeziei ce trebuie menţionată priveşte marea. Expansiunea în mediul marin, caracterizată de explorarea şi exploatarea resurselor naturale de pe fundul mării, a prezentat o nouă încercare în faţa geodezilor: poziţionarea obiectelor în mişcare cât şi staţionare de pe suprafaţa mărilor. O parte a rolului pe care geodezia îl joacă în mediul marin ajută la satisfacerea cererii în continuă creştere privind o navigaţie precisă.

1.6 APLICAŢIILE GEODEZIEI

Înainte de a examina aplicaţiile geodeziei, este necesar să se clarifice relaţiile dintre geodezie şi topografie, în majoritatea cazurilor, nefacându-se nici o diferenţiere între acestea. Totuşi, se poate considera că topografia este practica poziţionării, iar geodezia este baza, suportul teoretic al acesteia.
Se pot considera ca domenii în care sunt necesare informaţii geodezice, următoarele:

a) *Cartografia*

Se înţelege că este nevoie de o reţea de puncte distribuite în mod corespunzător, de poziţii orizontale şi verticale cunoscute pentru realizarea hărţilor de diferite scări

b) *Administraţia urbană*

În mediul urban, amplasamentele creaţiilor omului precum şi reţelele edilitare subterane trebuie să fie definite şi documentate pentru referiri viitoare. Nevoia punctelor de control este indicată în mod clar în literatura de specialitate.

c) *Proiecte inginereşti*

În timpul construcţiei marilor obiective precum baraje, poduri, uzine este necesar să se poziţioneze diverse componente ale acestor structuri în amplasamente prestabilite. În acest sens se utilizează coordonate de un anume fel, astfel încât disponibilitatea punctelor de control este de un real folos. De asemenea, este necesar să se cunoască mişcările nivelului solului şi apei înainte, în timpul şi după construcţie. În cazul barajelor, tunelelor de apă, proiectelor de irigaţii etc., trebuie să se cunoască forma exactă a suprafeţelor echipotenţiale ale câmpului de gravitaţie. Determinarea mişcărilor şi forma suprafeţelor echipotenţiale sunt de asemenea probleme ce aparţin geodeziei.

d) *Marcarea graniţelor*

Definirea riguroasă a graniţelor internaţionale şi intranaţionale este de maximă importanţă pentru orice ţară. Poziţionarea şi marcarea acestor graniţe se realizează în mod economic prin legarea lor de o reţea geodezică de puncte cu coordonate orizontale cunoscute.

e) *Ecologie*

În ultimele decenii s-a înţeles că este necesar să se studieze efectele acţiunilor umane asupra mediului înconjurător. Un astfel de efect este mişcarea solului datorată

exploatării resurselor subterane sau depozitării subterane a reziduurilor. Detecţia şi urmărirea acestor mişcări este de asemenea o problemă geodezică.

f) Administraţia mediului

Înfiinţarea băncilor de date legate de mediu pentru a servi ca sisteme integrate de informaţii pentru transport, servicii comunitare de utilizare a pământului şi sociale, extracte de pe titlurile imobiliare, stabilirea datelor de impozit şi statistica populaţiei trebuie să se bazeze pe parcele de pământ ale căror poziţii sunt definite prin coordonatele unor puncte ce fac parte dintr-o reţea determinată prin metode geodezice.

g) Geografia

Toate informaţiile poziţionale necesare în geografie sunt furnizate de geodezie. Deşi precizia acestora, cât şi a altor informaţii geometrice utilizate în geografie este în general mult mai mică decât cea necesară în domeniile descrise mai sus, acestea au un caracter global pe care numai geodezia îl poate satisface.

h) Planetologia

Planetologia utilizează metode pentru studiul geometriei câmpurilor gravitaţionale şi deformărilor planetelor care sunt identice cu metodele extraterestre utilizate în geodezie. Astfel, întreaga geodezie este aplicată planetologiei. Datorită acestei afinităţi speciale între geodezie şi planetologie, geodezii consideră determinarea formei şi mărimii planetelor şi a câmpurilor lor de gravitaţie ca parte a geodeziei.

i) Hidrografia

Poate fi înţeleasă ca practică a poziţionării pe mare, combinată cu măsurători de adâncime.

1.7 RELAŢIA DINTRE GEODEZIE ŞI ALTE ŞTIINŢE

Geofizica

În unele ţări geodezia este considerată ramură a geofizicii. Datorită acestei relaţii strânse, uneori este dificil să se distingă unde se sfârşeşte geofizica şi unde începe geodezia, graniţele lor fiind oarecum neclare.

Geofizica, împreună cu alte domenii, necesită poziţii şi alte informaţii geometrice pe care le poate furniza geodezia. În special ea are nevoie de informaţiile geometrice privind deformările temporale ale Pământului.

Forţa de gravitaţie este una din cele mai importante surse de informaţie folosite atât în geofizica teoretică cât şi exploratorie. Datele de gravitaţie sunt necesare pentru studierea neregularităţilor din distribuţia densităţii masei. Întrucât geodezii sunt interesaţi de datele forţei de gravitaţie pentru a studia geometria câmpului gravitaţional, ambele ştiinţe revendică jurisdicţia asupra achiziţiei datelor despre gravitaţie. O împărţire oarecum artificială ar atribui munca legată de gravitaţia globală geodeziei, în timp ce măsurătorile regionale şi locale de gravitaţie ar fi o misiune a geofizicii. Variaţiile temporare ale câmpului gravitaţional oferă informaţii valoroase privind cauzele fizice ale mişcărilor verticale ale scoarţei terestre.

Geofizica oferă o imagine în interiorul reacţiei fizice a pământului la o varietate de forţe, în distribuţia posibilă a densităţii în interiorul Pământului şi în efectele structurii

interne a acestuia asupra mişcării sale. Aceste informaţii sunt necesare când se proiectează diverse modele matematice pentru scopuri geodezice.

Ştiinţe spaţiale

În comparaţie cu geofizica, este un domeniu mai recent. Chiar de la început, relaţia sa cu geodezia a fost foarte strânsă. Motivul, îl reprezintă cunoaşterea geometriei câmpului gravitaţional exterior al pământului, care este esenţială pentru a prevedea orbitele vehiculelor spaţiale. În plus, poziţiile staţiilor de urmărire a sateliţilor trebuie să fie cunoscute suficient de precis pentru a putea fi utilizate; toate acestea sunt determinate prin mijloace geodezice.

Pe de altă parte, ştiinţele spaţiale au dezvoltat unele sisteme de poziţionare foarte puternice care utilizează sateliţii artificiali ai Pământului pentru a completa tehnicile terestre existente. Analiza orbitelor apropiate observate ale sateliţilor asigură cele mai bune date cu lungimi de undă mari asupra câmpului de gravitaţie al Pământului, inclusiv valoarea aplatizării acestuia. Urmărirea sondelor trimise în spaţiu furnizează, de asemenea cele mai bune estimări ale masei Pământului.

Astronomia

Una din cele mai vechi ştiinţe existente - astronomia şi geodezia s-au dezvoltat în paralel o lungă perioadă de timp. Deşi interdependenţa geodeziei şi astronomiei s-a diminuat în ultima perioadă, astronomia vizual poziţională continuă să joace un anumit rol în geodezie. În plus, viitorul va fi probabil martorul unei tot mai mari implicări a radioastronomiei poziţionale. O altă parte a astronomiei, mecanica cerească, este de asemenea necesară în geodezie pentru studiul orbitelor sateliţilor. Geodezia împarte cu astronomia interesul pentru măsurarea distanţei lunare cu laser. Distanţele sunt utilizate în astronomie pentru a calcula orbita şi libraţia lunara (balansare aparentă a Lunii în cursul mişcării de revoluţie, datorită căreia poate fi văzută de pe Pământ mai mult de jumătate (59%) din suprafaţa sa totală) lunară, în timp ce geodezii le utilizează pentru determinarea poziţiei. De interes comun este de asemenea urmărirea rotaţiei Pământului.

Oceanografia

Este o altă ştiinţă cu care geodezia are interese comune. Atât geodezia cât şi oceanografia sunt implicate în localizarea şi mişcările coastelor. Geodezia oferă oceanografilor înălţimile relative ale dispozitivelor de măsurare a nivelului apelor de pe ţărm şi mişcările lor verticale relative. De asemenea poziţiile determinate geodezic ale diverselor obiecte marine, inclusiv gheaţa şi vasele oceanografice, sunt importante pentru specialiştii oceanografi.

Informaţiile oceanografice de interes pentru geodezi includ dinamica suprafeţei mării şi deviaţiile suprafeţei medii a mării de la o suprafaţă echipotenţială a câmpului de gravitaţie al pământului. Aceste informaţii sunt necesare pentru stabilirea unei valori pentru înălţimi.

Ştiinţa studierii atmosferei
Împreună cu toate ştiinţele menţionate mai sus, utilizează poziţiile geodezice şi forţa de gravitaţie ţinând de staţiile şi sondele meteorologice. Ea împărtăşeşte interesul geodeziei pentru analiza orbitelor sateliţilor în timp ce geodezia interpretează perturbaţiile orbitale în termenii efectelor gravitaţionale; ştiinţa gravitaţională are de asemenea în vedere efectul distribuţiei densităţii aerului. Geodezia are nevoie de modele realiste pentru refractivitatea atmosferică şi de date meteorologice adecvate pentru a evalua refracţia atmosferică, care reprezintă una din problemele serioase în multe măsurători geodezice.

Geologia
Necesită poziţii atât orizontale cât şi verticale pentru hărţile sale. În schimb, ea oferă geodezilor cunoştinţe de geomorfologie şi stabilitate locală a diferitelor formaţiuni geologice. Informaţiile privind stabilitatea reprezintă o obligativitate pentru orice geodez care se ocupă de selectarea locurilor adecvate nu numai pentru materializare dar şi pentru semnalizarea de diferite tipuri.

1.8 BAZA TEORETICĂ A GEODEZIEI

Ultimul grup de discipline care trebuie menţionat este reprezentat de cele care asigură baza teoretică a geodeziei. Reprezentând o bază standard pentru multe ştiinţe, acestea sunt: matematica, informatica şi fizica.
Matematica este de departe cel mai important bloc de construcţie a geodeziei. De fapt, unele surse consideră geodezia ca pe o latură a matematicilor aplicate, deoarece geodezia este în esenţă geometrie aplicată Pământului.
Informatica ne învaţă cum să utilizăm sistemele de calcul automat, instrumentul de calcul şi analitic cel mai puternic aflat la dispoziţia noastră. Multe dintre problemele cu care este confruntată geodezia de astăzi necesită o soluţie dată de calculator.
În sfârşit, dar nu în ultimul rând, în geodezie sunt necesare diverse concepte de analiză numerică. Cele mai importante sunt cele care ţin de teoria aproximării. Metodele numerice ale algebrei liniare sunt de asemenea de mare importanţă, la fel ca şi integrarea numerică şi diferenţierea.
Fizica este la fel de importantă pentru geodez ca şi matematica. Pornind de la teoria lui Newton gravitaţia a jucat un rol foarte important în geodezie; această importanţă a crescut şi mai mult când s-a înţeles faptul că forţa gravitaţională ţine de geometria spaţiului în care se fac majoritatea observaţiilor geodezice. Astăzi, geometria câmpului gravitaţional al Pământului este considerată o parte a geodeziei.
De mare importanţă în geodezie este şi teoria propagării undelor electromagnetice. Aproape toate instrumentele geodezice utilizează principiile acestei propagări într-un fel sau altul şi o înţelegere a legilor fizice care guvernează propagarea este astfel esenţială pentru ca să înţelegem natura informaţiilor achiziţionate.
Mecanica este necesară pentru a înţelege mişcările Pământului şi sateliţilor săi. În acest context sunt utilizate două componente dinamice: mişcarea unei particule fizice într-un

câmp potenţial şi rotaţia unui corp deformabil. Astfel, atât teoria Kepleriană cât şi a perturbaţiilor, sunt necesare împreună cu teoria giroscopului.

1.9 FUNCŢIILE GEODEZIEI

Până în urmă cu câteva decenii, se considera că geodezia ocupă spaţiul delimitat de prima definiţie dată de Helmert geodeziei şi anume: „Geodezia este ştiinţa măsurării şi reprezentării suprafeţei Pământului.” Apoi, cei implicaţi în acest gen de activităţi au început să înţeleagă că această definiţie nu reflectă în totalitate rolul pe care îl joacă geodezia contemporană şi au început să caute un nou cadru. Această căutare a culminat cu noua definiţie a geodeziei, şi anume: *Geodezia este disciplina care se ocupă cu măsurarea şi reprezentarea Pământului, inclusiv a câmpului său gravitaţional, într-un spaţiu tridimensional cu variaţie temporală.*

Ca majoritatea disciplinelor ştiinţifice, geodezia este împărţită în subdiscipline: geodezia geometrică, geodezia fizică, geodezia matematică, geodezia dinamică. Progresul ştiinţei a dat naştere, în ultimul timp, la noi destinaţii precum: geodezia satelitară, geodezia inerţială, geodezia maritimă, geodezia spaţială şi chiar geodezia orizontală şi verticală.

Geodezia poate fi considerată ca având trei funcţii principale şi, corespunzător lor, trei subdiscipline:

- poziţionarea
- câmpul gravitaţional al pământului
- variaţiile temporale (în poziţie precum şi în câmpul gravitaţional)

Poziţionarea, sau determinarea poziţiei unui punct, constituie aspectul geodeziei pe care îl înţelegem cel mai bine. Punctele pot fi poziţionate individual sau ca parte a unei întregi reţele de puncte; poziţiile căutate pot fi ori absolute (faţă de un sistem de coordonate) ori relative (faţă de alte puncte).

Cunoaşterea geometriei câmpului gravitaţional este necesară pentru a face posibilă transformarea observaţiilor geodezice realizate în spaţiul fizic (afectate de forţa de gravitaţie) în spaţiul geometric în care sunt de obicei definite poziţiile.

Variaţiile temporale ale poziţiilor şi câmpului gravitaţional rezultă din deformările Pământului şi câmpului său gravitaţional atribuite unui număr de cauze. În geodezie ceea ce produce aceste mişcări este irelevant, fie că este vorba de mareele terestre, solicitările asupra scoarţei terestre şi reculul, forţe tectonice sau alte fenomene, încă necunoscute. Studiul acestor cauze aparţine geofizicii, dar aspectele geometrice cad în sarcina geodeziei.

Alţi specialişti au împărţit funcţional geodezia pe baza aceloraşi criterii; de exemplu, Comitetul SUA pentru Geodezie arată că scopurile principale ale geodezi pot fi rezumate după cum urmează:

- înfiinţarea şi întreţinerea de reţele tridimensionale de control geodezic, naţionale şi globale, pe Pământ, recunoscând aspectele legate de variaţiile temporale ale acestor reţele

- măsurarea şi reprezentarea fenomenelor geodinamice (mişcarea polilor, mareele terestre şi mişcarea scoarţei)
- determinarea câmpului gravitaţional al Pământului, inclusiv variaţiile temporale.

1.10 TEORIA GEODEZICĂ

Pentru a-şi îndeplini toate funcţiile, geodezia trebuie să cuprindă un spectru de activităţi mergând de la aspectele pur teoretice necesare în fundamentarea teoretică a diverselor tehnici geodezice, până la achiziţionarea de date la faţa locului. În consecinţă, există geodezi care se specializează în teorie şi alţii care se specializează în practica geodezică. Cea din urmă cuprinde domenii precum topografia de control şi gravimetria. Desigur, liniile de demarcaţie sunt neclare şi de aceea sfidează orice clasificări ferme; cu toate acestea unele generalizări sunt posibile.
Natura globală a geodeziei dictează ca majoritatea activităţii teoretice să fie realizată fie în universităţi, fie în instituţii guvernamentale. De mare importanţă pentru teoria geodezică este comunicarea ştiinţifică internaţională. Organizaţia care răspunde direct de nevoile de comunicare ale geodeziei este Asociaţia Internaţională de Geodezie (AIG – sau IAG, în limba engleză).
Aceasta se întruneşte o dată la patru ani, de obicei împreună cu celelalte şase asociaţii ale Uniunii Internaţionale de Geodezie şi Geofizică (IUGG), pentru a discuta, sub forma simpozioanelor ştiinţifice, diverse probleme şi a adopta rezoluţii considerate ca recomandări de către ţările membre. Asociaţia este împărţită în mai multe comisii, grupuri de studiu, birouri şi centre care sunt înfiinţate pentru a se ocupa de problemele actuale şi, de aceea se modifică în permanenţă.
Fiecare dintre ţările membre numeşte un delegat oficial la AIG. Acest delegat este de obicei numit de către societatea ştiinţifică naţională de geodezie. Fiecare delegat are un vot în consiliul AIG. Pentru a ţine la curent cu realizările şi activităţile lor geodezice, ţările membre înaintează rapoarte cvadrienale AIG cu ocazia întrunirilor IUGG.

1.11 PRACTICA GEODEZICĂ

Practica geodezică este destul de frecvent subordonată nevoilor cartografierii. Foarte frecvent, această relaţie este reflectată în structura organizatorică a geodeziei, cu rezultatul invariabil că alte componente ale activităţii geodezice sunt realizate sub auspiciile altor instituţii profesioniste. Din motive asemănătoare în unele ţări practica geodezică este aproape în întregime subordonată militarilor. În timp ce în multe ţări aceasta se dovedeşte a fi un avantaj distinct, în alte cazuri aceasta se face în detrimentul profesiunii, în special când toate lucrările geodezice se fac numai ca sprijin al cartografierii militare. Prin natura sa, practica geodezică necesită nu numai profesionişti geodezi, dar şi tehnicieni şi personal auxiliar.
Pentru a-şi atinge scopurile, geodezia utilizează o varietate de tehnici şi sisteme de măsurare. Ele merg de la cele simple la cele complicate, de la cele terestre la cele

extraterestre şi de la cele pur geodezice la cele care sunt de obicei recunoscute ca aparţinând geofizicii, oceanografiei sau astronomiei.

1.12 PROFESIUNEA GEODEZICĂ

Aşa cum s-a arătat, personalul geodezic poate fi împărţit în oameni de ştiinţă, ingineri, tehnicieni şi personal auxiliar. Aceste categorii diferă după pregătire şi experienţă. Un om de ştiinţă care lucrează în domeniul geodeziei trebuie să aibă un titlu postuniversitar de la o universitate care oferă o specializare în geodezie.
Inginerul este profesionistul care umple golul dintre teoretician pe de o parte şi tehnician pe de altă parte. El trebuie astfel să înţeleagă limbajele ambelor grupuri şi să poată comunica liber cu ele. În mod specific, un inginer geodez sau topograf trebuie să posede o diplomă de licenţă în domeniul geodeziei. Acesta trebuie să dispună de o bună apreciere a teoriei, având în acelaşi timp unele din deprinderile de bază cerute tehnicienilor. Inginerul topograf trebuie să poată fi capabil să proiecteze şi să supravegheze achiziţia datelor, efectuarea analizelor de rutină ale lor şi chiar rezolvarea de probleme mai mici de natură teoretică.
Tehnicianul topograf trebuie să aibă o diplomă de topografie de la un colegiu sau şcoală tehnică, trebuie să fie versat în rutina diverselor tipuri de măsurători, având şi o anumită înţelegere a ceea ce se poate face cu datele achiziţionate.
În ţara noastră începutul utilizării triangulaţiei geodezice este legat de desfăşurarea lucrărilor de întocmire a hărţilor diverselor regiuni ale ţării. În cadrul învăţământului de geodezie se pot menţiona lecţii de "gheodezie" la şcoala lui Ghe. Asachi - 1813 şi de asemenea la cea a lui Ghe. Lazăr - 1818.
Acestea sunt dezvoltate în continuare urmărind ca sub domnitorul Al. Ioan Cuza, prin reorganizarea învăţământului să se prevadă în cadrul Facultăţii de Ştiinţe lecţii de topografie, astronomie şi geodezie teoretică.
În Transilvania şi Ţara Românească primele lucrări de triangulaţie s-au desfăşurat la mijlocul secolului al XIX lea.
În perioada 1856 - 1867, triangulaţia executată în Ţara Românească cuprindea cinci lanţuri de triangulaţie primordială, în interiorul cărora s-au efectuat lucrări de triangulaţie de îndesire, de ordinele II şi III, potrivit tehnologiei clasice franceze. Această triangulaţie a servit ca reţea de sprijin pentru executarea unei hărţi fundamentale topografice a Munteniei la scara 1:57.600 ce poate fi considerată ca prima hartă modernă pentru această parte a ţării noastre.
Întreaga activitate de geodezie capătă însă un caracter organizat la noi în ţară după anul 1861 prin înfiinţarea "Depositului şciinţific de resbel", care mai apoi capătă denumirea de Institutul geografic al armatei în 1895, Institutul geografic militar în 1930 şi în sfârşit Direcţia Topografică Militară (DTM) în 1951, aceasta din urmă fiind coordonatorul marilor lucrări geodezice din ţara noastră.
În 1895 se crează, în punctul cel mai înalt din Bucuresti - Dealul Piscului, observatorul astronomic militar (OAM), a cărui latitudine o calculează în acelaşi an căpitanul

T. Râmniceanu. Mai târziu, în anul 1898, se determină azimutul fundamental al ţării, pe latura: Observatorul astronomic militar - Foişorul de foc iar în 1900, Asociaţia Internaţională de Geodezie stabileşte ca Bucureştiul să fie punct central în determinările de longitudine efectuate în poligonul internaţional Potsdam – Paris – Pulkovo.
Nivelmentul de ordin superior se începe în anul 1898, când se instalează un maregraf în portul Constanţa, lucrarea fiind finalizată în principal în 1918, incluzând şi racordarea la reţeaua de nivelment austriacă şi cea bulgară.
După anul 1951 se poate vorbi de o nouă perioadă în dezvoltarea geodeziei româneşti.
În acest an s-a adoptat *elipsoidul Krasovski* (1942) şi *sistemul de proiecţie Gauss-Krüger*, creându-se o nouă reţea de triangulaţie de stat de ordinul I - IV şi o reţea de ridicare de
ordinul V.
Reţeaua de triangulaţie astronomo-geodezică de stat a ţării a fost îmbunătăţită continuu prin efectuarea unor măsurători de mare precizie, potrivit principiilor moderne practicate pe plan mondial. În aceeaşi perioadă 1955 - 1968 s-a creat de asemenea şi reţeaua modernă de nivelment geodezic din ţara noastră. Toate aceste proiecte au fost realizate în special de către Direcţia Topografică Militară şi de asemenea de către Institutul de Geodezie, Fotogrametrie, Cartografie şi Organizarea Teritoriului (I.G.F.C.O.T.), înfiinţat în anul 1958 în Bucureşti.
În ultimii ani tehnica măsurătorilor terestre a căpătat o orientare nouă, prin folosirea sateliţilor artificiali geodezici ce transmit o varietate foarte mare de informaţii, de precizie ridicată, utile multor domenii de activitate.
Sistemul de proiecţie oficializat în România este "Sistemul de proiecţie stereografică 1970", iar punctul zero fundamental al reţelei de nivelment este raportat la nivelul Mării Negre.
Sub aspect topografic, geodeziei îi revine rolul de a determina geoidul şi elipsoidul, ca suprafeţe de referinţă ale pământului, de asemenea, geodezia stabileşte sistemul cartografic de reprezentare în plan şi se ocupă cu materializarea pe suprafaţa pământului a unei reţele de puncte geodezice şi determinarea acesteia pe elipsoidul de referinţă.
Geodezia furnizează reţeaua de sprijin pentru ridicările de detaliu, indiferent prin ce metode se vor executa acestea: topografice, fotogrametrice, etc.. Astfel, geodezia asigură cadrul şi unitatea ridicărilor în plan pe întreg teritoriul naţional.
Determinarea punctelor pe suprafaţa terestră este strâns legată de suprafeţele de referinţă şi de sistemul de coordonate utilizat.

1.13 SUPRAFEŢE DE REFERINŢĂ

Forţa care solicită spre sol orice corp aflat pe suprafaţa terestră după direcţia verticalei locului - materializată de direcţia firului cu plumb - şi căreia, nici o altă forţă nu i se opune provocând "căderea liberă" a corpului, reprezintă greutatea acelui corp. Ea este rezultatul a două forţe: forţa de atracţie exercitată asupra corpului de ansamblul

maselor terestre, numită şi forţă de gravitaţie şi forţa centrifugă căreia îi este supus corpul în virtutea participării la mişcarea de rotaţie a Pământului în jurul axei proprii.
Porţiunea din spaţiu în care se extinde influenţa complexă a atracţiei maselor (atracţia gravitaţională) şi a mişcării de rotaţie a Pământului, se numeşte câmpul gravităţii (sau câmp gravific).
Mărimile care se supun acţiunilor gravităţii şi forţei centrifuge şi care pot fi considerate dinamice (cum ar fi acceleraţia greutăţii) şi statice (cum ar fi intensitatea câmpului gravific), formează principalul obiect de studiu al gravimetriei.
În prezent problema studierii figurii Pământului în ansamblu sau pe porţiuni este atât de strâns legată de problema studierii câmpului gravific al Pământului, încât ele s-au contopit aproape într-o singură problemă. Metodele de soluţionare a acestei probleme sunt studiate de "Teoria figurii Pământului", care se bazează pe datele experimentale furnizate de geodezie, gravimetrie şi astronomie, iar în ultimul timp şi pe observaţiile asupra mişcării sateliţilor artificiali ai Pământului.
Concluziile Teoriei Figurii Pământului sunt folosite în diferite domenii ale ştiinţei şi tehnicii, cum ar fi: geodezia superioară, mecanica cerească, geofizica, geologia, geografia, cercetarea minereurilor, etc.
Prin figura Pământului se înţelege forma suprafeţei acestuia, care în regiunile de uscat este materializată de suprafaţa fizică a învelişului Pământului, iar în regiunile oceanelor şi mărilor de suprafaţa neperturbată a acestora.
Cu aproximaţie, prin figura Pământului se înţelege adesea, figura uneia din suprafeţele de nivel ale gravităţii, care coincide cu suprafaţa oceanelor şi mărilor în echilibru hidrostatic. Această suprafaţă poartă denumirea de *geoid.*
În prezent, mari porţiuni din suprafaţa terestră sunt acoperite cu măsurători geodezice şi gravimetrice. Aceasta permite obţinerea principalilor parametri ai câmpului gravitaţional exterior şi a figurii Pământului.
Reprezentarea suprafeţei Pământului, cu neregularităţile deosebit de variate pe care le prezintă, nu se poate realiza fidel, ci doar pe baza unor generalizări, bazate pe anumite convenţii, astfel încât imaginea obţinută prin reprezentare să se apropie cât mai mult de realitate.
Încă din antichitate se ştia că pământul este rotund.
Făcând abstracţie de relief unii l-au considerat chiar sferă şi i-au calculat raza. Mai târziu, s-a dedus pe cale teoretică (Huygens, Newton) şi s-a confirmat apoi experimental pe baza măsurătorilor geometrice şi gravimetrice că datorită forţei centrifuge, generată de rotirea pământului în jurul axei sale, acesta este mai lărgit la ecuator şi turtit la poli. Această formă este foarte apropiată de cea a unui elipsoid de revoluţie în jurul polilor cu semiaxele elipsei meridiane ***a*** şi ***b*** *(Figura1.7).*

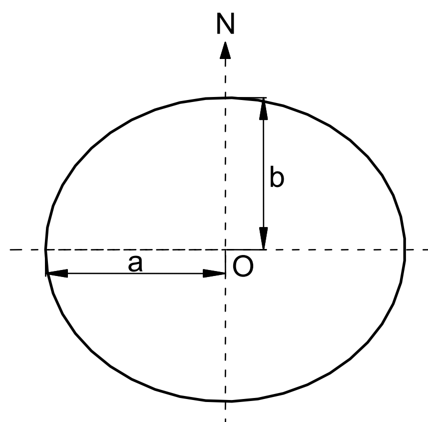


Figura 1.7 Elipsa meridiană

Suprafeţele de referinţă de bază sunt :

- geoidul
- elipsoidul
- planul de proiecţie

Faţă de suprafaţa de referinţă, se individualizează mai multe sisteme de coordonate cu ajutorul cărora se poate exprima poziţia punctelor.

1.13.1 Geoidul

Geoidul, se defineşte ca fiind figura ce ar rezulta prin prelungirea pe sub continente a nivelului mediu al mărilor şi oceanelor. Geoidul este o figură echipotenţială, perpendiculară în orice punct al ei la direcţia acceleraţiei gravitaţionale, adică la verticala dată de firul cu plumb.

Suprafaţa geoidului, numită şi suprafaţă de nivel zero, reprezintă suprafaţa de referinţă pentru determinarea cotelor.

Suprafaţa geoidului este neregulată datorită eterogenităţii masei Pământului, denivelărilor scoarţei terestre şi curenţilor oceanici. În acest sens este necesar ca geoidul să fie definit faţă de o figură geometrică cât mai apropiată de forma lui. Acesta este *elipsoidul de rotaţie*.

1.13.2 Elipsoidul

Elipsoidul este o figură geometrică convenţională, faţă de a cărei suprafaţă se defineşte suprafaţa geoidului cu elementele proiectate pe ea. Se obţine prin rotaţia elipsei meridiane în jurul semiaxei mici *b*.

Reţelele de triangulaţie care se desfăşoară pe suprafeţe mari (o ţară sau un grup de ţări) sunt reprezentate de regulă pe suprafaţa elipsoidului de referinţă sau în raport de această suprafaţă.

Față de geoid, elipsoidul poate ocupa o poziţie oarecare, în funcţie de modalitatea practică utilizată la determinarea parametrilor săi (semiaxa mare ***a*** şi turtirea ***f***) şi a orientării sale în interiorul geoidului. În caz general, verticala *V* la suprafaţa geoidului *G*, care trece printr-un punct oarecare *P* situat pe suprafața Pământului *S*, nu coincide cu normala *N* la suprafaţa elipsoidului *E* care trece prin acest punct, ci formează cu acesta un unghi oarecare *u*, denumit unghi de ***deviaţie a verticalei*** (Figura 1.8).

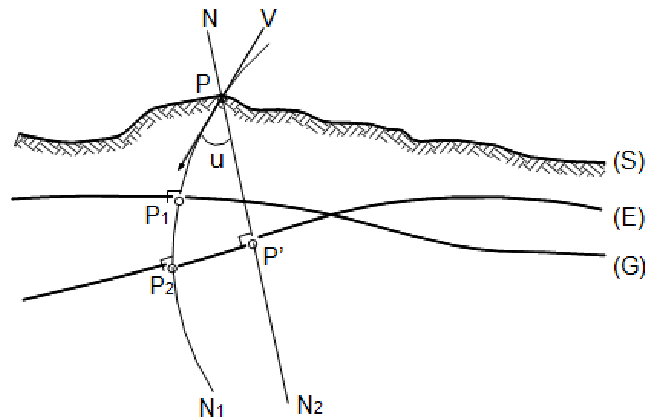


Figura 1.8 Reprezentarea punctelor pe elipsoidul de referinţă prin metoda proiectării

Elipsoidul folosit la un moment dat de o ţară sau de un grup de ţări pentru determinări topo-geodezice poartă denumirea de elipsoid de referinţă.
Pentru aducerea reţelelor de triangulaţie existente pe suprafaţa fizică a Pământului, pe suprafaţa elipsoidului de referinţă s-au propus mai multe metode, dintre care **metoda proiectării** are cea mai mare aplicabilitate.
În această metodă se procedează la aducerea elementelor măsurate (unghiuri, direcţii, lungimi etc.) pe suprafaţa elipsoidului, prin aplicarea unor corecţii. Există două posibilităţi în acest sens şi anume:
Metoda Pizzetti, propune ca punctul *P* de pe suprafaţa fizică a Pământului (Figura 1.8) să fie proiectat, mai întâi, cu ajutorul verticalei *V*, pe suprafaţa geoidului în P_1 urmând ca apoi, cu ajutorul normalei N_1 la elipsoid, să fie proiectat în P_2 pe suprafaţa elipsoidului de referinţă. Metoda introduce complicaţii însemnate, prin faptul că presupune cunoaşterea curburilor verticalelor necesare la stabilirea corecţiilor în prima etapă a proiectării şi de aceea nu a cunoscut până în prezent o aplicabilitate practică deosebită.
Metoda Bruns-Helmert, propune ca punctul *P* de pe suprafaţa fizică a Pământului să fie proiectat în ***P'*** pe suprafaţa elipsoidului, direct cu ajutorul normalei N_2 la această suprafaţă. Această metodă este mult mai practică şi a fost aplicată sub conducerea lui

F.N.Krasovski, la realizarea triangulaţiei ruseşti, precum şi a altor triangulaţii europene.
Coordonatele tuturor punctelor triangulaţiei de stat din ţara noastră sunt determinate prin metoda proiectării *Bruns-Helmert*.
În România, începând cu anul 1930, s-a utilizat elipsoidul *Hayford*, iar din anul 1951 se utilizează elipsoidul *Krasovski*.

Dimensiunile unor elipsoizi de referinţă

Elipsoid	**Anul**	**Semiaxa mare a(m)**	**Semiaxa mică b(m)**	**Turtirea numerică f**
Delambre	1800	6.375.653	6.356.564	1:334.0
Bessel	1841	6.377.397	6.356.079	1:299.2
Clarke	1880	6.378.243	6.356.515	1:293.5
Hayford	1909	6.378.388	6.356.912	1:297.0
Krasovski	**1940**	**6.378.245**	**6.356.863**	**1:298.3**
Sistemul geodezic de referinţă 1980	1980	6.378.137		1:298.257
WGS'84 (World Geodetic System)	1986	6.378.137.		1:298.257

Elipsoidul, ca figură geometrică de referinţă a globului Pământesc are o însemnătate deosebită. Pe elipsoidul de referinţă se definesc poziţiile punctelor în sistemul internaţional de coordonate geografice şi coordonate geodezice.

1.13.3 Cvasigeoidul

Cvasigeoidul (noţiune introdusă de M.S. Molodenski) este suprafaţa de referinţă astfel construită încât segmentul de normală la elipsoid să fie întotdeauna egal cu mărimea ξ în fiecare punct în care se cunoaşte această valoare. Mărimea ξ înglobează anomaliile altitudinilor (diferenţele dintre altitudini raportate la o anumită suprafaţă de referinţă, Figura 1.9).

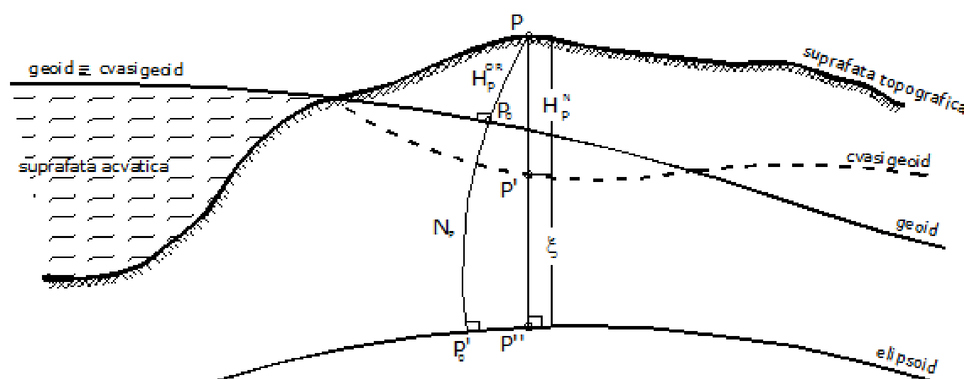


Figura 1.9 Geoid, cvasigeoid

$\boldsymbol{H_P}^N$ = altitudinea normală, specifică cvasigeoidului ca şi suprafaţă de referinţă.

Pentru suprafeţe acvatice întinse, cvasigeoidul se confundă cu geoidul. Pe sub continente, cvasigeoidul diferă de geoid datorită variaţiilor din structura internă a Pământului.

1.13.4 Sfera de rază medie

În anumite situaţii există posibilitatea înlocuirii elipsoidului de referinţă cu sfera de rază medie (*sfera Gauss*) de rază $R = \sqrt{MN}$, unde *M* este raza de curbură a elipsei meridiane şi *N* este raza de curbură a primului vertical (marea normală), calculate pentru un punct situat în centrul teritoriului considerat. Această suprafaţă de referinţă este des folosită în calculele geodezice din reţeaua de triangulaţie de ordin superior.

1.13.5 Planul de proiecţie

În reţelele de triangulaţie de îndesire, numărul punctelor este mare şi de aceea nu se mai pot folosi comod calculele pe elipsoid sau pe sfera medie, fiind necesar să se treacă la o suprafaţă plană, prin adoptarea unui anumit sistem de proiecţie *cartografică*.

În ţara noastră este folosit, din anul 1951, sistemul de proiecţie cartografică conformă *Gauss-Krüger*, suprafaţa ţării fiind cuprinsă între fusele *34* şi *35* (sau fusele *4* şi *5*) cu meridianele axiale de *21*° şi *27*°, avându-se ca bază elipsoidul *Krasovski*.

Începând cu anul 1971 în România s-a introdus un nou sistem de proiecţie stereografică, denumit ***sistemul de proiecţie stereografică 1970***, cu elipsoid de referinţă ***Krasovski***, pe care se desfăşoară în prezent calculele geo - topografice.

În paralel cu sistemul de proiecţie stereografică 1970 se foloseşte în continuare sistemul de proiecţie *Gauss-Krüger,* în special pentru triangulaţia de ordin superior.

În situaţii speciale, pentru zone mai mici, se poate folosi şi un *plan local de proiecţie*, la care se raportează reţeaua geodezică considerată (situaţie întâlnită frecvent în lucrările inginereşti de amploare, cum ar fi cele din bazinele hidroenergetice, lucrări în bazine miniere etc.).

1.14 SISTEME DE COORDONATE

Pentru determinarea locului pe care-l ocupă un punct oarecare de pe suprafaţa terestră, trebuie definită poziţia acestuia faţă de un sistem de referinţă. Această poziţie poate fi redată prin:
- coordonate geografice sau,
- coordonate plane, care pot fi la rândul lor: rectangulare sau polare.

1.14.1 Coordonate geografice

Pentru indicarea exactă a poziţiei unui punct pe suprafaţa globului pământesc, se folosesc în general coordonate geografice (în special în navigaţia aeriană şi maritimă).
Pentru simplificare reprezentăm pământul ca o sferă. Planul de referinţă al coordonatelor geografice îl reprezintă planul ecuatorial. Acesta are o poziţie normală faţă de axa de rotaţie principală a pământului *NS* şi îl împarte în două părţi egale.
Intersecţia dintre planul ecuatorial şi sfera pământului reprezintă un cerc mare denumit *cerc ecuatorial*.
Intersectând sfera cu planuri care conţin axa de rotaţie a pământului, rezultă tot cercuri mari denumite *cercuri longitudinale sau meridiane*. Din intersecţia sferei cu planuri paralele cu planul ecuatorului rezultă cercuri mici, numite *cercuri de latitudine sau paralele*.
Raza acestora este întotdeauna mai mică decât raza pământului. Cercurile meridiane şi paralele sunt perpendiculare între ele. Cercul ecuatorial este împărţit în 360°, având originea stabilită prin convenţie internaţională, la intersecţia acestuia cu cercul meridian care trece prin observatorul ***Greenwich*** (Anglia). Gradarea începe cu 0° înspre est şi vest, ceea ce face să avem longitudini estice sau vestice. Arcul de cerc meridian ce porneşte de la ecuator către polul nord respectiv polul sud, se împarte în 90°, definind latitudini nordice sau sudice.
Poziţia unui punct ***P*** pe glob se indică prin:
- coordonate geografice unghiulare notate cu φ şi λ
- coordonate geografice curbilinii notate cu α şi β

În *figura 1.10* se observă că longitudinea punctului *P*, notată cu λ, este unghiul diedru dintre planul meridianului origine (*Greenwich*) şi planul meridianului ce trece prin punctul *P*, iar latitudinea φ este unghiul făcut de verticala punctului *P* cu planul ecuatorului.

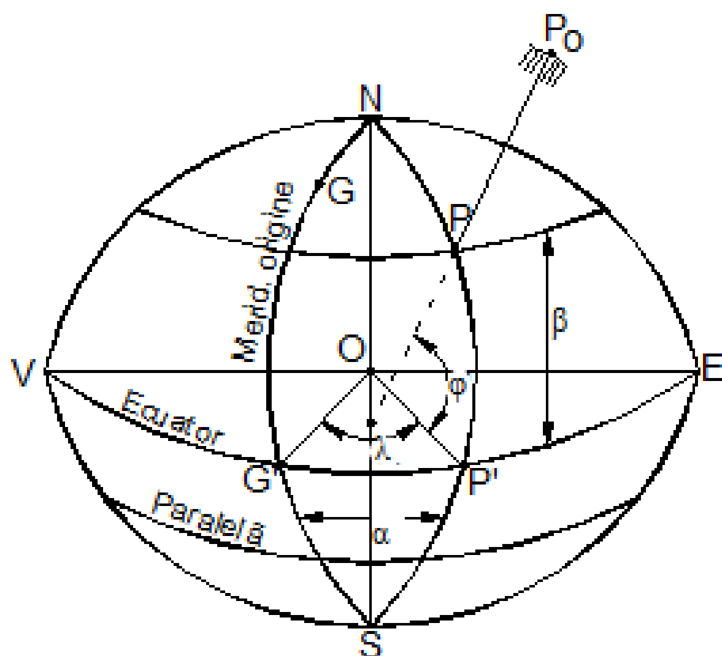


Figura 1.10 Coordonate geografice

Coordonatele geografice curbilinii sunt:
- longitudinea α, care reprezintă lungimea arcului ecuatorial ($G'P'$) cuprins între intersecţia meridianului origine cu ecuatorul şi intersecţia meridianului punctului *P* cu ecuatorul.
- latitudinea β, reprezintă arcul din cercul meridian ($P'P$) ce trece prin punctul considerat *P*, cuprins între ecuator şi punctul *P*.

În situaţia prezentată în *Figura 1.10*, punctul *P* are latitudine nordică şi longitudine estică.

România, prin poziţia geografică pe care o are, se caracterizează prin latitudine nordică şi longitudine estică. Coordonatele geografice nu se utilizează în topografie, însă constituie baza calculului coordonatelor punctelor de triangulaţie de ordinul I din reţeaua de bază a unei ţări.

1.14.2 Coordonate plane

Punctele în plan sunt determinate de coordonatele lor rectangulare ***X*** şi ***Y.*** În *figura 1.11* se observă că poziţia punctului *B* se poate determina faţă de poziţia punctului *A*, folosind relaţiile:

$$X_B = X_A + \Delta X_{AB}$$
$$Y_B = Y_A + \Delta Y_{AB} \quad (1.1)$$

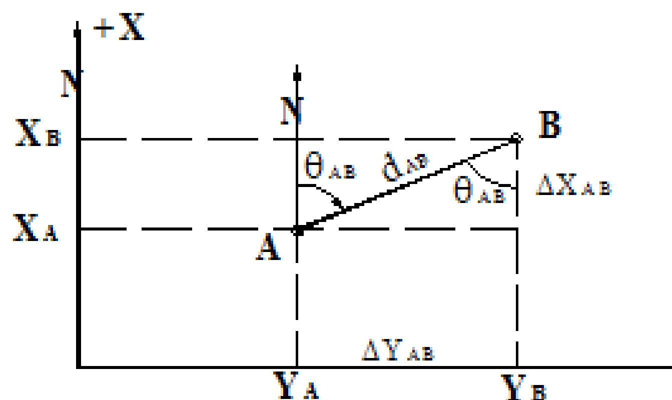


Figura 1.11 Coordonate rectangular

Dacă X_A, Y_A, X_B, Y_B sunt coordonate absolute ale punctelor *A şi B şi* $\Delta X_{AB}, \Delta Y_{AB}$ sunt coordonate relative ale aceloraşi puncte, acestea din urmă se pot exprima în mod trigonometric funcţie de distanţa d_{AB} dintre cele două puncte şi de orientarea direcţiei *AB* faţă de paralela dusă în *A* la axa *OX (N)*:

$$\Delta X_{AB} = d_{AB} \cdot \cos\theta_{AB}$$
$$\Delta Y_{AB} = d_{AB} \cdot \sin\theta_{AB} \qquad 1.2$$

Sistemele rectangulare folosite în timp pentru stabilirea punctelor în plan sunt prezentate în figura 1.12. Astfel, avem:

- sistemul matematic cu axa de coordonate **+*Y*** dirijată spre nord şi axa de coordonate **+*X*** îndreptată spre est
- sistemul geodezic cu **+*X*** dirijat spre nord şi **+*Y*** dirijat spre est
- sistemul astronomic cu **+*X*** dirijat spre sud şi **+*Y*** dirijat spre vest
- sistemul cadastral cu **+*X*** dirijat spre est şi **+*Y*** dirijat spre nord

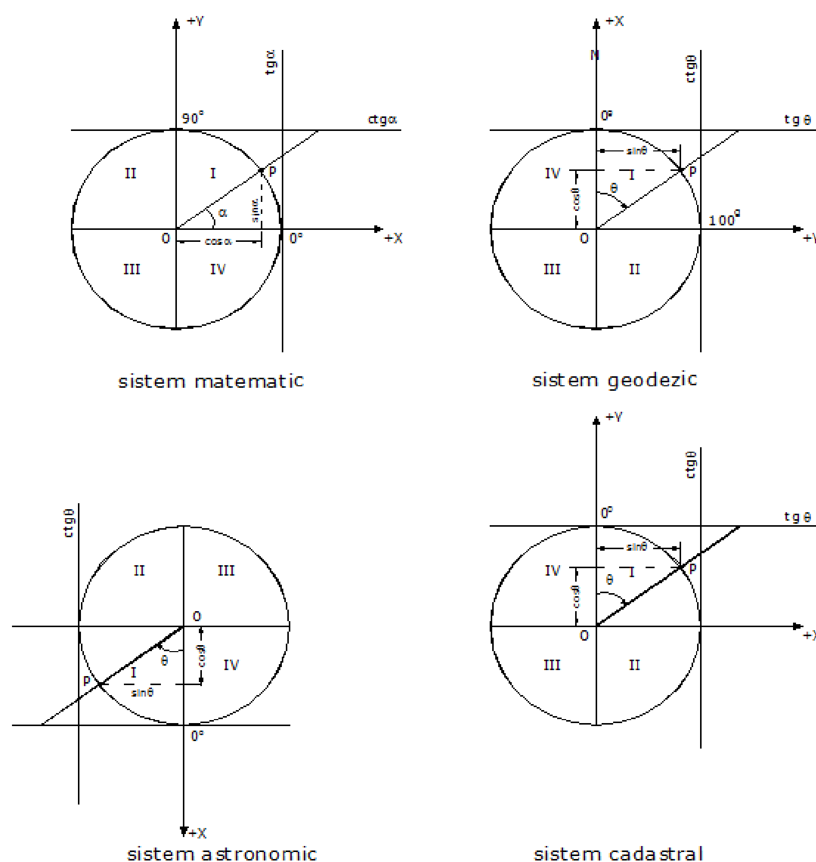


Figura 1.12 Sisteme rectangulare

În ţara noastră, în proiecţia stereografică pe plan oblic secant (*1933),* sistemul de axe rectangular, avea axa ***+Y*** dirijată spre nord şi ***+X*** dirijată spre est, fiind cunoscut sub numele de *sistemul cadastral român*.

În prezent, în România se foloseşte sistemul geodezic introdus odată cu proiecţia *Gauss-Krüger*.

În cazul vechii hărţi a ţării a fost folosit sistemul cadastral, iar pentru regiunile Banat şi Ardeal s-a întrebuinţat şi sistemul astronomic. În prezent, harta modernă a ţării cât şi toate lucrările topografice civile, sunt executate în **sistemul geodezic**.

Unui punct de pe suprafaţa topografică, în sistemul geodezic, i se poate stabili poziţia în spaţiu prin coordonate rectangulare, sau prin coordonate polare (Figura1.13).

a) coordonate rectangulare: X_P = abscisa punctului P

Y_P = ordonata punctului P

$H_P = PP_o$ = cota punctului P, care reprezintă înălţimea măsurată după verticala punctului considerat deasupra planului de comparaţie XOY

b) coordonate polare: $OP = D$ = raza polară (distanţa măsurată în teren, după panta terenului)

θ = azimutul (orientarea geografică)
α = unghiul de pantă
z = unghiul zenital (distanţa zenitală)

$$z + \alpha = 100^g$$

Din *figura 1.13* se poate observa că trecerea de la un sistem de coordonate la celălalt se poate face cu uşurinţă pe baza relaţiilor de calcul (1.3):

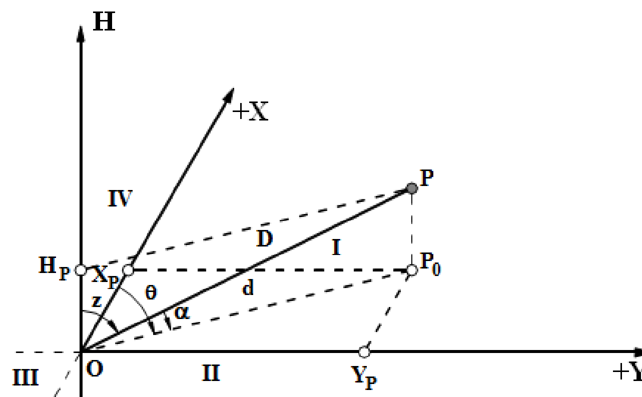


Figura 1.13 Sisteme de coordonate în spaţiu

$$d = D \cdot \cos\alpha = D \cdot \sin z$$
$$X_P = d \cdot \cos\theta = D \cdot \cos\alpha \cdot \cos\theta = D \cdot \sin z \cdot \cos\theta$$
$$Y_P = d \cdot \sin\theta = D \cdot \cos\alpha \cdot \sin\theta = D \cdot \sin z \cdot \sin\theta \qquad 1.3$$
$$H_P = D \cdot \sin\alpha = D \cdot \cos z = d \cdot tg\alpha = d \cdot ctg\, z$$

În concluzie putem afirma că, pentru stabilirea poziţiei în spaţiu a unui punct de pe suprafaţa terestră, va fi necesar să se măsoare distanţe şi unghiuri.

1.14.3 Sisteme de coordonate natural

Calificativul *natural* ataşat unor sisteme, respectiv unor coordonate, cu care se lucrează în geodezie, urmăreşte îndeplinirea unui dublu deziderat: pe de o parte se exprimă modalitatea de definire a sistemului sau coordonatelor respective (în raport de *mărimi naturale*), iar pe de altă parte se indică legăturile directe dintre acestea şi *procesele de măsurare* sau, mai general, *de determinare*.

1.14.3.1 Sistemul cartezian geocentric

Sistemul natural global cartezian geocentric este considerat drept sistemul fundamental al geodeziei. Coordonatele carteziene ***X, Y, Z*** sau diferenţe de asemenea coordonate, obţinute în *geodezia cu sateliţi*, definesc poziţia punctului ***P*** (Figura 1.14) situat pe suprafata fizică a Pământului.

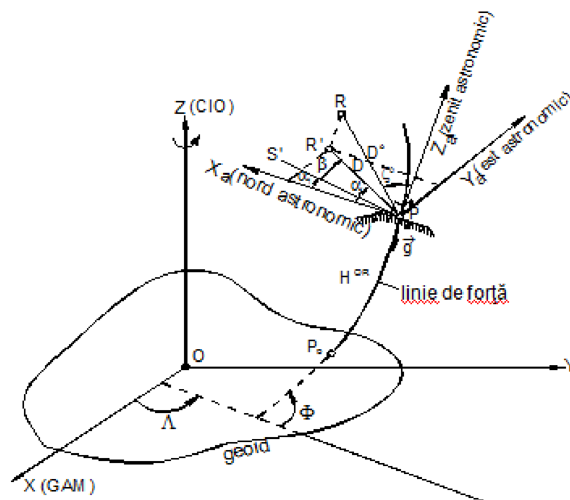


Figura 1.14 Sisteme de coordonate naturale

oziţia punctului *P* poate fi definită, de asemenea, prin alte coordonate globale şi anume *coordonatele astronomice* Φ, Λ (latitudine şi longitudine astronomică) completate cu altitudinea ortometrică H^{OR}. Aceste coordonate vor fi denumite *coordonate astronomice globale* (deşi H^{OR} nu este dedusă prin metode astronomice).

Latitudinea astronomică ***Φ*** este unghiul format de verticala punctului *P* cu planul geoidului.

Longitudinea astronomică ***L*** este unghiul diedru format de planul meridianului astronomic al punctului *Greenwich*, cu planul meridianului astronomic al punctului P.

Coordonatele astronomice ***Φ*** şi ***L*** determină poziţia verticalei în punctul considerat. Prin urmare, odată cu aducerea axei principale a oricărui instrument geodezic în poziţie verticală, se încadrează observaţiile geodezice în sistemul natural de referinţă menţionat**.**

1.14.3.2 Sistemul astronomic local

Se consideră un *sistem local* în care punctul de staţie ***P*** îndeplineşte rolul de origine a sistemului *(topocentru)*. Sensul pozitiv al axelor de coordonate este considerat când:

- axa Z_a este îndreptată după tangenta la linia de forţă, către zenitul astonomic;
- planul X_aY_a este perpendicular pe direcţia gravităţii (de aceea este numit *plan orizontal*);

- axa $\boldsymbol{X_a}$ este situată în meridianul astronomic al punctului considerat (direcţia nord), iar axa $\boldsymbol{Y_a}$ este îndreptată spre direcţia estului astronomic.
Evident, fiecărui punct de staţie îi corespunde un alt sistem astronomic. În raport cu topocentrul, poziţia oricărui punct învecinat poate fi exprimată prin *coordonatele carteziene astronomice* locale $X_aY_aZ_a$.
În sistemul astronomic local poziţia unui punct ***R*,** aflat în legătură directă cu punctul de staţie
care îndeplineşte rolul de topocentru, poate fi exprimată şi în funcţie de următoarele observaţii geodezice (Figura1.14):
- D^o - *distanţa înclinată* dintre cele două puncte
- α - *azimutul astronomic*, care este unghiul dintre direcţia *PR* şi meridianul astronomic al punctului de staţie
- ζ^0 - *unghiul zenital*, care este unghiul dintre verticala locului şi direcţia *PR*

Măsurătorile $D^o, \alpha,$ ζ^0 (completate, după caz, cu β) sunt denumite şi *coordonate astronomice polare locale.*
Legătura dintre cele două categorii de coordonate naturale locale este:

$$X_a = \begin{Vmatrix} X_a \\ Y_a \\ Z_a \end{Vmatrix} = D^0 \cdot \begin{Vmatrix} \cos\alpha \cdot \sin\zeta^0 \\ \sin\alpha \cdot \sin\zeta^0 \\ \cos\zeta^0 \end{Vmatrix} \qquad 1.4$$

1.14.4 Sisteme de coordonate convenţionale

Sistemele de coordonate denumite *convenţionale* sunt definite în raport cu elipsoidul de referinţă (Figura 1.15) pe care se proiectează reţelele geodezice de sprijin de ordin superior. În comparaţie cu sistemele naturale de coordonate, care se raportau direct la procesele de măsurare, se consideră că sistemele convenţionale de coordonate se raportează, de regulă, la procesele de calcul.

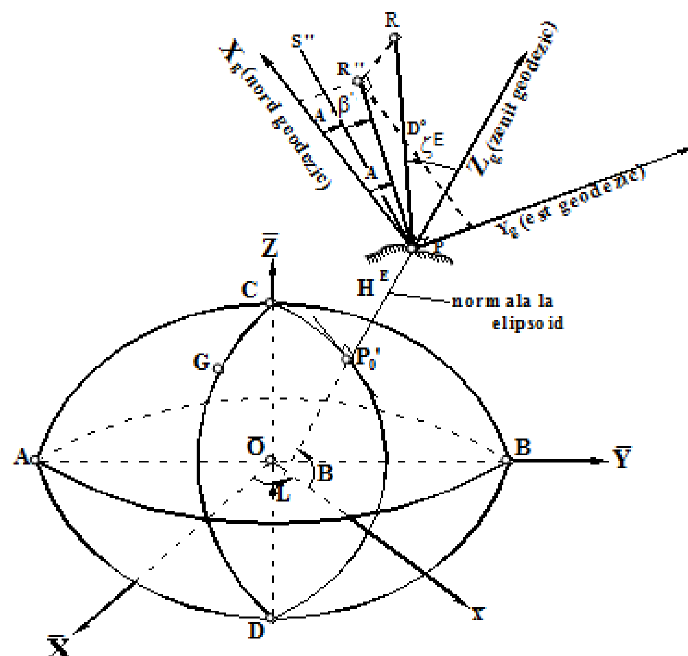


Figura 1.15 Sisteme de coordonate convenţionale

1.14.4.1 Sistemul global ellipsoidal

Sistemul cartezian global elipsoidal $\overline{X},\overline{Y},\overline{Z}$, (Figura 1.15) este omolog cu sistemul cartezian global geocentric. Având în vedere modalitatea de determinare a oricărui elipsoid de referinţă, rezultă o apropiere mare, până aproape de coincidenţă, a originilor $\overline{O}$ şi O ale celor două sisteme de coordonate şi de asemenea a axelor de coordonate $\overline{X},\overline{Y},\overline{Z}$ *şi X, Y, Z* (Figura 1.14 şi 1.15).
Poziţia punctului *P,* situat pe suprafaţa fizică a pământului, poate fi definită prin coordonatele carteziene $\overline{X},\overline{Y},\overline{Z}$, în raport cu originea $\overline{O}$.
Prin analogie cu coordonatele naturale *F, L,* H^{OR} se definesc *coordonatele elipsoidale B, L,* H^E, prin care se poate descrie, de asemenea, poziţia punctului *P* în sistemul global elipsoidal:
- *latitudinea geodezică* ***B*** este unghiul format de normala la elipsoid în punctul *P* cu planul ecuatorului elipsoidului de referinţă
- *longitudinea geodezică* ***L*** este unghiul diedru format de meridianul geodezic al punctului *P* cu meridianul geodezic al punctului Greenwich
- *altitudinea elipsoidală* $\boldsymbol{H^E}$ este segmentul de normală cuprins între poziţia punctului pe suprafaţa fizică (P) şi proiecţia sa pe suprafaţa elipsoidului (P_o').

1.14.4.2 Sistemul elipsoidal local

Prin analogie cu sistemul astronomic local descris în 1.14.3.2 se poate defini sistemul elipsoidal local (Figura 1.15), în care punctul de staţie *P* îndeplineşte rolul de origine, iar axele de coordonate au sensul pozitiv după cum urmează:
- axa Z_g este orientată după normala la elipsoid în punctul *P* considerat, către zenitul geodezic
- axa X_g este situată în meridianul geodezic al punctului *P* (direcţia nordului geodezic)
- axa Y_g este orientată spre estul geodezic

Din compararea Figura 1.14 şi 1.15, rezultă că măsurătorilor α şi ζ^0 le corespund, în sistemul elipsoidal local:
- azimutul geodezic *A*
- unghiul zenital elipsoidal ζ^E

Distanţa înclinată (măsurată) D^o este preluată fără modificări şi în sistemul elipsoidal local. Prin urmare, poziţia punctului *R* poate fi descrisă în acest sistem prin utilizarea mărimilor *A*, ζ^E şi D^o. Acestea sunt denumite şi *coordonate elipsoidale polare locale*.

1.15 DATELE GEODEZICE FUNDAMENTALE DE REFERINŢĂ

Datele geodezice fundamentale de referinţă determină poziţionarea sistemului de coordonate utilizat în interiorul sistemului cartezian geocentric. Deşi în principiu operaţiunea menţionată poate fi realizată pentru oricare dintre sistemele de coordonate posibile, în geodezie intervine în mod deosebit, şi aproape exclusiv, încadrarea sistemului de coordonate global elipsoidal $\overline{X}, \overline{Y}, \overline{Z}$ (Figura1.15) în sistemul cartezian geocentric *X, Y, Z* (Figura1.14).
Se consideră necesară ataşarea noţiunii de ” ***fundamental*** ” la denumirea de date geodezice de referinţă, deoarece la noi în ţară punctul geodezic care a îndeplinit rolul principal în operaţiunea menţionată a fost numit ***punct geodezic fundamental***. În plus, sistemul *X,Y,Z* de referinţă, este denumit şi sistem fundamental geodezic, ca urmare a rolului pe care îl îndeplineşte.
Determinarea datelor geodezice fundamentale de referinţă, precum şi a punctului geodezic fundamental constituie una din problemele extrem de importante şi în acelaşi timp dificile, ale geodeziei, pentru care se cunosc diferite rezolvări (*Helmert 1880* şi *1962*, *Krasovski 1955, Heiskanen - Moritz 1967*, *Torge 1975*, *Groten 1979* etc.).
Dificultăţile de rezolvare a problemei menţionate sunt funcţie directă de complexitatea acceptată la formularea problemei însăşi. Astfel, sub forma sa cea mai generală, determinarea datelor geodezice fundamentale de referinţă ar include determinarea următorilor parametri (Figura 1.16):

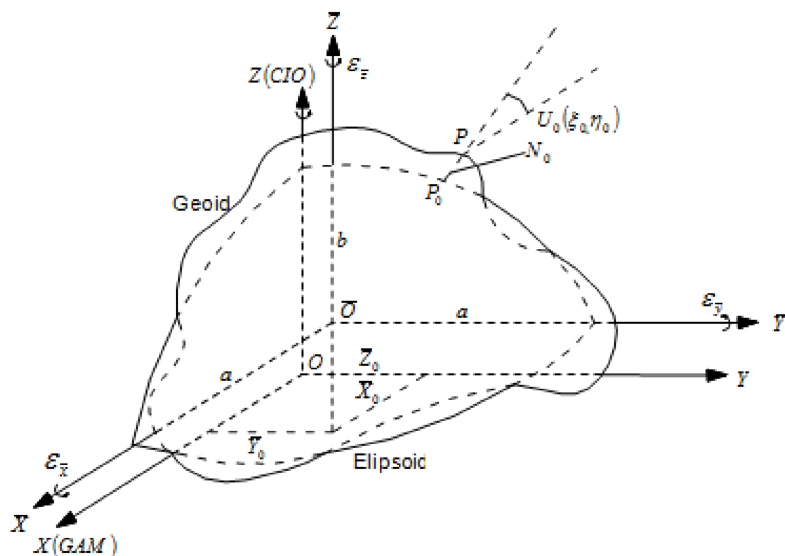


Figura 1.16 Datele geodezice fundamentale de referinţă

- coordonatele $X_{\bar{0}}, Y_{\bar{0}}, Z_{\bar{0}}$ ale originii sistemului global elipsoidal în interiorul sistemului cartezian geocentric
- unghiurile de rotaţie $\varepsilon_{\bar{X}}, \varepsilon_{\bar{Y}}, \varepsilon_{\bar{Z}}$ ale axelor sistemului elipsoidal în raport cu sistemul geocentric
- deoarece se anticipează utilizarea elipsoidului ca suprafaţă de referinţă la rezolvarea problemelor geodezice, la cei 6 parametri menţionaţi se adaugă parametri ***a*** (semiaxa mare) şi ***f*** (turtirea) care definesc elipsoidul (optim) corespondent.

1.15.1 Principiile metodei Helmert

Această metodă a fost folosită de către *Hayford* în anul *1909* la determinarea parametrilor primului elipsoid internaţional, care îi poartă numele.
În *metoda Helmert* se neglijează unghiurile de rotaţie dintre axele de coordonate ale celor două sisteme menţionate.

$$\varepsilon_{\bar{X}} = \varepsilon_{\bar{Z}} = \varepsilon_{\bar{Y}} = 0$$

În continuare, este înlocuită determinarea coordonatelor $X_{\bar{0}}, Y_{\bar{0}}, Z_{\bar{0}}$ cu determinarea componentelor deviaţiei verticalei ξ_0, η_0 şi a ondulaţiei geoidului N_0 în punctul geodezic fundamental P_0. Prin intermediul celor trei mărimi ξ_0, η_0, N_0 se realizează, de asemenea, *poziţionarea şi orientarea* elipsoidului de referinţă în interiorul geoidului.
Deci, parametri care definesc datele geodezice fundamentale de referinţă în *metoda Helmert* sunt: ξ_0, η_0, N_0, a, f.

Pentru a putea efectua prelucrarea datelor pe suprafaţa elipsoidului de referinţă, este necesară, în principiu, cunoaşterea unui azimut geodezic iniţial A_{01}, precum şi lungimea unei linii geodezice iniţiale s_{01} din punctul fundamental P_0 spre un alt punct P_1 din reţea. Deoarece scara reţelei considerate se poate determina şi ulterior în etapa de prelucrare a datelor, prin utilizarea unui număr oarecare de distanţe măsurate, de obicei se face abstracţie de lungimea s_{01} în acest stadiu al calculelor.

Metoda Helmert presupune o reţea geodezică de suprafaţă, în care s-au efectuat determinări astronomice *Φ, Λ* şi *α* , măsurători de baze geodezice (sau măsurători directe de laturi în reţea), observaţii unghiulare sau de direcţii. Punctele în care s-au efectuat determinări astronomice complete sunt denumite ***puncte Laplace*** şi numărul lor este mai mic în comparaţie cu numărul total al punctelor geodezice din reţeaua considerată.

Calculele se vor efectua pe un elipsoid oarecare, ai cărui parametri *a* şi *f* sunt consideraţi ca valori provizorii. Metoda caută să determine alţi parametri (*a* şi *f*), pentru un elipsoid care să corespundă în mod optim reţelei considerate:

$$a = a^0 + da$$
$$f = f^0 + df \qquad 1.5$$

Mărimile ”*da*” şi ”*df* ” urmează a fi determinate pe baza algoritmului de calcul elaborat de Helmert şi sunt exprimate:

da - în metri,

df - mărime adimensională

Triangulaţia veche a României (până la al II-lea război mondial) s-a bazat pe existenţa punctului fundamental în Bucureşti, pe Dealul Piscului la observatorul astronomic militar(OAM). S-a acceptat tangenţa elipsoidului la geoid în punctul fundamental, iar orientarea elipsoidului Hayford folosit s-a bazat doar pe determinările astronomice.

Actuala triangulaţie a României (şi a altor ţări europene) se bazează pe următoarele date geodezice fundamentale:

- elipsoidul de referinţă este elipsoidul KRASOVSKI
- punctul fundamental al reţelei este punctul PULKOVO (Rusia) având orientarea spre punctul BUGRÎ şi cu următoarele coordonate :

B = 59°46'15", 359
L = 30°19'28", 318
A = 121°06'42", 305

Se lucrează la elaborarea unui nou sistem de date geodezice fundamentale de referinţă pentru triangulaţia de stat din ţara noastră. Având în vedere că în reţeaua de triangulaţie de stat există un număr însemnat de puncte Laplace, noul sistem de date geodezice de

referinţă are drept scop o mai bună adaptare la suprafaţa geoidului pe întreg teritoriul ţării noastre.
În funcţie de mărimea suprafeţei acoperite de observaţiile geodezice şi astronomice avute la dispoziţie, determinările datelor geodezice de referinţă au un caracter local (când reţeaua astronomo - geodezică acoperă o anumită zonă dintr-o ţară sau o ţară de suprafaţă mică sau medie) sau un caracter regional continental (când reţeaua astronomo - geodezică acoperă astfel de teritorii). Rezultatul final este diferit de la caz la caz, constând în determinarea unui anumit elipsoid specific care prin dimensiuni, poziţie şi orientare, aproximează geoidul în mod optim, dar numai pentru suprafaţa considerată (sau cel mult pentru zone învecinate).
În determinarea datelor geodezice fundamentale se mai ţine cont şi de diferenţele existente între mărimile astronomice şi mărimile geodezice.
Pentru reţelele locale ca date de referinţă pot fi folosite următoarele: coordonatele unui punct preluate din reţeaua de stat precum şi orientarea unei laturi din reţea.

1.15.2 Punctul fundamental în reţeaua de nivelment (punctul zero)

Reţelele de nivelment de stat sunt racordate la un punct fundamental numit şi ***punct zero fundamental*** sau ***punct origine***.
Stabilirea şi utilizarea acestui punct fundamental implică în principiu următoarele probleme:

1.Problema amplasamentului punctului zero fundamental
Soluţionarea acestei probleme se poate face prin :
a) Amplasarea punctului zero fundamental în imediata apropiere a coastelor mărilor şi oceanelor care oferă avantajul unor legături directe cu volum minim de lucrări între acest punct şi instrumentele prin care se controlează şi se înregistrează variaţia în timp a nivelului mării respective.
Stabilitatea reperului însă este mică din cauză că în zonele de coastă se produc mişcări pe verticală destul de însemnate în decursul anilor.
b) Amplasarea punctului zero fundamental în zone stabile (zone stâncoase) din punct de vedere geologic la o depărtare oarecare de nivelul mării.

2.Problema verificării stabilităţii punctului zero fundamental
În acest sens se prezintă următoarele soluţii practice:
a) Stabilitatea reperului este urmărită în raport cu nivelul mării cu care reperul se află în legătură. Rezultatele nu sunt însă edificatoare întrucât şi nivelul mărilor este în continuă modificare în timp.
Înregistrarea continuă a variaţiilor temporale ale nivelului mării se realizează prin dispozitive speciale numite *maregrafe* sau *mire maritime*. Fiecare maregraf este racordat la *3 - 5* repere de nivelment (unul dintre acestea fiind denumit reper principal) amplasat în apropierea maregrafului, iar prin intermediul ”nivelmentului de coastă” datele sunt transmise la reţeaua de nivelment de stat. În plus sunt necesare informaţii

cu privire la condiţiile climaterice, temperatură şi densitatea apei mării pentru a putea efectua prelucrările matematice ulterioare.
La noi în ţară sunt instalate astfel de maregrafe în portul Constanţa, Tomis şi Mangalia. Pe baza datelor înregistrate la maregraful din Constanţa, pe o perioadă de aproximativ *40* de ani, s-a determinat viteza de creştere a nivelului Mării Negre ca fiind de ≈ + *4 mm / an.*
b) Maregrafe instalate în lungul coastei la intervale de *100 - 300 km* racordate între ele printr-o reţea de nivelment geodezic repetat la anumite intervale de timp.
c) Pentru punctele ”zero - fundamentale” amplasate în zone continentale cu mişcări crustale verticale mici, problema stabilităţii nu se mai pune.
Sistemul de nivelment folosit în prezent în ţara noastră este denumit ***sistem Marea Neagră „0” 1975.***

1.16 TIPURI DE MĂSURĂTORI EFECTUATE ÎN REŢELELE GEODEZICE

Lucrările efectuate în reţelele geodezice de sprijin au ca obiectiv final determinarea coordonatelor punctelor reţelei într-un anumit sistem de referinţă. Pentru a realiza acest obiectiv în reţelele geodezice se efectuează diferite măsurători, a căror natură depinde de tipul şi destinaţia reţelei. Prin urmare, într-o reţea dată nu pot fi întâlnite toate tipurile de măsurători geodezice posibile.

1.16.1 Unghiuri şi direcţii azimutale

Unghiurile şi direcţiile azimutale pot determina o reţea de triangulaţie din punct de vedere geometric. Pentru un triunghi *ABC*, în care latura *AB* este cunoscută, ar fi necesar şi suficient să se cunoască unghiurile din punctele *A* şi *B*.
În lucrările de triangulaţie această determinare reprezintă un caz izolat, măsurându-se aproape întotdeauna şi unghiul din punctul *C* (Figura 1.17 b). În acest fel, măsurătorile unghiulare din punctele *A, B, C* sunt caracterizate printr-un „grad de libertate” care poate fi anulat de necesitatea ca unghiurile *compensate* să satisfacă o anumită *condiţie geometrică*.

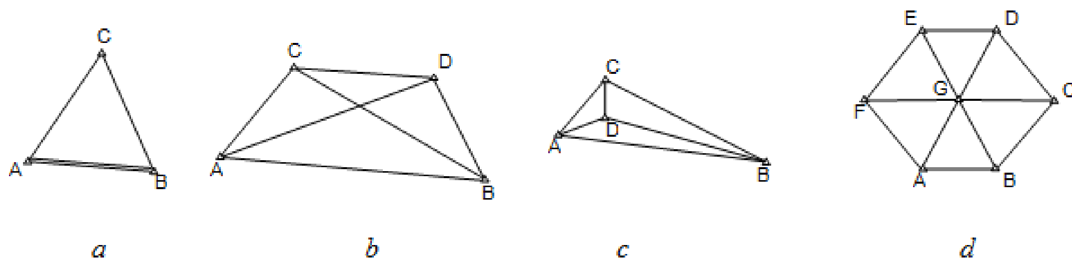


Figura 1.17 Figuri elementare, componente ale reţelelor de triangulaţie
a – triunghi geodezic; b – patrulater geodezic; c,d – poligoane cu punct central.

Introducerea unor măsurători unghiulare suplimentare (Figura 1.17 b, c, d) conduce la crearea de noi grade de libertate în reţea, reclamând respectarea de către valorile compensate a unui număr corespunzător de condiţii geometrice.

1.16.2 Lungimi

Lungimile măsurate determină scara reţelei de triangulaţie. În acest scop ar fi strict necesară cunoaşterea unei singure lungimi, orice măsurătoare suplimentară conducând, ca şi în cazul precedent, la necesitatea respectării unei noi condiţii geometrice.
Lungimile din reţelele de triangulaţie pentru care se acceptă ponderea $\boldsymbol{p} = \infty$ se numesc ***baze geodezice***. Asemenea valori provin din măsurători precise, efectuate cu firul de invar sau cu ajutorul instrumentelor electronice. Se pot introduce şi valori finite pentru ponderi, urmând ca valoarea cea mai probabilă a acestor lungimi să fie determinată prin compensarea reţelei de triangulaţie.
Este de menţionat că măsurătorile de lungimi micşorează propagarea erorilor longitudinale din reţelele de triangulaţie.
În reţelele de triangulaţie de ordin inferior lungimile pot fi calculate din coordonatele punctelor de ordin superior existente eventual în reţea şi care sunt considerate ***puncte vechi***.

1.16.3 Azimute astronomice

În cazul reţelelor geodezice, azimutele astronomice $\boldsymbol{\alpha}$ se vor transforma în azimute geodezice ***A*****,** pe baza ecuaţiei *Laplace*, determinând orientarea reţelei de triangulaţie.
Utilizarea azimutelor *Laplace* este specifică reţelelor mari de triangulaţie, denumite şi *reţele astronomo - geodezice*. Deoarece aceste reţele se realizează cu o precizie superioară reţelelor de stat, micşorarea posibilelor erori de rotaţie ale întregii reţele se poate realiza prin măsurarea unor azimute *Laplace*, la capetele reţelei.
Prin relaţii matematice, azimutele Laplace pot fi reduse la planul de proiecţie transformându-se în orientări θ.
În reţelele de ordin inferior, orientările $\boldsymbol{\theta}$ pot fi calculate din coordonatele punctelor de ordin superior existente eventual în reţea, şi care sunt considerate puncte vechi.

1.16.4 Coordonate astronomice

Coordonatele astronomice ***Φ, Λ*** se transformă în coordonate geodezice ***B*** şi ***L*** prin intermediul relaţiilor:

$$B = \phi - \xi \qquad 1.6$$
$$L = \Lambda - \eta \sec\phi$$

în care:
B → latitudine geodezică → unghiul format de normala în punctul *P* cu planul ecuatorului terestru
L → longitudine geodezică → unghiul diedru format de planul meridianului geodezic al punctului *P* cu planul meridianului geodezic al punctului *Greenwich*

$\boldsymbol{\Phi}$ → latitudine astronomică → unghiul format de verticala punctului *P* cu planul ecuatorului
$\boldsymbol{\Lambda}$ → longitudine astronomică → unghiul diedru format de planul meridianului astronomic al punctului *P* cu planul meridianului astronomic *Greenwich* (meridian origine).
Ele pot determina poziţia reţelei de triangulaţie pe elipsoidul de referinţă.
Coordonatele punctelor de ordin superior sunt preluate de regulă ca *elemente fixe* la prelucrarea reţelelor de ordin inferior.

1.16.5 Unghiuri zenitale

Determinarea altitudinilor în reţelele de triangulaţie se realizează de cele mai multe ori prin metoda nivelmentului trigonometric care presupune măsurători de unghiuri zenitale.
Prelucrarea observaţiilor zenitale se efectuează, în mod obişnuit, independent de prelucrarea unghiurilor azimutale şi a lungimilor. În cadrul geodeziei tridimensionale, prelucrarea tuturor acestor măsurători se execută însă în bloc.

1.16.6 Diferenţe de nivel

Reţeaua nivelmentului de stat, precum şi alte reţele de nivelment sunt determinate prin măsurători de diferenţe de nivel. Metoda nivelmentului geometric este mult mai precisă în comparaţie cu metoda nivelmentului trigonometric, însă mult mai laborioasă. De aceea, metoda este puţin utilizată în cadrul reţelelor geodezice planimetrice (triangulaţie, trilateraţie), numai unde accesul la punctele geodezice prin nivelment geometric nu este prea dificil.

1.16.7 Măsurători gravimetrice

În cadrul reţelelor gravimetrice se fac determinări absolute şi relative ale acceleraţiei gravităţii. Determinări relative intervin şi în reţelele de nivelment geometric, fiind necesare la calculul corecţiilor specifice sistemului de altitudini folosit.
Deşi nu în mod direct, determinările gravimetrice intervin şi în reţelele de triangulaţie de ordin superior, la calculul componentelor astonomo-geodezice ale deviaţiei verticalei ξ_{ag}, η_{ag}, precum şi al ondulaţiilor cvasigeoidului $\boldsymbol{\zeta}$ necesare la reducerea observaţiilor geodezice la suprafaţa elipsoidului de referinţă.

1.16.8 Influenţa refracţiei atmosferice asupra măsurătorilor geodezice

Refracţia atmosferică terestră se manifestă în troposferă şi în primele straturi ale stratosferei (până la aproximativ 10-11 km) influenţând deopotrivă măsurătorile unghiulare şi zenitale.
Refracţia atmosferică terestră depinde de proprietăţile fizice ale atmosferei şi de starea solului între care există o dependenţă reciprocă. Atmosfera este compusă dintr-un

amestec de gaze şi anume: în condiţii normale de temperatură $t_0 = 0^0C$ şi presiune $p_0 = 760\ mmHg$, există următoarea proporţie a elementelor componente principale: azot 78,09%, oxigen 20,95% argon 0,93%, anhidridă carbonică $\approx$0,03%, hidrogen $5 \cdot 10^{-5}$%, alte gaze $\approx 2 \cdot 10^{-3}$%, vapori de apă, impurităţi (praf, fum, în special în primele straturi), a căror răspândire este neuniformă.

Pentru definirea proprietăţilor fizice ale atmosferei, s-au făcut în decursul timpului, diverse ipoteze, prin care s-au stabilit anumite relaţii între temperatura ”*t*”, presiunea ”*p*”, densitatea ”Δ” şi altitudinea ”*H*”, reprezentând teorii diferite referitoare la refracţia atmosferică. Se acceptă în continuare modelul de atmosferă terestră cu straturi plane şi paralele (Figura1.18).

În aceste straturi, refracţia are loc după legile descoperite de Snellius şi Descartes:

1.-normala la suprafaţa de separare a două medii omogene transparente, diferite în punctul de incidenţă, se află în acelaşi plan cu raza incidentă şi cea refractată.

2 – raportul dintre sinusul unghiului de incidenţă ”i” şi sinusul unghiului de refracţie ”r” este o mărime constantă pentru două medii date:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} = 1 + \frac{\Delta n}{n} \qquad 1.7$$

unde n_1 şi n_2 reprezintă indicii de refracţie absoluţi ai primului, respectiv ai celui de-al doilea mediu.

Indicii de refracţie ai straturilor atmosferice descresc cu înălţimea, tinzând către valoarea 1 pentru straturile superioare.

Ca urmare, $i_2 = r_1 \text{'} i_1$, iar raza luminoasă ce porneşte dintr-un punct oarecare P_1 spre un alt punct P_2 capătă o concavitate către sol. Astfel, refracţia atmosferică are ca efect ridicarea aparentă a punctului vizat.

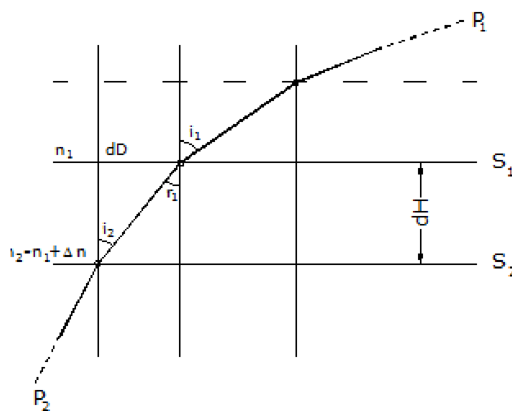


Fig .1.18 Refracţia razelor de lumină
în ipoteza straturilor plane şi paralele ale atmosferei

1.16.8.1 Refracţia atmosferică terestră vertical

În ipoteza că între două puncte A şi B există un număr infinit de straturi atmosferice, linia frântă ce reprezintă traseul razei de lumină care pleacă din B către A, poate fi aproximată cu o curbă (Figura1.19).

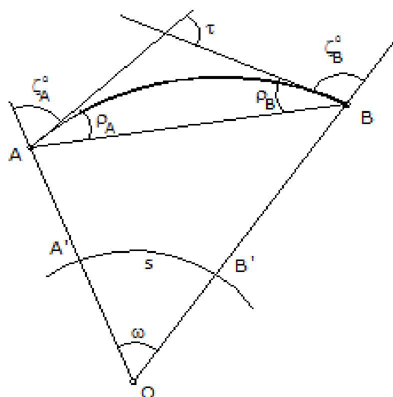


Figura 1.19 Refracţia terestră verticală

Unghiul format de raza de lumină cu verticala la suprafaţa geoidului, într-un punct oarecare şi notat cu ζ_0 , este unghiul zenital măsurat în acest punct. Presupunem suprafaţa complexă a geoidului înlocuită prin cea a sferei medii Gauss, de rază $R = \sqrt{MN}$ (M fiind raza de curbură a elipsei meridiane, iar N raza de curbură a primului vertical sau marea normală).

Prin refracţie totală se înţelege unghiul τ format de tangentele în punctele A şi B.

$$\tau = \rho_A + \rho_B \qquad 1.8$$

unde, ρ_A şi ρ_B sunt unghiurile de refracţie din cele două puncte, astfel încât legătura dintre unghiurile zenitale aparente sau măsurate ζ_0 şi cele reale ζ este:

$$\zeta_A = \zeta^0{}_A + \rho_A \qquad 1.9$$

$$\zeta_B = \zeta^0{}_B + \rho_B$$

Pentru intervalul AB formula cea mai generală pentru refracţia totală este:

$$\tau_{AB} = \int_A^B \Gamma ds \qquad 1.10$$

unde, Γ reprezintă curbura variabilă a razei de lumină, iar ds reprezintă elementul de arc $\widehat{AB}$.

În mod practic, această integrală este imposibil de determinat întrucât ea depinde de starea efectivă a atmosferei în timpul măsurătorilor.

Deoarece în triangulaţie refracţia atmosferică verticală intervine doar la efectuarea observaţiilor zenitale necesare pentru stabilirea cotelor prin nivelment trigonometric, se acceptă ipoteze care simplifică modalitatea de calcul a acestei integrale.

O justificare a acestor ipoteze este generată şi de faptul că distanţele cu care se operează, sunt de regulă mai mici decât 6 km. Pentru asemenea domenii se poate accepta $\Gamma_0 = $constant,

rezultând că arcul de curbă $\widehat{AB}$ poate fi asimilat cu un arc de cerc.
Rezultă:

$$\rho_A = \rho_B = \rho = \frac{\tau_{A,B}}{2} \quad 1.11$$

Integrala va deveni astfel:

$$\int_A^B \Gamma ds = \Gamma_0 \; AB \quad 1.12$$

iar refracţia totală:

$$\tau_{A,B} = \Gamma_0 \; AB \quad 1.13$$

Se mai introduce o aproximaţie şi anume $AB \approx s$, unde "s" reprezintă proiecţia distanţei dintre punctele A şi B pe sfera medie Gauss, sau mai general, pe elipsoidul de referinţă.
Arcul $\widehat{AB} = R\,\omega$, deci:

$$\tau_{A,B} = \Gamma_0 R\omega = \frac{1}{R'} R\omega = k\omega \quad 1.14$$

unde, coeficientul de proporţionalitate $k = \frac{R}{R'}$ este denumit coeficient de refracţie.

R reprezintă raza medie Gauss iar *R'* reprezintă raza curbei de refracţie.
Din relaţiile (1.11);şi(1.14) rezultă:

$$\rho = \frac{k\omega}{2} \quad 1.15$$

Din figura 1.19 rezultă că:

$$\zeta^0_A + \rho_A = \omega + \left[180^0 - \left(\zeta^0_B + \rho_B\right)\right] \quad 1.16$$

adică, unghiul $(\zeta^0_A + \rho_A)$ exterior triunghiului AOB este egal cu suma unghiurilor interioare nealăturate.
Dar, $\rho_A = \rho_B = \rho$, şi deci

$$\zeta^0_A + \rho = \omega + 180^0 - (\zeta^0_B + \rho) \quad 1.17$$

$$2\rho = \omega + 180^0 - (\zeta^0_A + \zeta^0_B) \quad 1.18$$

dar, $2\rho = k\omega$ (vezi 1.15)
iar, $k\omega = \tau$ (vezi 1.14)

Rezultă deci din 1.18 :

$$\tau = \omega + 180^0 - (\zeta^0 + \zeta^0_B) \quad 1.19$$

$$k\omega = \omega + 180^0 - (\zeta^0_A + \zeta^0_B) \quad 1.20$$

$$\omega(k-1) = 180^0 - (\zeta^0_A + \zeta^0_B) \quad 1.21$$

$$k - 1 = \frac{180^0 - (\zeta^0_A + \zeta^0_B)}{\omega} \quad 1.22$$

Aceasta constituie o formulă de determinare a coeficientului de refracţie funcţie de distanţele zenitale presupuse ca fiind măsurate la sol şi unghiul ω presupus de asemenea cunoscut.

Această formulă este aplicabilă sub anumite restricţii în ceea ce priveşte determinarea unghiurilor zenitale ζ_A *şi* ζ_B, restricţii ce provin din faptul că refracţia totală τ este o funcţie periodică, cu perioada 24 h.

Forma acestei funcţii este diferită în timp şi spaţiu, în funcţie de diferiţi parametri, dintre care cel mai important este temperatura atmosferică. Temperatura, la rândul ei depinde de radiaţiile solare directe, ajungându-se astfel la o concluzie foarte importantă pentru măsurătorile geodezice şi anume, ***ciclul refracţiei atmosferice terestre este o consecinţă directă a gradului de încălzire a solului***.

Se observă astfel următoarele caracteristici:

- un maxim în timpul nopţii
- descreştere către răsăritul soarelui
- un minim către ora 10
- stabilitate între orele 10-15
- creştere către apusul soarelui

Trebuie luate însă în consideraţie şi variaţiile locale datorate anotimpului, poziţiei geografice a zonei, naturii terenului peste care trece viza (vegetaţie, ape, etc), distanţei de vizare, ş.a.

Măsurătorile zenitale trebuie executate în perioada de stabilitate a refracţiei terestre, deoarece prin nivelment trigonometric reciproc simultan s-ar putea elimina în acest fel influenţa necunoaşterii exacte a unghiului de refracţie ρ. Dar, în perioadele de stabilitate a refracţiei, calitatea imaginii lasă de dorit, datorită agitaţiei atmosferice. De aceea, experienţa fiecărui operator va fi hotărâtoare în alegerea perioadei optime de efectuare a măsurătorilor, care trebuie să se afle totuşi în intervalul arătat.

În general, pentru ţările cu climă continentală, vara, în zilele călduroase, coeficientul de refracţie este: 0,11′k′0,14. Gauss a dedus acest coeficient ca fiind k = 0,13 iar pentru ţara noastră este adoptat k = 0,14. În anul 1964 , profesorul A. Russu, a stabilit valori ale coeficientului de refracţie pentru zona oraşului Braşov, pe baza unui număr mare de determinări.

Astfel, s-au dedus următoarele valori medii, valabile pentru vize "înalte" - minimum 6 m deasupra solului :

- k = 0,115 între orele 10 şi 14
- k = 1,145 între orele 7-9 şi 15-17

1.16.8.2 Refracţia atmosferică lateral

Aceasta constituie un fenomen deosebit de important, care influenţează precizia măsurătorilor azimutale, în special pentru vizele lungi din cadrul reţelelor de triangulaţie de ordin superior.
S-au efectuat astfel studii amănunţite încă de la începutul secolului trecut, emiţându-se diferite ipoteze prin care să se poată determina o formulă de corectare a măsurătorilor azimutale.
Nu s-a ajuns la stabilirea unei formule unice de calcul al corecţiilor datorită refracţiei laterale însă, efectul acesteia poate fi micşorat prin adoptarea unui mod de lucru adecvat, şi anume:
Observaţiile azimutale se vor executa în condiţii optime la 3-4 ore după răsăritul soarelui, precum şi circa 3-4 ore înainte de apus.
De asemenea trebuie evitată trecerea vizelor prin apropierea construcţiilor sau versanţilor neacoperiţi, prin asigurarea unei distanţe corespunzătoare între viză şi teren.
Nu este recomandat ca să se execute observaţii de mare precizie înainte de ploaie.

2. PĂMÂNTUL ȘI CÂMPUL SĂU GRAVIFIC

"Geodezia fizică studiază câmpul gravităţii şi figura Pământului"(Helmut Moritz-1980).
Apare ca necesitate pentru definirea unor suprafeţe de referinţă şi sisteme de coordonate folosite curent în literatura de specialitate.

Dorinţa oamenilor de a cunoaşte cât mai bine mediul în care îşi duc existenţa, şi nu numai, nu putea să ocolească studierea atât a interiorului cât şi a exteriorului Pământului. Deşi este o îndeletnicire destul de veche, studierea structurii Pământului este încă de actualitate, mai ales când este vorba de structura internă, datorită posibilităţilor restrânse de acces direct la straturile interioare.
Primul care a emis ipoteze plauzibile cu privire la structura Pământului a fost Isaac Newton (1642-1727) care a ajuns la concluzia că densităţile materialelor din interiorul Pământului sunt de două ori mai mari decât a rocilor de la suprafaţa acestuia.
Pentru studiul direct şi indirect al materialelor din interiorul Pământului există mai multe posibilităţi:
- Accesul direct la materialele din interiorul Pământului. Această posibilitate este de luat în seamă pentru adâncimi mici şi în puţine zone de pe suprafaţa terestră. Adâncimea maximă la care omul a putut ajunge direct a fost de 3.5 km în minele de aur din Africa de Sud, adâncimi mai mari fiind greu de atins din cauza presiunii şi a căldurii greu de suportat de oameni;
- Studierea unor materiale care provin din interiorul Pământului. Această metodă poate fi luată în considerare în cazul vulcanilor care, atunci când erup, aduc la suprafaţă materiale de la adâncimi de până la 150 km. Totuşi aceste roci sunt rare şi cu proprietăţi posibil modificate prin contactul cu atmosfera şi alte materiale;
Studierea unor fenomene naturale care pot oferi informaţii importante cu privire la structura internă. Unul dintre aceste fenomene naturale este cutremurul. Un cutremur are loc atunci când rocile dintr-o zonă de falie alunecă una peste cealaltă eliminând astfel presiuni, acumulate în timp, sub forma unor unde seismice. Aceste unde sunt de două tipuri: ondulatorii, numite şi unde *S,* şi de compresie, numite şi unde P. Ambele tipuri de unde seismice sunt reflectate (îşi schimbă direcţia) la întâlnirea limitei care separă două straturi de compoziţie diferită, schimbarea de direcţie fiind diferită pentru cele două tipuri de unde şi depinde de compoziţia materialelor pe care le străbate. O diferenţă esenţială, care a fost utilizată în studii, este aceea că în timp ce undele P pot trece printr-un lichid undele S nu pot face acelaşi lucru.
Pentru structura externă lucrurile au evaluat relativ uşor, existând atât instrumentele şi aparatele necesare cât şi posibilitatea unui acces direct la acest strat.
Din cele prezentate se poate trage concluzia că Pământul poate fi privit ca fiind alcătuit din două învelişuri (figura 2.1):
- un înveliş solid care constituie interiorul Pământului;

- un înveliş gazos sau atmosfera terestră care se află deasupra scoarţei terestre şi alcătuieşte exteriorul Pământului;

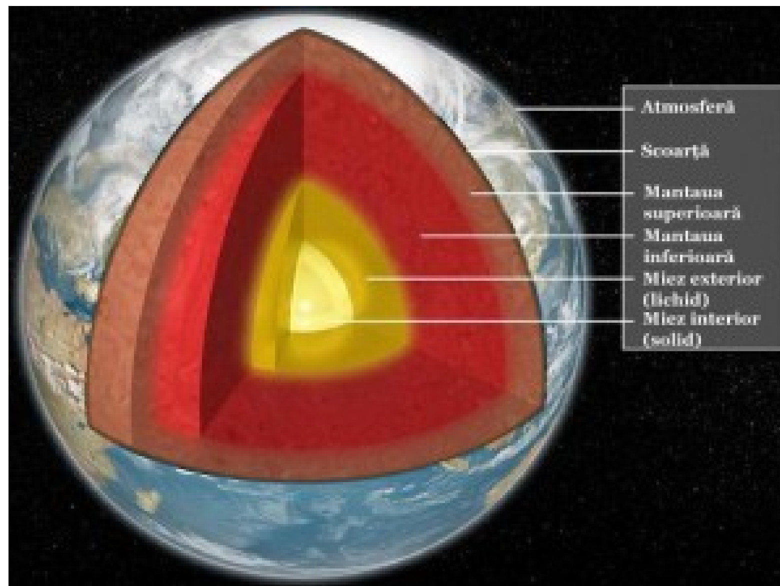


Figura 2 . 1 Structura Pământului

După cum se poate observa şi din (figura 2.1), învelişul solid al Pământului este constituit din mai multe straturi concentrice numite şi geosfere - compuse din elemente care au o structură fizico-chimică diferită.

Utilizând metodele prezentate în paragraful anterior, pe baza observaţiilor efectuate asupra mai multor fenomene, geofizicienii au reuşit să realizeze o secţiune transversală prin Pământ. Primele studii seismologice vorbesc despre nişte limite compoziţionale între straturile care alcătuiesc învelişul solid al Pământului. Ca să se înţeleagă mai bine fenomenul, se pot considera, de exemplu, două materiale diferite cum ar fi petrolul şi apa care sunt puse unul lângă altul (în acelaşi recipient). Toată lumea ştie că petrolul pluteşte deasupra apei şi că între ele există o limită datorată compoziţiei diferite a celor două materiale, aşa numita limită compoziţională. Continuarea studierii structurii interne a Pământului a condus la concluzia că există şi o limită mecanică între cele două materiale, limită care nu este dată de compoziţia materialelor ci da modul cum acestea s-au format (starea lor). Continuând cu exemplul anterior, se poate afirma că atât petrolul cât şi apa sunt lichide deci au aceleaşi proprietăţi mecanice. În loc de petrol şi apă considerăm acum alte două materiale care au aceeaşi compoziţie, cum ar fi apa şi gheaţa. Deşi au aceeaşi compoziţie, apa este un fluid care are anumite proprietăţi mecanice în timp ce gheaţa este solidă şi, evident, are alte proprietăţi mecanice.

În concluzie se poate spune că Pământul, în interiorul său, este alcătuit din mai multe straturi şi că aceste straturi pot fi delimitate, pe de o parte, funcţie de compoziţia lor iar pe de altă parte funcţie de proprietăţile lor mecanice.

2.1 STRATURILE INTERIOARE ALE PĂMÂNTULUI FUNCŢIE DE COMPOZIŢIA MATERIALELOR COMPONENTE

Aşa cum se poate observa şi din (figura 2.2), există trei straturi principale, cu compoziţii diferite, care alcătuiesc Pământul.

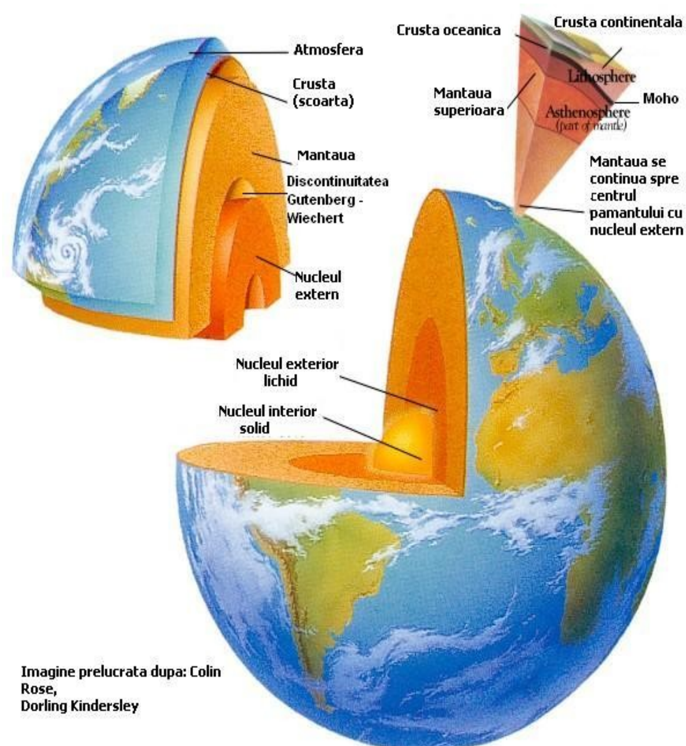


Figura 2.2 Structura internă a Pământului

1. *Crusta* sau *scoarţa terestră.* Geologii împart acest strat în două substraturi, funcţie de suprafaţa la care se referă:
a. *Crusta oceanică* începe de la nivelul oceanului, are o grosime de 5-7 km şi, în marea ei majoritate, este compusă din bazalt. Densitatea materialelor componente este de aproximativ 3g/cm^3;
b.*Crusta continentală* începe de la suprafaţa continentală, are o grosime de 10-70 km şi este compusă din materiale cu o densitate de aproximativ 2.7g/cm^3, mai mică decât crusta oceanică, cum ar fi granitul.
2. Mantaua este cel de al doilea strat principal component al Pământului şi urmează scoarţei. Limita dintre cele două straturi este cunoscută sub denumirea de discontinuitatea *Mohorovicic* (cunoscută ca discontinuitatea *Moho*) şi este alcătuită din

roci cu o densitate de 3.4g/cm^3 numite peridotite. Această schimbare de compoziţie, ca şi următoarele, a fost dedusă din studiul comportamentului undelor seismice. În mijlocul mantalei există o altă schimbare de compoziţie, această parte fiind constituită din materiale a căror densitate este de aproximativ 10-13g/cm^3. Această densitate mare ca şi existenţa câmpului magnetic din jurul Pământului conduc la concluzia că acest strat este alcătuit mai degrabă din metale decât din roci.
3. Nucleul. Datorită depărtării mari faţă de suprafaţa terestră şi mijloacelor limitate de investigare există puţine informaţii despre acest strat (compoziţie şi densitate) cât şi despre limita dintre manta şi nucleu. Totuşi marea majoritate a specialiştilor au ajuns la concluzia că, în cea mai mare parte, nucleul este alcătuit din fier. În nucleu densitatea maselor se presupune că ar fi de 16g/cm^3.
Straturile interioare ale Pământului funcţie de proprietăţile mecanice ale materialelor componente.
Materialele din interiorul Pământului, din punct de vedere *al caracteristicilor* mecanice, se pot grupa în următoarele straturi (figura 2.2).
1. *Litosfera.* Ideea că suprafaţa Pământului este alcătuită din plăci de mari dimensiuni care se deplasează (teoria plăcilor tectonice) este mai veche dar abia după anul 1970 geologii au realizat faptul că aceste plăci sunt asemănătoare crustei terestre. Împreună cu partea superioară a mantalei acestei plăci formează un strat rigid, cu o grosime de 10-200 km, numită Litosferă.
2. Astenosfera este un strat parţial provenit din topirea unui materiale, se comportă ca un fluid vâscos, pe ea plutind Litosfera. Nefiind un lichid, prin acest strat trec ambele tipuri de unde seismice. Astenosfera poate fi comparată cu un strat de gelatină între două felii de pâine: litosferă şi mezosferă.
3. Mezosfera. La o depărtare de suprafaţa terestră de aproximativ 660 km presiunea este aşa de mare încât mantaua nu mai este în stare fluidă ci devine o parte solidă numită mezosferă. Cele trei straturi enumerate mai sus sunt formate din materiale care au aceeaşi compoziţie (numite peridotite) dar proprietăţile lor mecanice sunt total diferite.
4. Nucleul. Datorită caracteristicilor mecanice diferite şi nucleul este divizat în două substraturi. Această divizare a putut fi pusă în evidenţă prin studierea undelor P din aşa numita zonă umbrită. Acest studiu a condus la concluzia că undele au fost refractate încă o dată în interiorul nucleului ceea ce a condus la concluzia că mai există două straturi cu proprietăţi mecanice diferite:
a. nucleul exterior. Acesta se prezintă sub formă lichidă, formându-se prin topirea unor metale;
b. nucleul interior. Acesta este sub formă solidă.
Nucleul are o compoziţie diferită de cea a mantalei şi el poate rămâne în stare lichidă la presiuni mult mai mari decât peridotitele (care alcătuiesc mezosferă).

2.2 STRUCTURA EXTERNĂ A PĂMÂNTULUI

Al doilea înveliş al Pământului este cel gazos. Acest înveliş este alcătuit dintr-o sumedenie de tipuri de gaze distribuite pe straturi şi care împreună formează aşa numita atmosferă terestră şi fără de care viaţa pe Pământ ar fi imposibilă. Această atmosferă produce pentru vieţuitoarele Terrei aer, apă, căldură şi reprezintă o protecţie împotriva radiaţiilor nocive emanate de Soare şi împotriva meteoriţilor.

Cei mai mulţi specialişti consideră că actuala atmosferă, denumită de chimişti şi atmosferă oxigenată, nu este cea originală (denumită atmosferă redusă şi care probabil nu conţinea oxigen). Probabil că atmosfera redusă era asemănătoare nebuloasei solare şi avea în compoziţie gazele pe care le au acum în compoziţie atmosferele planetelor mari. Această atmosferă s-a pierdut în spaţiu ea fiind înlocuită de o mixtură de gaze provenite din crustă sau, conform celor mai recente teorii, cea mai mare parte a gazelor provin din impactul cu cometele şi alte corpuri cereşti bogate în gaze volatile. Oxigenul, caracteristic atmosferei terestre, este produs în cea mai mare parte de plantele de pe suprafaţa terestră.

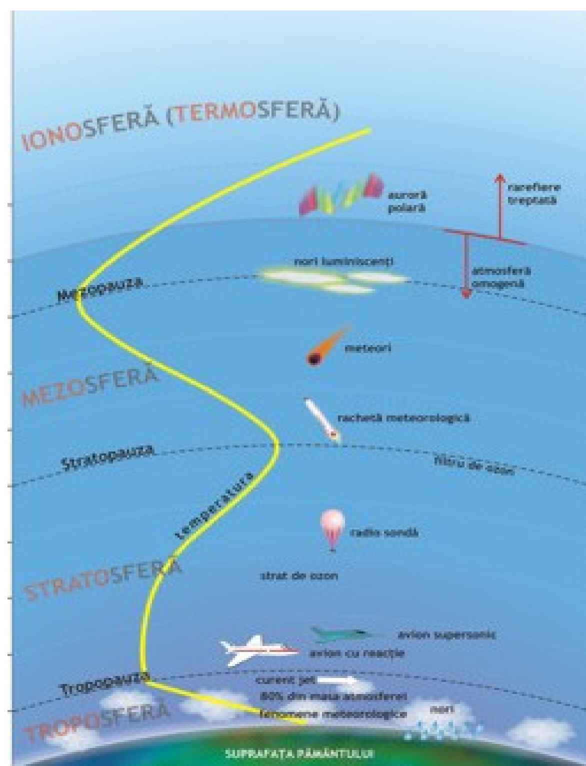


Figura 2.3. Structura exterioară a Pământului

Straturile atmosferei terestre (figura 2.3), cu o grosime de aproximativ 700 km, sunt formate din gaze, apă şi pulberi incolore, inodore şi insipide. Separarea în straturi a fost făcută în funcţie de calităţile materialelor componente şi ele pot fi urmărite în (figura 2.3.). Atmosfera este constituită din nitrogen (78%), oxigen (21%), argon(0,93%), dioxid de carbon (0.03%) şi alte gaze (0.04%).
În partea superioară a atmosferei nu există o limită clară deoarece straturile se diluează din ce în ce mai mult, se pierd molecule de gaze cum ar fi heliul şi hidrogenul. Pe măsură ce ne depărtăm de Pământ atmosfera se divide în straturi din ce în ce mai subţiri, împărţirea efectuându-se funcţie de temperatură.
1.*Troposfera* este primul strat al atmosferei, are o grosime de aproximativ 14 km şi conţine peste 70% din toate gazele atmosferei precum şi mari cantităţi de apă şi praf. La marginea ei inferioară troposfera este călduţă iar pe măsură ce ne depărtăm de suprafaţa terestră ea se răceşte până la limita ei superioară (tropopauză). Tropopauza constituie limita dintre troposferă şi următorul strat, grosimea lui fiind de aproximativ 4 km. Presiunea aerului la nivelul superior al troposferei este de numai 10% din cea măsurată la nivelul mării.
2. Stratosfera şi stratul de ozon. Stratosfera se întinde de la troposferă până la marginea ei superioară care se află la aproximativ 50 km faţă de suprafaţa terestră. Ea are în componenţă cam 19% din gazele atmosferei şi, în cantitate mică vapori de apă. Spre deosebire de troposferă, unde există o agitaţie mare, aici există o stare de calm pentru că deplasările gazelor se face cu viteză mică. În interiorul stratosferei se află şi stratul de ozon, sub forma unei benzi, care are rolul de a absorbi razele ultraviolete nocive radiate de Soare. Temperatura în interiorul acestui strat creşte de la -60°C la limita inferioară până la +10°C la limita superioară.
3. Mezosferă este următorul strat al atmosferei şi el ajunge până la o altitudine de 90 km. Gazele din interiorul acestui strat sunt în cantitate foarte mică şi în marea lor majoritate sunt absorbite de căldura emanată de Soare.
4. Ionosfera. În continuare urmează termosfera care ajunge până la 700 km faţă de suprafaţa terestră, în partea sa superioară atingându-se temperaturi de 2000°C. În termosferă există un strat separat numit ionosferă format din particule de gaz încărcate electric (ionizate). Ionosfera are o calitate deosebită şi anume aceea de a revigora semnalele radio transmise de pe Pământ, motiv pentru care în această zonă sunt plasate obiectele care primesc şi transmit unde radio.
Importanţa atmosferei este deosebită, specialiştii ajungând, în unanimitate, la concluzia că fără atmosferă viaţa pe Pământ nu este posibilă. Această concluzie are la bază mai multe motive dintre care cele mai importante sunt următoarele:
- Furnizează aerul necesar respiraţiei;
- Ne protejează de meteoriţi şi de razele ultraviolete radiate de Soare;
- Clima pe Terra există datorită constanţei circuitului apei în natură (apă, vapori de apă, ploaie, apă);

Acest circuit al apei împreună cu diferenţele de temperatură şi deplasarea aerului (vântul) produc fenomenul de eroziune care este una dintre cauzele modificărilor continue ale suprafeţei terestre.

2.3 CÂMPUL GRAVITĂŢII

Orice punct material situat pe suprafaţa Pământului este supus acţiunii unor forţe cum ar fi:

- gravitaţia sau forţa de atracţie îndreptată spre centrul de masă al Pământului, $\vec{F}$ **;**
- forţa centrifugă, $\vec{q}$ **;**
- forţele de atracţie exercitate de alte corpuri cereşti (cele mai importante fiind forţele de atracţie ale Soarelui, datorită masei sale şi forţele de atracţie ale Lunii, datorită apropierii sale de Pământ).

Rezultanta acestor forţe o reprezintă gravitatea ***g***.

Porţiunea din spaţiu în care se extinde influenţa complexă a atracţiei gravitaţionale şi rotaţiei Pământului constituie câmpul gravităţii sau câmpul gravific.

2.3.1 Forţa de atracţie (gravitaţia)

Conform legii atracţiei universale a lui Newton, forţa de atracţie reciprocă $\vec{F}$ dintre două mase punctiforme m_1 şi m_2, situate la distanţa ***d***, este dată de relaţia:

$$\vec{F} = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2} \cdot \overrightarrow{d_0}, \qquad 2.1$$

Unde: d_0 este versorul direcţiei care uneşte masele m_1 şi m_2

G este coeficientul de proporţionalitate denumit *constanta atracţiei universale.*

După recomandările *Asociaţiei Internaţionale de Geodezie* (AIG) din anul *1980,* valoarea acestei constante este:

$G = (6672 \pm 4{,}1) \times 10^{-14} m^3 s^{-2} kg^{-1}$ în sistemul internaţional *SI*

Constanta atracţiei universale este numeric egală cu forţa cu care se atrag între ele două corpuri cu masele egale cu unitatea, situate unul faţă de celălalt la o distanţă egală cu unitatea.

Noţiunea de ”masă egală cu unitatea” sau, noţiunea de ”punct material”, sunt pur convenţionale, utile doar în raţionamente.

Aceste noţiuni indică faptul că dimensiunile, respectiv masa corpului considerat, sunt neglijabile faţă de dimensiunile, respectiv masa sistemelor cu care acel corp este în interacţiune (**ex**: dimensiunile sau masa unui punct geodezic situat pe suprafaţa Pământului, în raport cu dimensiunile sau masa Pământului).

Forţa de atracţie exercitată de Pământ asupra unui punct de masă egală cu unitatea poate fi exprimată, aproximativ cu relaţia:

$$\vec{F} = G \cdot \frac{M}{R^2},$$ 2.2

unde: M este masa Pământului;

R este raza medie a Pământului;

GM este constanta gravitaţională geocentrică, pentru care AIG prevede (*1980)*:

$$GM = (39860047 \pm 5) \times 10^7 m^3 s^{-2}$$

Masa Pământului este considerată ca având valoarea: $M = 5{,}97 \cdot 10^{24}$kg iar în ipoteza formei sferice a Pământului, raza acestuia se consideră a fi $R \approx 6378 \times 10^3 m$ pentru latitudinea $B=45^o$ şi densitatea medie a Pământului:

$$\rho_m{}^s \approx 5{,}50 \times 10^3 kgm^{-3}$$ 2.3

În cazul ipotezei formei elipsoidice a Pământului, densitatea acestuia se va considera:

$$\rho_m{}^e \approx 5{,}52 \times 10^3 kgm^{-3}$$ 2.4

Caracterul aproximativ al relaţiei ce defineşte forţa de atracţie $\vec{F} = G \cdot \frac{M}{R^2}$ este generat de imprecizia cu care se cunosc sau se pot determina elementele componente.

În cazul densităţii medii ρ_m, se poate face aceeaşi remarcă întrucât, această mărime este funcţie de mai mulţi parametri dintre care cel mai important este adâncimea faţă de suprafaţa terestră.

Dacă se urmăreşte variaţia mărimii densităţii funcţie de adâncime, se pot distinge mai multe zone, după cum urmează:

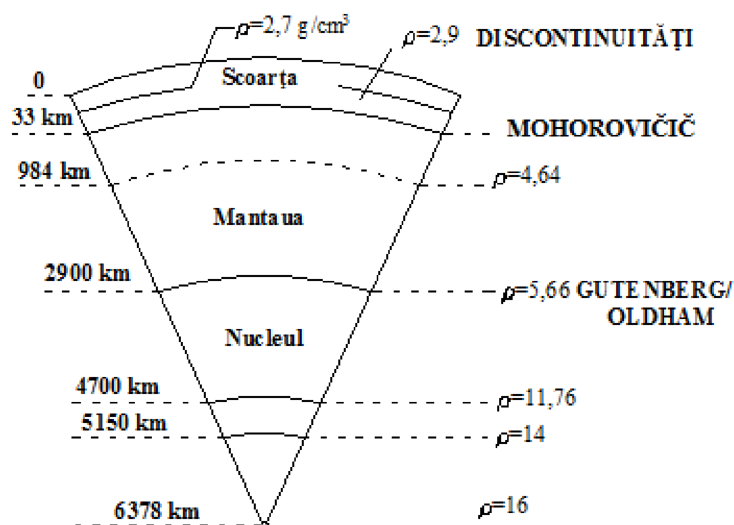


Figura 2.4 Variaţia densităţii

Într-o primă zonare, de ordinul I, structura internă a Pământului este reprezentată de trei geosfere: *scoarţa, mantaua* şi *nucleul*. Limitele dintre aceste sfere se numesc *discontinuităţi de ordinul I*: *discontinuitatea Mohorovičič (Moho)* şi respectiv *discontinuitatea Oldham* sau *Gutenberg.*
Scoarţa terestră este constituită din două straturi: stratul bazaltic continuu şi stratul granitic discontinuu, ambele de grosimi variabile.
În continuare urmează şi alte subîmpărţiri numite *discontinuităţi de ordinul II.*
Pentru a putea exprima mai exact forţa de atracţie, se consideră un punct ***P(x,y,z)*** pe suprafaţa Pământului şi un punct curent ***A(a,b,c)*** situat la depărtarea ***l*** de punctul *P* (Figura2.5)**.**
Pentru simplificare, se acceptă că punctul atras *P* are masa egală cu unitatea, iar masa punctului atractiv *A*, denumit şi punct sursă este *m*.
Într-un sistem de coordonate rectangular *XYZ* expresia forţei de atracţie este:

$$\vec{f} = -G \cdot \frac{m}{l^2} \cdot \vec{l}_{0,} \qquad 2.5$$

unde l_0 reprezintă versorul vectorului de poziţie $\vec{l}$.

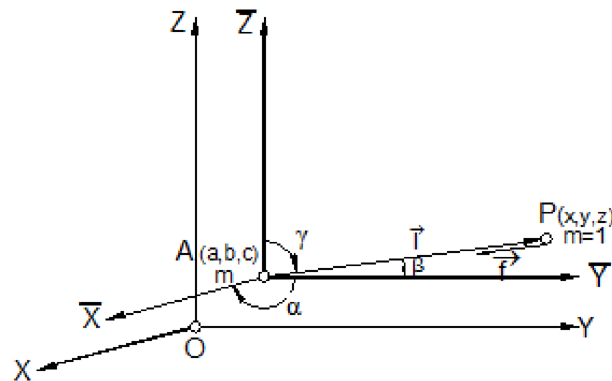


Figura 2.5 Forţa de atracţie

Componentele forţei de atracţie $\vec{f}(f_x, f_y, f_z)$ pe axele de coordonate se pot defini astfel:

$$f_x = f\cos(\vec{f}, X) = -G \cdot \frac{m}{l^2} \cdot \frac{x-a}{l} = -G \cdot m \cdot \frac{x-a}{l^3};$$

$$f_y = f\cos(\vec{f}, Y) = -G \cdot m \cdot \frac{y-b}{l^3}; \qquad 2.6$$

$$f_z = f\cos(\vec{f}, Z) = -G \cdot m \cdot \frac{z-c}{l^3};$$

unde: $l = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}$

Pentru stabilirea influenţei de atracţie a întregului glob terestru asupra punctului ***P***, trebuie ţinut cont de variaţia densităţii pentru fiecare element de volum *dv*:

$$\rho = \rho(a,b,c,) = \frac{dm}{dv} \qquad 2.7$$

Integrând expresia forţei de atracţie $\vec{f} = -G \cdot \frac{m}{l^2} \cdot \vec{l}_0$ vom obţine influenţa de atracţie a globului asupra punctului ***P*** după cele 3 componente: F_x, F_y, F_z:

$$\vec{F} = -G \iiint_v \frac{dm}{l^2} \cdot \vec{l}_0 = -G \iiint_v \frac{\rho \cdot dv}{l^2} \cdot \vec{l}_0 \qquad 2.8$$

Componentele pe axele de coordonate vor fi:

$$F_x = -G \iiint_v \frac{x-a}{l^3} \rho \cdot dv$$

$$F_y = -G \iiint_v \frac{y-b}{l^3} \rho \cdot dv \qquad 2.9$$

$$F_z = -G \iiint_v \frac{z-c}{l^3} \rho \cdot dv$$

unde: $dv = da \cdot db \cdot dc$

2.3.2 Forţa centrifugă

Datorită mişcării de rotaţie a Pământului în jurul axei sale, punctul ***P*** este supus unei forţe centrifuge $\vec{q}$, ce acţionează în planul paralelului de rază *r* al punctului *P*.

Expresia de definiţie a forţei centrifuge în cazul punctului *P*, cu masa egală cu unitatea şi funcţie de viteza liniară pe traiectorie *v*, este dată de:

$$\vec{q} = \frac{v^2}{r} \cdot \vec{r}_o \qquad 2.10$$

Se ştie că: $v = r \cdot \omega$ (ω = viteza unghiulară)

Deci:

$$\vec{q} = r\omega^2 \vec{r}_0 \qquad 2.11$$

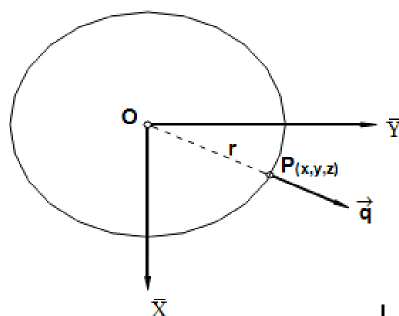


Figura 2.6 Forţa centrifugă

Viteza unghiulară medie în cazul Pământului, recomandată de *AIG (1980)* este:

$$\omega = 7292115 \times 10^{-11} \text{rad } s^{-1}$$

Forţa centrifugă este variabilă pe suprafaţa Pământului, având o valoare maximă pentru punctele situate pe ecuator şi fiind nulă pentru poli, unde *r = 0.*
Componentele forţei centrifuge pe axele de coordonate $\vec{q}(q_x, q_y, q_z)$ vor fi:

$$q_x = q \cdot \cos(\vec{q}, X) = r \cdot \omega^2 \frac{x}{r} = x\omega^2;$$
$$q_y = q \cdot \cos(\vec{q}, Y) = y\omega^2; \qquad 2.12$$
$$q_z = q \cdot \cos(\vec{q}, Z) = 0$$

2.3.3 Gravitatea (Greutatea)

Gravitatea este rezultanta forţelor care acţionează asupra punctului ***P.*** Componentele principale ale acestei mărimi sunt:

$$\vec{g} = \vec{F} + \vec{q} \qquad 2.13$$

Lucrându-se frecvent cu puncte de masă egală cu unitatea, gravitatea este numeric egală cu acceleraţia sa.
Unitatea de măsură pentru gravitate (greutate) în amintirea învăţatului italian Galileo Galilei este GALUL $\equiv \frac{cm}{s^2}$ (în sistemul CGS).

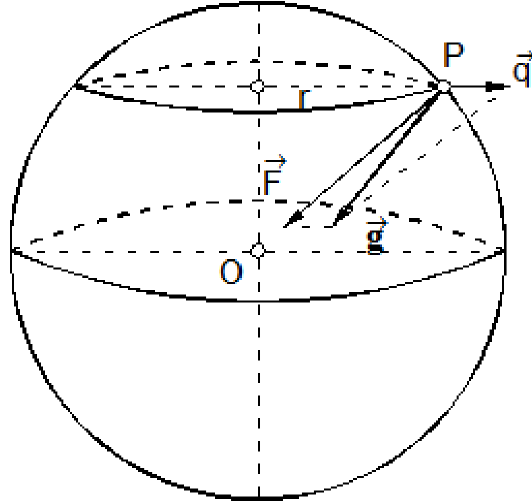


Figura 2.7 Greutatea

La pol valoarea gravitaţiei este ≈ 983 *gal*, iar la ecuator este de ≈ 978 *gal*. Datorită diferenţei nesemnificative în această unitate de măsură, se lucrează de obicei în *mgali* *(1mgal=*10^{-3} *gal*).

Considerându-se proiecţiile pe cele trei axe de coordonate, se obţin componentele gravităţii:

$$g_x = F_x + q_x = -G\iiint_v \frac{x-a}{l^3}\rho \cdot dv + x\omega^2$$

$$g_y = F_y + q_y = -G\iiint_v \frac{y-b}{l^3}\rho \cdot dv + y\omega^2 \qquad 2.14$$

$$g_z = F_z + q_z = -G\iiint_v \frac{z-c}{l^3}\rho \cdot dv$$

2.4 POTENŢIALUL GRAVITĂŢII

Pentru descrierea unui câmp de forţe se utilizează o funcţie introdusă de Laplace, denumită *potenţial*, care poate fi definită atât matematic, cât şi prin semnificaţiile sale fizice. Matematic, se defineşte potenţialul unui câmp de forţe ca funcţia ale cărei derivate parţiale sunt componentele câmpului pe axele de coordonate.

2.4.1 Potenţialul de atracţie

Potenţialul câmpului gravitaţiei numit şi potenţial de atracţie sau potenţial newtonian are expresia matematică completă în cazul unui corp solid de volum ***v****:*

$$V(x,y,z) = G\iiint_v \frac{\rho(a,b,c)\,da\,db\,dc}{\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2}} \qquad 2.15$$

sau mai simplu ţinând seama de expresia mărimii l din (2.6) şi $\rho(a,b,c)$ din (2.9):

$$V = G\iiint_v \frac{\rho\,dv}{l} = G\iiint_v \frac{dm}{l} \qquad 2.16$$

Observaţie: Potenţialul V este o funcţie continuă în întregul spaţiu şi tinde către zero la infinit, la fel ca şi funcţia $\frac{1}{l}$, când $l \to \infty$.

Prin particularizare, în cazul punctului atras de masă egală cu unitatea, potenţialul de atracţie al unui punct sursă de masă m, situat la distanţa l, va fi: $V = \frac{Gm}{l}$.

Din relaţia (2.15) se observă apartenenţa funcţiei V la un anumit punct *P(x,y,z),* precum şi rolul punctului sursă *A(a,b,c).*

Derivata parţială în raport cu x a funcţiei V este:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = G\iiint_v \rho \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{l}\right)dv \qquad 2.17$$

Deoarece: $$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{l}\right) = -\frac{1}{l^2}\cdot\frac{\partial l}{\partial x} = -\frac{1}{l^2}\cdot\frac{x-a}{l}$$

se obţine:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -G\iiint_v \frac{x-a}{l^3}\rho\, dv = F_x = F \cdot \cos\left(\vec{F}, X\right) \qquad 2.18$$

În mod analog rezultă:

$$\frac{\partial V}{\partial y} = F_y = F \cdot \cos\left(\vec{F}, Y\right);\ \frac{\partial V}{\partial z} = F_z = F \cdot \cos\left(\vec{F}, Z\right) \qquad 2.19$$

Când sunt îndeplinite relaţiile (2.18) şi (2.19) se consideră, că *F* este gradient de *V*:

$$\overrightarrow{F} = gradV \text{ sau } F = \nabla V, \qquad 2.20$$

unde ∇ este operatorul lui Hamilton:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}, \qquad 2.21$$

iar $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ sunt versorii pe axele de coordonate *x, y, z.*

Prin urmare ∇V este un vector:

$$\nabla V = \left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}\right)V = \frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k} = \vec{F} \qquad 2.22$$

Semnificaţia fizică a potenţialului

Elementul diferenţial *dV* al potenţialului de atracţie, în cazul a două puncte infinit apropiate *P(x, y, z)* şi *P(x + dx, y + dy, z + dz*) de mase egale cu unitatea, situate la distanţa *ds* este:

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial y}dy + \frac{\partial V}{\partial z}dz \qquad 2.23$$

unde:

$$dx = ds \cdot \cos\left(\vec{s}, X\right);$$
$$dy = ds \cdot \cos\left(\vec{s}, Y\right);$$
$$dz = ds \cdot \cos\left(\vec{s}, Z\right);$$

Considerând şi relaţiile (2.19) şi (2.20) rezultă:

$$dV = ds\ F\left\{\cos\left(\vec{F}, X\right)\cos\left(\vec{s}, X\right) + \cos\left(\vec{F}, Y\right)\cos\left(\vec{s}, Y\right) + \cos\left(\vec{F}, Z\right)\cos\left(\vec{s}, Z\right)\right\} \qquad 2.24$$

adică:

$$dV = ds \cdot F \cdot \cos\left(\vec{F},\vec{s}\right), \qquad 2.25$$

sau, prescurtat:

$$dV = ds \cdot F_s \qquad 2.26$$

unde F_s reprezintă proiecţia gravitaţiei pe direcţia *s* oarecare.

Această relaţie scrisă sub forma:

$$\frac{dV}{ds} = F_s \qquad 2.27$$

reprezintă proprietatea fundamentală a scalarului potenţial (în general) şi anume: derivata potenţialului după o anumită direcţie este egală cu proiecţia câmpului după acea direcţie. Relaţiile (2.19) şi (2.20) sunt, prin urmare, cazuri particulare ale formulei (2.27).

Din expresia (2.26) rezultă că elementul infinit mic de potenţial gravitaţional *dV* reprezintă lucrul mecanic pe care îl efectuează forţa de atracţie $\vec{F}$ pentru deplasarea punctului *P*, de masă egală cu unitatea, în punctul *P'*, situat la distanţa *ds*.

Observaţie: Pentru două puncte *P* (de masă egală cu unitatea) şi respectiv *S (*punct sursă, de masă *m),* situate la o distanţă *D* oarecare, potenţialul câmpului de atracţie va fi reprezentat de lucrul mecanic:

$$L_{P,S} = \int_P^S F\cos\left(\vec{F},\vec{D}\right)dD = \int_P^S dV = V_S - V_P \qquad 2.28$$

Presupunând că P $\rightarrow \infty (D \rightarrow \infty)$, atunci $V_P \rightarrow 0$, rezultând prin urmare:

$$L_{\infty,S} = V_S \qquad 2.29$$

Potenţialul câmpului forţei de atracţie într-un punct este egal cu lucrul mecanic efectuat de forţa de atracţie pentru deplasarea unităţii de masă de la infinit în punctul dat.

2.4.2 Potenţialul forţei centrifuge

Potenţialul din care derivă forţa centrifugă este reprezentat de următoarea funcţie:

$$Q = \frac{\omega^2}{2}\left(x^2 + y^2\right) \qquad 2.30$$

Într-adevăr, se observă că:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = q_x; \qquad \frac{\partial Q}{\partial y} = q_y; \qquad \frac{\partial Q}{\partial z} = q_z = 0 \qquad 2.31$$

adică:

$$\vec{q} = grad\ Q = \nabla Q \qquad 2.32$$

Considerând relaţiile (2.20) şi (2.32), se obţine expresia matematică a potenţialului câmpului gravităţii:

$$\vec{g} = grad\ W = \nabla W = grad\ V + grad\ Q \qquad 2.33$$

sau:

$$W = V + Q = G\iiint_v \frac{\rho\, dv}{l} + \frac{\omega^2}{2}\left(x^2 + y^2\right) \qquad 2.34$$

2.5 SUPRAFEŢE ECHIPOTENŢIALE

Preluând relaţiile (2.24) , (2.27) în cazul potenţialului gravităţii, rezultă următoarele expresii:

$$\frac{dW}{ds} = g_s = g\cos\left(\vec{g},\vec{s}\right), \qquad 2.35$$

valabile pentru orice direcţie *s*.

Dacă se consideră: $\cos\left(\vec{g},\vec{s}\right) = 0$ adică, dacă se are în vedere o direcţie *s* perpendiculară pe direcţia gravităţii *g,* rezultă:

$$dW = 0 \qquad 2.36$$

sau:

$W(x, y, z,)$ = constant = C 2.37

Expresia (2.37), reprezintă ecuaţia unei suprafeţe echipotenţiale, denumită, de către Laplace, *suprafaţă de nivel*. Rezultă că suprafaţa de nivel este perpendiculară, în oricare din punctele sale, pe direcţia gravităţii.

Schimbându-se valoarea constantei *C* se obţin diverse suprafeţe de nivel.

Dintre suprafeţele de nivel posibile, pentru geodezie prezintă o importanţă deosedită suprafaţa de nivel zero, denumită şi geoid, noţiune introdusă de către Listing în anul *1873.* Această suprafaţă echipotenţială a fost propusă de Gauss ca „***figură matematică a pământului***" :

$$W(x, y, z) = W_0 \qquad 2.38$$

Fiind în permanenţă perpendicular la direcţia gravităţii, geoidul are o configuraţie foarte complexă. Modificările de densitate din interiorul Pământului conduc la schimbarea geometriei suprafeţelor de nivel (inclusiv a geoidului), curbura acestora depinzând de densitatea ρ. Din acest motiv este imposibilă o formulare analitic - matematică a acestei suprafeţe complexe, dependentă în permanenţă de distribuţia şi densitatea maselor în interiorul Pământului.

Ecuatorul geoidului este curba definită ca fiind locul geometric al punctelor pentru care latitudinea astronomică Φ este zero. Paralelul, respectiv meridianul geoidului sunt definite de ecuaţiile: Φ=constant, respectiv, Λ=constant, Λ fiind longitudinea astronomică. Datorită structurii interne a Pământului aceste curbe sunt foarte complexe, cu multe ondulaţii, fără muchii sau vârfuri.

Geoidul este definit uzual ca suprafaţa medie a mărilor "*liniştite*" (în echilibru) prelungită pe sub continente.

H. Bruns a formulat scopul principal al geodeziei fizice ca fiind determinarea suprafeţelor de nivel ale câmpului gravităţii, ceea ce echivalează cu determinarea funcţiei potenţial $W(x, y, z)$.

Într-adevăr, cunoscând expresia potenţialului unui corp, se pot face estimări privind forma suprafeţei sale. Deoarece suprafeţele de nivel sunt suprafeţe echipotenţiale, diferenţa de potenţial dintre două suprafeţe de nivel este o mărime constantă. Rezultă că, creşterea de potenţial (deci de lucru mecanic) nu depinde de drumul parcurs, pentru trecerea unui punct de pe o suprafaţă de nivel pe alta (traseul 1 sau traseul 2 în figura 2.8).

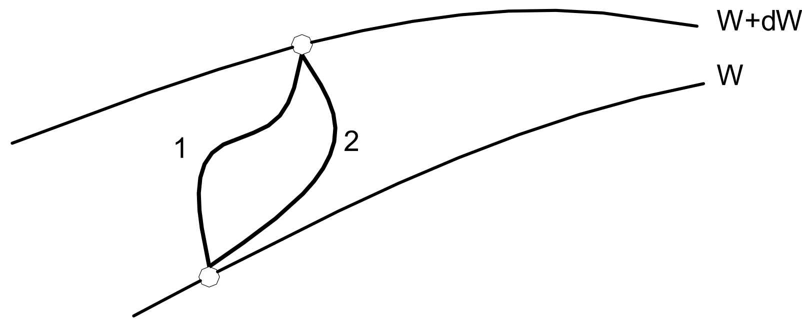


Figura 2.8 Secţiune prin suprafaţa de nivel

Prin urmare, suma creşterilor de potenţial pe un contur închis, indiferent de sensul de parcurgere, este zero:

$$\oint dW = 0 \qquad 2.38$$

O altă direcţie importantă pentru geodezie este direcţia *h*, paralelă cu direcţia gravităţii, adică perpendiculară la suprafeţele de nivel:

$$\cos\left(\vec{g},\ \vec{h}\right) = \pm 1 \qquad 2.39$$

Pentru depărtarea dintre suprafeţele de nivel se alege sensul crescător spre exteriorul suprafeţei Pământului (sensul invers forţei $\vec{g}$) şi ca urmare din relaţia (2.39) se va lua semnul minus. Cu aceasta, se obţine din (2.35):

$$\frac{dW}{dh} = -g, \qquad 2.40$$

sau:

$$dh = -\frac{dW}{g}, \qquad 2.41$$

unde:

dh reprezintă distanţa dintre suprafeţele de nivel caracterizate prin potenţialele *W* şi respectiv *W+dW*.

Relaţiile (2.40) şi (2.41) reprezintă un exemplu de legătură dintre aspectul geometric (*h*) şi cel dinamic (*W*) în cadrul problematicii abordate în geodezia fizică.

Deoarece $g_{ec} < g_{pol}$, rezultă că distanţa dintre două suprafeţe de nivel se micşorează de la ecuator spre pol, deci suprafeţele de nivel nu sunt paralele înte ele.

Din relaţia (2.41) se mai poate deduce o proprietate importantă a suprafeţelor de nivel: deoarece între două suprafeţe de nivel, *g* nu poate lua niciodată valoarea infinit, rezultă că distanţa *dh*, dintre aceste suprafeţe nu poate fi niciodată zero. Aceasta înseamnă că suprafeţele de nivel nu se ating şi nu se întretaie niciodată. Se poate demonstra că suprafeţele de nivel sunt suprafeţe continue, închise, fără muchii sau vârfuri. Rezultă că liniile care intersectează suprafeţele de nivel sub unghiuri drepte, vor avea o anumită curbură. Ele se numesc *linii de forţă.* Tangenta la linia de forţă într-un punct *P* dă direcţia gravităţii $\vec{g}$, care poate fi materializată prin direcţia firului cu plumb. O imagine aproximativă, a suprafeţelor de nivel şi a liniilor de forţă este reprezentată în figura (2.9).

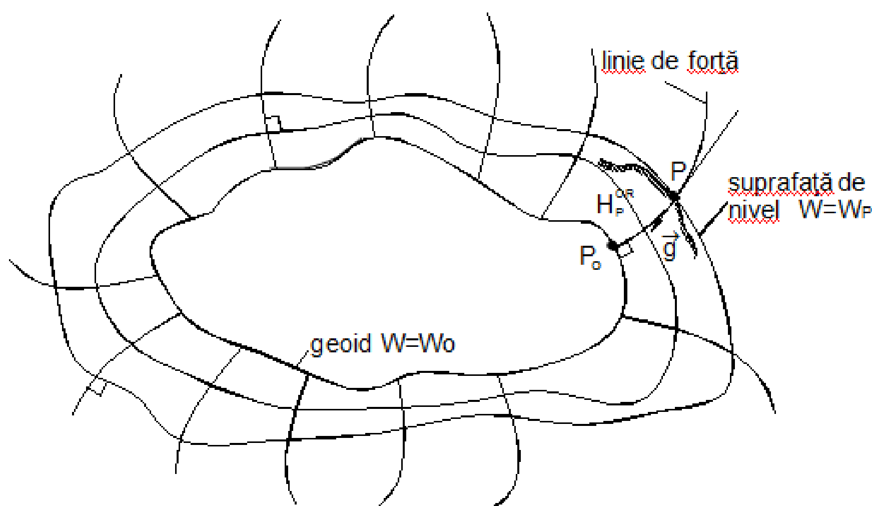


Figura 2.9 Suprafeţe de nivel, linii de forţă

Segmentul de linie de forţă cuprins între poziţia punctului *P* pe suprafaţa fizică a Pământului şi proiecţia sa pe geoid P_0 se numeşte *altitudine ortometrică.*

3. SISTEME DE ALTITUDINI

3.1 CONSECINŢELE NEPARALELISMULUI SUPRAFEŢELOR DE NIVEL

Definirea unui sistem de altitudini constă, în principiu, în:
- alegerea unei suprafeţe de referinţă;
- adoptarea unei definiţii, cu semnificaţie fizică sau geometrică, prin care să se descrie poziţia punctelor de pe suprafaţa Pământului în raport cu suprafaţa de referinţă.

După cum s-a stabilit în *cap.2*, suprafeţele de nivel nu sunt suprafeţe paralele. În fiecare punct din spaţiu se poate scrie ecuaţia fundamentală:

$$dW = -gdh, \tag{3.1}$$

prin care se stabileşte dependenţa dintre depărtarea ***dh*** şi diferenţa de potenţial ***dW*** existente între două suprafeţe de nivel infinit apropiate.

Pentru a urmări unele dintre consecinţele neparalelismului suprafeţelor de nivel pentru lucrările geodezice, ne vom referi la sistemul de altitudini ortometrice, în care geoidul este suprafaţa de referinţă iar altitudinea ortometrică este segmentul de linie de forţă cuprins între poziţia punctului pe suprafaţa terestră şi respectiv pe geoid. Din (Figura3.1,a), se observă că suma diferenţelor de nivel elementare, măsurate pe traseul cuprins între punctele *A* şi *B*, notată:

$$\sum_A^B \Delta h = \Delta h_{AB}\ , \tag{3.2}$$

nu este egală cu diferenţa altitudinilor ortometrice ale punctelor *A* şi *B,* notate H_A^{OR} şi H_B^{OR}.

Cu această remarcă se pune în evidenţă faptul că rezultatul obţinut direct prin lucrările de nivelment geometric $\sum_A^B \Delta h$ este dependent de traseul parcurs.

Generalizând (Figura3.1,b), rezultă că sumele diferenţelor de nivel elementare măsurate pe traseele 1 şi 2 nu vor fi egale între ele, nici chiar în cazul ideal, al observaţiilor geodezice perfecte, fără erori de măsurare. În consecinţă, în poligonul format, va rezulta o neînchidere care se mai numeşte şi *eroare de principiu a nivelmentului geometric geodezic.*

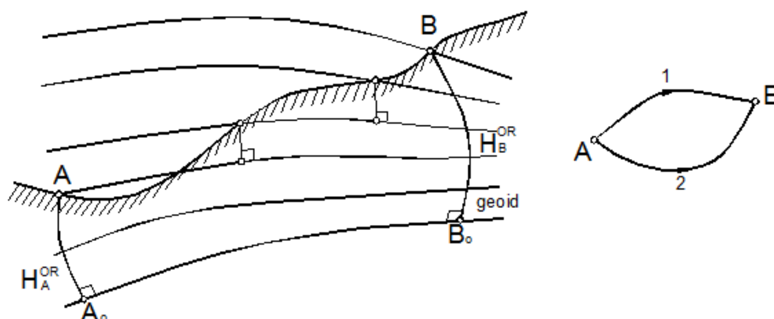


Figura 3.1 Consecinţele neparalelismului suprafeţelor de nivel asupra determinărilor nivelitice pe linii şi poligoane de mari dimensiuni

Pentru a obţine un control corect în lucrările de nivelment geometric de ordin superior este necesar ca în paralel să se efectueze şi determinări gravimetrice, pentru calculul diferenţelor de potenţial:

$$\int_A^B gdh = -\int_A^B dW = W_A - W_B \qquad 3.3$$

sau, într-o aproximaţie impusă de posibilităţile practice:

$$W_A - W_B = \sum_A^B g\Delta h \qquad 3.4$$

Pe un contur închis:

$$\oint gdh = W_A - W_A = 0 \qquad 3.5$$

Nivelmentul geometric superior fără determinări gravimetrice este lipsit de rigoarea necesară unor astfel de lucrări, controlul efectuat prin calcularea neînchiderilor în poligoane fiind afectat de erorile de principiu menţionate anterior:

$$\oint dh \neq 0 \qquad 3.6$$

Pentru liniile şi poligoanele de nivelment de mari dimensiuni, specifice reţelelor de nivelment geodezic de stat, simpla însumare a diferenţelor de nivel măsurate nu este suficientă pentru transmiterea altitudinilor. Este necesar să se lucreze cu mărimi derivate corectate, în funcţie de sistemul de altitudini adoptat.

3.2 SISTEMUL DE ALTITUDINI DINAMICE

3.2.1 Numărul geopotenţial

Notăm cu *O* punctul iniţial (fundamental) în reţeaua de nivelment, de la care porneşte o linie de nivelment spre punctul *P,* în lungul căreia s-au măsurat atât diferenţe de nivel cât şi acceleraţiile greutăţii. Din formula fundamentală (3.3) se obţine:

$$\int_O^P g dh = -\int_O^P dW = W_0 - W_P = C_P \qquad 3.7$$

Diferenţa C_P dintre potenţialul geoidului W_0 şi potenţialul suprafeţei de nivel W_P a punctului *P* este numărul geopotenţial al punctului *P*, noţiune introdusă în anul 1955 în cadrul Asociaţiei Internaţionale de Geodezie. Deşi nu are dimensiuni metrice, numărul geopotenţial caracterizează, în mod natural, o suprafaţă de nivel, fiind acelaşi pentru toate punctele situate pe această suprafaţă.
În cadrul Sistemului Geodezic de Referinţă 1980 se recomandă următoarea valoare pentru potenţialul geoidului:

$$W_0 = (6\ 263\ 686 \pm 3) \times 10\ m^2 s^{-2}$$

3.2.2 Altitudinea dinamică

Noţiunea de altitudine dinamică a fost introdusă de Helmert în anul 1873. Dacă ne referim însă la numărul geopotenţial C_P, altitudinea dinamică notată H^D se obţine prin împărţirea numărului geopotenţial cu o valoare constantă şi anume cu valoarea gravităţii normale, la altitudinea de 45^o, raportată la elipsoidul de referinţă:

$$H_P^D = \frac{C_P}{\gamma_{45^0}} \qquad 3.8$$

Din punct de vedere dimensional altitudinile dinamice sunt exprimate în metri, însă ele nu au o semnificaţie geometrică. Astfel, altitudinea dinamică a unui punct nu poate fi reprezentată ca o distanţă de la o anumită suprafaţă la punctul considerat. Aceste altitudini păstrează, în continuare, semnificaţia fizică generată de împărţirea numerelor geopotenţiale cu o constantă aleasă în mod convenţional.
Sistemul de altitudini dinamice este caracterizat printr-o proprietate importantă şi anume: punctele situate pe o anumită suprafaţă de nivel au aceeaşi altitudine dinamică.

3.2.3 Corecţia dinamică

Pentru două puncte A şi B diferenţa de altitudini dinamice poate fi scrisă sub forma:

$$\Delta H_{AB}^{D} = H_{B}^{D} - H_{A}^{D} = \frac{1}{\gamma_{45^0}}\left(C_B - C_A\right) \qquad 3.9$$

sau, prin intermediul relaţiei (3.7):

$$\Delta H_{AB}^{D} = \frac{1}{\gamma_{45^0}}\int_{A}^{B} g\, dh \qquad 3.10$$

Această relaţie se poate transforma în continuare:

$$\Delta H_{AB}^{D} = \frac{1}{\gamma_{45^0}}\int_{A}^{B}\left(g - \gamma_{45^0} + \gamma_{45^0}\right) dh = \int_{A}^{B} dh + \int_{A}^{B}\frac{g - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}}\, dh\,, \qquad 3.11$$

astfel încât:

$$\Delta H_{AB}^{D} = \Delta h_{AB} + \delta_{AB}^{D}\,, \qquad 3.12$$

unde: Δh_{AB} - diferenţa de nivel măsurată:

$$\Delta h_{AB} = \int_{A}^{B} dh \approx \sum_{A}^{B}\Delta h\,; \qquad 3.13$$

δ_{AB}^{D} - corecţia dinamică pe traseul AB:

$$\delta_{AB}^{D} = \int_{A}^{B}\frac{g - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}}\, dh \cong \sum_{A}^{B}\frac{g - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}}\Delta h \qquad 3.14$$

Sistemul de cote dinamice a stat la baza creării reţelei de nivelment din Europa de vest (*Réseau Européen Unifié de Nivelment*, prescurtat *REUN*).

3.3 SISTEMUL DE ALTITUDINI ORTOMETRICE

3.3.1 Altitudinea ortometrică

Deoarece definiţia numărului geopotenţial nu depinde de traseul utilizat, se presupune că integrarea se efectuează în lungul liniei de forţă (Figura3.1, a):

$$C_P = \int_{O}^{H_P^{OR}} g\, dH\,, \qquad 3.15$$

sau:

$$C_P = H_P^{OR} \frac{1}{H_P^{OR}} \int_0^{H_P^{OR}} g \, dH . \qquad 3.16$$

Această relaţie poate fi scrisă şi sub forma:

$$C_P = \bar{g} \cdot H_P^{OR} , \qquad 3.17$$

unde $\bar{g}$ reprezintă media valorilor gravităţii în lungul liniei de forţă $P_0 P$ (în sensul unei medii ponderate generalizate):

$$\bar{g} = \frac{1}{H_P^{OR}} \int_0^{H_P^{OR}} g \, dH \qquad 3.18$$

Relaţia (3.17) reprezintă în acelaşi timp şi legătura dintre altitudinile ortometrice şi numerele geopotenţiale:

$$H_P^{OR} = \frac{1}{\bar{g}} \cdot C_P \qquad 3.19$$

3.3.2 Corecţia ortometrică.

Asemănător cu situaţia din cadrul sistemului de altitudini dinamice, este necesar să se stabilească o corecţie care să se adauge la diferenţele de nivel măsurate direct, în scopul deducerii diferenţelor de altitudini ortometrice.
Ţinând seama de (Figura3.1), se poate scrie:

$$\Delta H_{AB}^{OR} = H_B^{OR} - H_A^{OR} = \Delta H_{AB}^{D} - \left(H_B^{D} - H_A^{D}\right) + H_B^{OR} - H_A^{OR} \qquad 3.20$$

sau, sub o altă formă:

$$\Delta H_{AB}^{OR} = \Delta H_{AB}^{D} + \left(H_B^{OR} - H_B^{D}\right) - \left(H_A^{OR} - H_A^{D}\right) \qquad 3.21$$

Diferenţa de altitudini dinamice ΔH_{AB}^{D} a fost determinată, în funcţie de diferenţa de nivel măsurată Δh_{AB}, cu relaţia (3.12). Pentru a calcula diferenţa existentă între altitudinile ortometrică şi dinamică ale punctului *A*, se imaginează un traseu de nivelment geometric care pleacă din A_0, exact în lungul liniei de forţă, ajungând în *A*. Evident că, în acest caz, suma diferenţelor de nivel măsurate va fi egală cu cota ortometrică a punctului *A*:

$$\sum_{A_0}^{A} \Delta h = H_A^{OR} \qquad 3.22$$

Pe acelaşi traseu imaginar $A_0 A$, aplicând relaţia (3.12) se obţine:

$$\Delta H_{A_0A}^{D} = H_A^D = \sum_{A_0}^{A} \Delta h + \delta_{A_0A}^{D} \text{ ,} \qquad 3.23$$

sau împreună cu (3.22):

$$H_A^D = H_A^{OR} + \delta_{A_0A}^{D} , \qquad 3.24$$

adică:

$$H_A^{OR} - H_A^D = -\delta_{A_0A}^{D} ; \qquad 3.25$$

şi analog pentru punctul *B*:

$$H_B^{OR} - H_B^D = -\delta_{B_0B}^{D} \qquad 3.26$$

Corecţiile dinamice din ultimele două expresii se calculează cu ajutorul relaţiei (3.14):

$$\delta_{A_0A}^{D} = \int_{A_0}^{A} \frac{g - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} dH \text{ ;} \qquad \delta_{B_0B}^{D} = \int_{B_0}^{B} \frac{g - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} dH \qquad 3.27$$

sau, prin introducerea unor valori medii, constante, $\overline{g}_A$ şi $\overline{g}_B$, calculate în lungul liniilor de forţă AA_0 şi BB_0, cu relaţiile:

$$\delta_{A_0A}^{D} = \frac{\overline{g}_A - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} H_A ; \qquad \delta_{B_0B}^{D} = \frac{\overline{g}_B - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} H_B \qquad 3.28$$

Pentru H_A şi H_B pot fi folosite valori aproximative ale cotelor punctelor A şi B.
Introducând relaţiile (3.12), (3.13), (3.14) şi (3.27) în (3.21) rezultă:

$$\Delta H_{AB}^{OR} = \Delta h_{AB} + \delta_{AB}^{OR} , \qquad 3.29$$

unde: δ_{AB}^{OR} reprezintă corecţia ortometrică pe traseul *AB*:

$$\delta_{AB}^{OR} = \sum_{A}^{B} \frac{g - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} \Delta h + \frac{\overline{g}_A - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} H_A - \frac{\overline{g}_B - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} H_B \qquad 3.30$$

3.3.3 Altitudinea Helmert

Valoarea medie $\overline{g}$ din relaţia (3.19), prin care se defineşte altitudinea ortometrică în funcţie de numărul geopotenţial, nu poate fi determinată practic în mod riguros. De aceea, în locul acestei mărimi s-au introdus alte valori, în funcţie de anumite ipoteze, rezultând diverse sisteme de altitudini.
Ţinându-se cont că:

$$\bar{g} = g + 0{,}0424\, H\,, \tag{3.31}$$

rezultă că altitudinea ortometrică definită de (3.19) poate fi scrisă şi sub forma:

$$H_P^{OR} = \frac{C_P}{g + 0{,}0424\, H} \tag{3.32}$$

Această relaţie a fost dedusă de Helmert în anul 1890 şi de aceea altitudinile corespondente poartă numele său.

3.3.4 Altitudinea ortometrică sferoidică

Sistemul de altitudini sferoidice este un sistem destul de frecvent folosit. Dacă în relaţia (3.30) se introduce $g \equiv \gamma$, se obţine expresia corecţiei ortometrice sferoidice:

$$\delta_{AB}^{ORS} = \sum_A^B \frac{\gamma - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} \Delta h + \frac{\bar{\gamma}_A - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} H_A - \frac{\bar{\gamma}_B - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} H_B \tag{3.33}$$

Formula de calcul practic al corecţiei ortometrice sferoidice, folosită şi în ţara noastră în trecut, precum şi în alte ţări din Europa s-a dedus prin considerarea neparalelismului suprafeţelor de nivel şi a aproximaţiei menţionate $g \equiv \gamma$. Astfel, pentru trasee de nivelment care merg dinspre sud spre nord, rezultă din (3.32):

$$dH \approx -\frac{H}{\gamma} d\gamma \tag{3.34}$$

Expresia corecţiei ortometrice sferoidice este:

$$\delta_{AB}^{ORS} = -f^* \cdot H_{med} \cdot \Delta B^{rad} \cdot \sin 2B_{med} \tag{3.35}$$

Pentru calculul practic în ţara noastră s-au considerat tronsoane în lungime de 1 km (ceea ce corespunde, aproximativ, pentru $\Delta B = 1^0$) obţinându-se:

$$\left(\delta_{AB}^{ORS}\right)_{mm} = -K \cdot H_{med}^{(km)} \cdot \Delta B^c\,, \tag{3.36}$$

unde:

$$K = 10^6 \frac{f^*}{q^c} \cdot \sin 2B_{med} \tag{3.37}$$

Acest coeficient poate fi extras şi din tabelele publicate de prof. M.Botez (1969) funcţie de latitudinea medie B_m (f^* = *0,0053*).

3.4 SISTEMUL DE ALTITUDINI NORMALE

În ţara noastră este folosit, în prezent, ca sistem oficial de altitudini, sistemul de altitudini normale, fondat teoretic de *M.S. Molodenski* în anul 1945.
Plecând de la dificultăţile reale pe care le prezintă utilizarea altitudinilor ortometrice, dintre care cunoaşterea gravităţii medii $\overline{g}$ în lungul liniei de forţă reprezintă impedimentul principal, *Molodenski* propune ca în locul câmpului gravităţii să se utilizeze câmpul gravităţii normale.

3.4.1 Altitudinea normal

Acceptând această ipoteză, formulele de calcul se pot determina prin utilizarea formulelor corespondente de la sistemul de altitudini ortometrice. Astfel, definiţia altitudinii normale a punctului *P,* notată H_P^N, analog cu (3.19), este:

$$H_P^N = \frac{1}{\overline{\gamma}} C_P, \qquad 3.38$$

unde valoarea medie $\overline{\gamma}$ a acceleraţiei normale a gravităţii în lungul normalei la elipsoid (P_0P) în Figura 3.2 se calculează riguros cu o relaţie analogă cu formula (3.18):

$$\overline{\gamma} = \frac{1}{H^N} \int_0^{H^N} \gamma dH^N \qquad 3.39$$

Diferenţa de altitudini normale între reperele *A* şi *B* va fi:

$$\Delta H_{AB}^N = H_B^N - H_A^N = \Delta h_{AB} + \delta_{AB}^N, \qquad 3.40$$

unde Δh_{AB} reprezintă diferenţa de nivel măsurată în teren prin nivelment geometric, iar δ_{AB}^N este corecţia normală pe traseul *AB*. Această corecţie poate fi dedusă din relaţia (3.30) introducând $\overline{g} \equiv \overline{\gamma}$:

$$\delta_{AB}^N = \sum_A^B \frac{g - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} \Delta h + \frac{\overline{\gamma}_A - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} H_A - \frac{\overline{\gamma}_B - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} H_B \qquad 3.41$$

Printr-un artificiu simplu se transformă primul termen al relaţiei astfel încât se obţine:

$$\delta_{AB}^{N}=\sum_{A}^{B}\frac{g-\gamma}{\gamma_{45^0}}\Delta h+\sum_{A}^{B}\frac{\gamma-\gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}}\Delta h+\frac{\bar{\gamma}_A-\gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}}H_A-\frac{\bar{\gamma}_B-\gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}}H_B \qquad 3.42$$

Comparând relaţiile (3.33) şi (3.42) rezultă:

$$\delta_{AB}^{N}=\sum_{A}^{B}\frac{g-\gamma}{\gamma_{45^0}}\Delta h+\delta_{AB}^{ORS} \qquad 3.43$$

Această relaţie exprimă legătura care există între corecţiile normale şi corecţiile ortometrice sferoidice, punând în evidenţă posibilitatea de trecere de la un sistem la altul, în cazul în care se cunosc anomaliile gravităţii pe traseul considerat. Corecţia normală apare astfel ca formată din doi termeni principali:

- corecţia $\sum_{A}^{B}\frac{g-\gamma}{\gamma_{45^0}}\Delta h$ datorată anomaliilor gravităţii;

- corecţia δ_{AB}^{ORS} datorată neparalelismului suprafeţelor de nivel (în concepţia ortometrică sferoidică).

Figura 3.2 Sistemele de altitudini ortometrice şi normale

Introducerea noţiunii de sistem normal a condus şi la necesitatea schimbării suprafeţei de referinţă, în speţă a geoidului, folosit în sistemul ortometric.

Pentru a înţelege mai uşor caracterul suprafeţei de referinţă în cazul sistemului normal, ne bazăm pe altitudinile elipsoidice H^E, definite în raport de elipsoid, în cele două sisteme de altitudini avute în vedere (Figura3.2).

$$H_P^E=H_P^{OR}+N_P; \qquad H_P^E=H_P^N+\xi_P \qquad 3.44$$

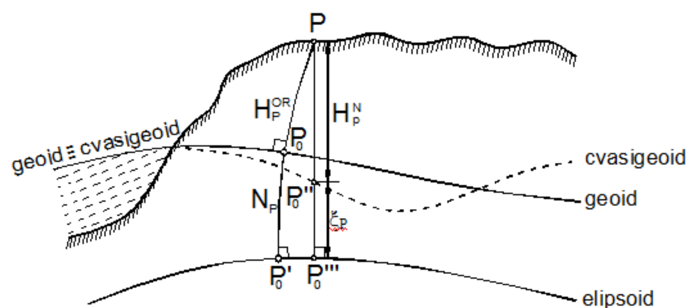


Figura 3.2 Sistemele de altitudini ortometrice şi normale

M.S.Molodenski a denumit această suprafaţă ***cvasigeoid***. Pe suprafeţe acvatice întinse (mări, oceane) cvasigeoidul coincide cu geoidul, sub continente existând diferenţe care depind de structura internă a Pământului.

3.5 ONDULAŢIILE GEOIDULUI

3.5.1 Formula Bruns

Din dezvoltarea potenţialului în coordonate rectangulare rezultă că într-un punct oarecare, situat în câmpul gravităţii, este valabilă relaţia:

$$W(x,y,z) = U(x,y,z) + T(x,y,z) \qquad 3.45$$

unde:

W - potenţialul efectiv al gravităţii;
U - potenţialul normal;
T - potenţialul perturbator.

Definirea elipsoidului de nivel include condiţia de egalitate dintre potenţialul efectiv al geoidului şi potenţialul normal al elipsoidului de nivel, astfel încât se poate scrie:

$$W_{P_0} = U_{P_0'} \qquad 3.46$$

Cu P_0 s-a notat proiecţia punctului *P* pe suprafaţa geoidului (în lungul verticalei), iar cu P_0' proiecţia pe elipsoid (în lungul normalei).

Ipoteza (3.46) este valabilă numai în anumite limite şi anume atunci când cele două suprafeţe sunt apropiate, existând şi puncte în care acestea coincid (unde T=0). De aceea, această ipoteză are un caracter global pentru întregul geoid, respectiv elipsoid de referinţă.

Segmentul P_0P_0' este denumit *ondulaţia geoidului* şi reprezintă distanţa dintre geoid şi elipsoidul de referinţă, măsurată pe normala la elipsoid.

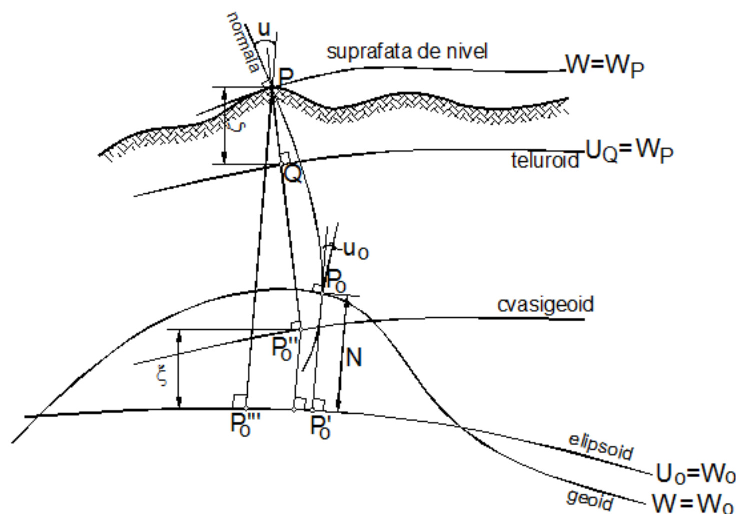


Figura 3.3 Ondulaţia geoidului, anomalia altitudinii

Se presupune o dezvoltare a potenţialului normal în lungul segmentului $P_0^{'}P_0$ a cărui direcţie este dată de versorul $\vec{n}$ al normalei la elipsoid:

$$U_{P_0} = U_{P_0^{'}} + \left(\frac{\partial U}{\partial n}\right)_{P_0^{'}} N$$

3.47

Ţinând cont că:

$$U_{P_0} = U_{P_0^{'}} - \gamma \cdot N \qquad 3.48$$

şi

$$W_{P_0} = U_{P_0} + T_{P_0}, \qquad 3.49$$

rezultă:

$$W_{P_0} = U_{P_0^{'}} - \gamma \cdot N + T_{P_0}, \qquad 3.50$$

astfel încât, se obţine formula *Bruns*, de legătură dintre ondulaţia geoidului şi potenţialul perturbator:

$$N = \frac{T}{\gamma} \qquad 3.51$$

Pentru determinarea ondulaţiilor geoidului ***N*** este necesară, în principiu, cunoaşterea potenţialului perturbator ***T***, care la rândul său nu poate fi măsurat direct. Există însă posibilitatea de exprimare a potenţialului perturbator în funcţie de anomaliile gravităţii.

Anomalia gravităţii reprezintă diferenţa dintre valoarea gravităţii măsurată şi redusă la suprafaţa geoidului şi valoarea normală a gravităţii, calculată pe elipsoid:

$$\Delta_g = g_{P_0} - \gamma_{P_0'} \qquad 3.52$$

Deoarece:

$$\gamma_{P_0} = \gamma_{P_0'} + \frac{\partial \gamma}{\partial H} N , \qquad 3.53$$

H fiind distanţa între două suprafeţe de nivel, măsurată în lungul liniei de forţă, se obţine:

$$\Delta_g = g_{P_0} - \gamma_{P_0} + \frac{\partial \gamma}{\partial H} N \qquad 3.54$$

Ondulaţiile geoidului *N* au, în general, valori mici, de ordinul metrilor sau zecilor de metri. De aceea, în anumite dezvoltări se pot accepta şi unele aproximaţii, ca de exemplu:

$$\gamma = -\frac{\partial U}{\partial n} \approx -\frac{\partial U}{\partial H} \qquad 3.55$$

Aproximaţia (3.55) împreună cu relaţia cunoscută:

$$g = -\frac{\partial W}{\partial H} , \qquad 3.56$$

permit să se scrie:

$$\frac{\partial T}{\partial H} = \frac{\partial}{\partial H}(W - U) = -(g - \gamma), \qquad 3.57$$

obţinând astfel din (3.55):

$$\Delta g = \frac{\partial \gamma}{\partial H} N - \frac{\partial T}{\partial H} \qquad 3.58$$

Folosind şi formula Bruns (3.51) se obţine:

$$\Delta g + \frac{\partial T}{\partial H} - \frac{1}{\gamma}\frac{\partial \gamma}{\partial H} T = 0 , \qquad 3.59$$

expresie care constituie *ecuaţia fundamentală a geodeziei fizice*.

Ea exprimă legătura între anomaliile Δg (cantităţi determinabile prin măsurători) şi potenţialul perturbator necunoscut *T*.

4. ELEMENTE DE GEODEZIE ELIPSOIDALĂ

Geodezia elipsoidală studiază metodele de rezolvare a problemelor geodezice pe suprafaţa elipsoidului de referinţă.

Geodezia elipsoidală (sferoidală; geometrică; matematică) se ocupă cu studiul metodelor de rezolvare a problemelor care apar în geodezie pe suprafaţa elipsoidului considerat. Stabilirea acestor metode presupune şi studierea suprafeţei matematice cu care este echivalată suprafaţa Pământului (elipsoidul), precum şi a metodelor de reducere a observaţiilor geodezice pe elipsoidul de referinţă.
Elipsoidul de referinţă este elipsoidul utilizat la un moment dat pentru rezolvarea problemelor geodezice.
Axa de rotaţie a unui astfel de elipsoid este paralelă şi apropiată de axa de rotaţie a Pământului, iar centrul său geometric este în apropierea centrului de masă al Pământului.
Schimbarea elipsoidului de referinţă a fost posibilă, pe măsura trecerii timpului, datorită dezvoltării mijloacelor de măsurare şi de calcul care au permis utilizarea şi a altor metode şi relaţii de determinare a parametrilor elipsoidului. La aceasta s-au adăugat parametrul densitate şi modul de repartizare a punctelor pe suprafaţa terestră.
Toate determinările au drept scop găsirea unui elipsoid de referinţă a cărui axă de rotaţie să coincidă cu axa de rotaţie a Pământului, iar centru său geometric să se identifice cu centrul de masă al Pământului. Un asemenea elipsoid există la ora actuală doar ca noţiune teoretică, fiind denumit elipsoid terestru general. Dimensiunile şi orientarea acestui elipsoid în raport cu geoidul sunt astfel determinate încât abaterile dintre cele două suprafeţe să fie minime.
Deoarece au fost utilizaţi de-a lungul timpului mai mulţi elipsoizi de rotaţie ca referinţă, o problemă importantă pentru geodezie o reprezintă transcalculul de coordonate de pe un elipsoid pe altul.

4.1 PARAMETRI GEOMETRICI AI ELIPSOIDULUI DE ROTAŢIE

Parametri geometrici ai elipsoidului de rotaţie sunt:

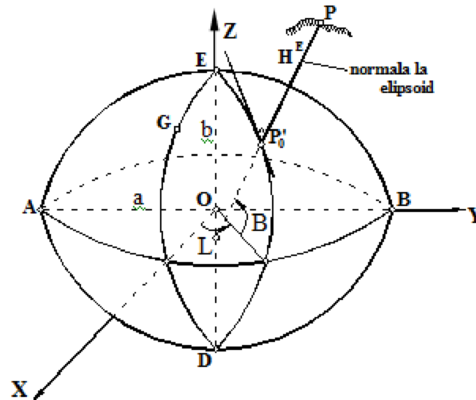


Figura 4.1 Elipsoidul de rotaţie

$a = \overline{OA} = \overline{OB} \rightarrow$ semiaxa mare (raza ecuatorială)

$b = \overline{OE} = \overline{OD} \rightarrow$ semiaxa mică

$f = \dfrac{a-b}{a} \rightarrow$ turtirea (geometrică) 4.1

$E = \sqrt{a^2 - b^2} \rightarrow$ excentricitatea liniară

$e = \sqrt{\dfrac{a^2 - b^2}{a^2}} \rightarrow$ prima excentricitate (numerică)

$e' = \sqrt{\dfrac{a^2 - b^2}{b^2}} \rightarrow$ a doua excentricitate (numerică)

$c = \dfrac{a^2}{b} \rightarrow$ raza de curbură polară

Un elipsoid de rotaţie poate fi definit prin doi parametri dintre care unul trebuie să fie neapărat liniar. Parametri *a, b, f sunt denumiţi parametri geometrici principali,* iar semiaxa mare şi turtirea *(a, f)* sunt cei doi parametri care definesc de regulă un elipsoid de rotaţie.

4.2 RELAŢII ÎNTRE PARAMETRI GEOMETRICI

Pornind de la expresia turtirii geometrice:

$$f = \frac{a-b}{a}$$

4.2

sau : $a \cdot f = a - b$

Rezultă:

$$b = a \cdot (1 - f) \qquad 4.3$$

Prima excentricitate numerică:

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} \qquad 4.4$$

sau:

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \Rightarrow a^2 \cdot e^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow b^2 = a^2 \cdot (1 - e^2) \qquad 4.5$$

Din relaţia:

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \Rightarrow e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2} \Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = 1 - e^2 \qquad 4.6$$

Din relaţia: $f = \frac{a-b}{a} \Rightarrow f = 1 - \frac{b}{a} \Rightarrow f = 1 - (1 - e^2)^{1/2}$ 4.7

Având în vedere că mărimea "e" are o valoare mică, se poate face o dezvoltare în serie numai pentru primul termen:
Cazul general:

$$(1 + x)^m \cong 1 + mx + \frac{m \cdot (m-1)}{2!} \cdot x^2 + \dots\dots\dots\dots$$

În cazul nostru:

$$(1 - e^2)^{1/2} \approx 1 - \frac{1}{2} \cdot e^2 \qquad 4.8$$

Deci, în 4.7:

$$f = 1 - \left(1 - \frac{1}{2} \cdot e^2\right) = 1 - 1 + \frac{1}{2} \cdot e^2 \qquad 4.9$$

$$f \cong \frac{1}{2} \cdot e^2 \rightarrow e^2 \cong 2f \qquad 4.10$$

Din relaţia celei de a II-a excentricităţi:

$$e' = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2}} \Rightarrow e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2} \qquad 4.11$$

Deci:

$$e'^2 = \frac{a^2}{b^2} - 1 \qquad 4.12$$

Din relaţia (4.6)

$$\frac{b^2}{a^2} = 1 - e^2 = \frac{1}{1 + e'^2} \qquad 4.13$$

Deci:

$$e^2 = 1 - \frac{1}{1 + e'^2} = \frac{1 + e'^2 - 1}{1 + e'^2} \Rightarrow e^2 = \frac{e'^2}{1 + e'^2} \qquad 4.14$$

Din relaţia (4.13):

$$1 - e^2 = \frac{1}{1 + e'^2} \rightarrow 1 + e'^2 = \frac{1}{1 - e^2} \qquad 4.15$$

$$e'^2 = \frac{1}{1 - e^2} - 1 = \frac{1 - 1 + e^2}{1 - e^2} = \frac{e^2}{1 - e^2} \qquad 4.16$$

Deci:

$$e'^2 = \frac{e^2}{1 - e^2} \qquad 4.17$$

4.3 ECUAŢIILE PARAMETRICE ALE ELIPSOIDULUI DE ROTAŢIE

Elipsoidul de referinţă, adică elipsoidul folosit la un moment dat într-o ţară sau în mai multe ţări pentru rezolvarea problemelor geodezice, este un elipsoid de rotaţie cu turtire mică la poli.

În tabelul 4.1 se prezintă valorile numerice ale parametrilor ***a*** şi ***f*** pentru elipsoizii de referinţă care au fost utilizaţi în decursul anilor în ţara noastră, pentru elipsoidul recomandat de AIG în anul 1980 cât şi pentru elipsoidul mondial WGS'84 (World Geodetic System).

Tabelul 4.1

Denumirea elipsoidului de referinţă	**Anul determinării**	**Semiaxa mare a**[m]	**Turtirea numerică f**	**Perioada de utilizare în România**
Bessel	1841	6377397,155	1:299,1285	1873-1916
Clarke	1880	6378243,000	1:293,465	1916-1930
Hayford	1909	6378388,000	1:297,0	1930-1951
Krasovski	1940	6378245,000	1:298,3	1951-prezent
Sistemul geodezic de referinţă 1980	1980	6378137,000	1:298,257	-
WGS' 84	1984	6378137,000	1:298,257	în prezent

Ecuaţia generală a unui elipsoid de rotaţie, exprimată sub formă implicită se poate scrie:

$$\frac{X^2+Y^2}{a^2}+\frac{Z^2}{b^2}-1=0 \qquad 4.18$$

Ea este puţin folosită în geodezia elipsoidală. În mod frecvent se operează cu ecuaţiile parametrice, în funcţie de coordonatele ***B*** şi ***L***, adică:

$$X = X(B,L) \qquad Y = Y(B,L) \qquad Z = Z(B)$$

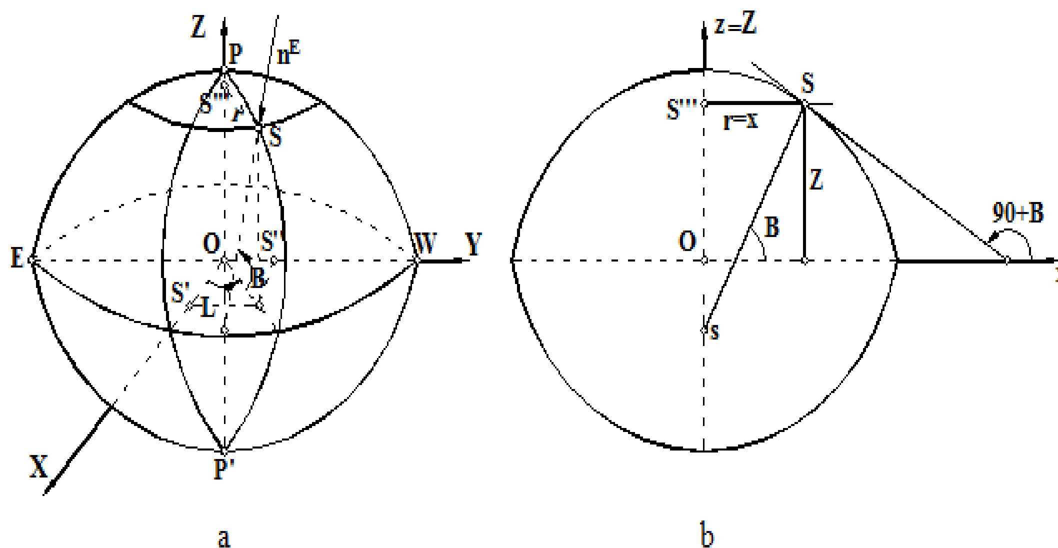


Figura 4.2 Elipsoidul de rotaţie de referinţă

Pentru deducerea acestora este util să se determine, în prealabil, ecuaţiile parametrice ale elipsei meridiane:

$$x = x(B) \qquad\qquad z = z(B)$$

deoarece legătura dintre coordonatele *X,Y,Z* şi respectiv *x,z* (Figura4.2) este imediată:

$$X = x \cdot \cos L \qquad Y = x \cdot \sin L \qquad Z = z \qquad 4.19$$

Ecuaţia elipsei meridiane sub formă implicită este:

$$f(x,z) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} - 1 = 0 \qquad 4.20$$

sau, în funcţie de relaţia 4.5 ($b^2 = a^2 \cdot (1-e^2)$):

$$f(x,z) = x^2 + \frac{z^2}{1-e^2} - a^2 = 0 \qquad 4.21$$

Coeficientul unghiular al tangentei la elipsă în punctul ***S*** (Figura4.2, b) poate fi exprimat sub forma:

$$\frac{dz}{dx} = tg(90^0 + B) = -ctgB \qquad 4.22$$

sau sub forma:

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{f_x'}{f_z'} = -\frac{(1-e^2)x}{z} \qquad 4.23$$

Din egalarea ultimelor două relaţii rezultă:

$$z = (1-e^2)x \cdot tgB \qquad 4.24$$

introducând expresia (4.24) în (4.21) se obţine:

$$x = \frac{a \cdot \cos B}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 B}} \qquad 4.25$$

iar în continuare, din relaţia (4.24):

$$z = \frac{a(1-e^2) \cdot \sin B}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 B}} \qquad 4.26$$

Ultimele două relaţii reprezintă ecuaţiile parametrice ale elipsei meridiane în funcţie de latitudinea geodezică ***B.*** Pentru scrierea mai concentrată a acestor ecuaţii, precum şi pentru uşurarea calculelor, se folosesc frecvent următoarele funcţii auxiliare:

$$W = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}$$ 4.27

$$V = \sqrt{1 + e'^2 \cos^2 B} = \sqrt{1 + \eta^2}$$ 4.28

unde:

$$\eta = e' \cdot \cos B$$ 4.29

Funcţiile auxiliare *W* şi *V* au fost dezvoltate în serie şi tabelate. La noi în ţară se pot folosi tabelele Tarczi- Hornoch- Hristov (1959) din care se extrag atât valorile naturale, cât şi valorile logaritmice pentru *W* şi *V*, în funcţie de latitudinea geodezică *B*..
Folosind relaţiile de legătură dintre parametri elipsoidului de referinţă, se obţine:

$$W^2 = 1 - e^2 \sin^2 B = 1 - \frac{e'^2}{1 + e'^2} \sin^2 B = \frac{1 + e'^2 \cos^2 B}{1 + e'^2} = \frac{V^2}{1 + e'^2}$$

4.30

precum şi:

$$W^2 = \left(1 - e^2\right) V^2$$ 4.31

$$\frac{a}{W} = \frac{c}{V}$$ 4.32

În acest mod, ecuaţiile parametrice ale elipsei meridiane (4.25) şi (4.26) se pot exprima şi sub forma:

$$x = \frac{a \cdot \cos B}{W} = \frac{c \cdot \cos B}{V}$$

4.33

$$z = \frac{a\left(1 - e^2\right) \cdot \sin B}{W} = \frac{c\left(1 - e^2\right) \cdot \sin B}{V}$$

Utilizând aceste ecuaţii, precum şi relaţiile (4.19) rezultă ecuaţiile parametrice ale elipsoidului de rotaţie:

$$X = \frac{a \cdot \cos B \cos L}{W} = \frac{c \cdot \cos B \cos L}{V}$$

$$Y = \frac{a \cdot \cos B \sin L}{W} = \frac{c \cdot \cos B \sin L}{V}$$ 4.34

$$Z = \frac{a\left(1 - e^2\right) \cdot \sin B}{W} = \frac{c\left(1 - e^2\right) \cdot \sin B}{V}$$

4.4 LINIILE DE COORDONATE

Liniile de coordonate curbilinii pe suprafaţa elipsoidului de referinţă sunt reprezentate de familiile de meridiane (L = const.) şi parale (B = const.). În raport de liniile de coordonate se definesc anumite mărimi cu care se operează frecvent în geodezie (anumite sisteme de coordonate, azimutul geodezic, etc.).
Unghiul de intersecţie a liniilor de coordonate este un unghi drept şi, ca urmare, în anumite calcule vor interveni simplificări în comparaţie cu situaţia generală întâlnită la studiul suprafeţelor unde acest unghi poate avea o valoare oarecare.

4.4.1 Raza de curbură a elipsei meridian

Fie două puncte S_1 şi S_2 situate pe aceeaşi elipsă meridiană, la o diferenţă de latitudine ΔB
(Figura 4.3). Raza de curbură ***M*** a elipsei meridiane poate fi definită de relaţia 4.35:

$$M = \lim_{\Delta B \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta B} = \frac{ds}{dB} \qquad 4.35$$

în care ds este elementul de arc de elipsă:

$$ds^2 = dx^2 + dz^2 \qquad 4.36$$

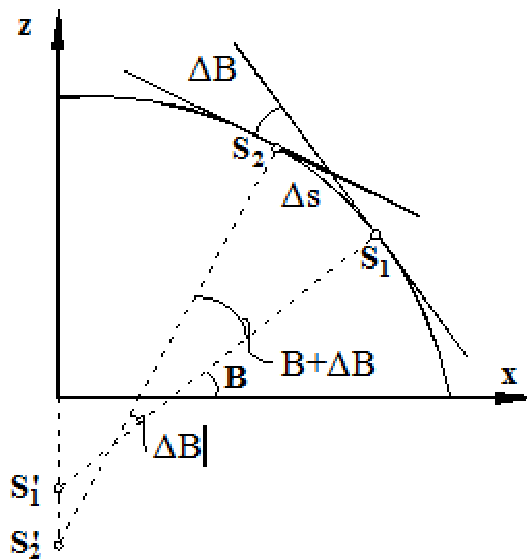


Figura 4.3 Raza de curbură a elipsei meridiane

Rezultă astfel:

$$M = \sqrt{\left(\frac{dx}{dB}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dB}\right)^2} \qquad 4.37$$

Calculul derivatelor necesare în expresia (4.37) se realizează prin considerarea relaţiilor (4.33). Astfel, de exemplu, prima derivată va fi:

$$\frac{dx}{dB} = a\left[-\sin B \cdot \left(1 - e^2 \cdot \sin^2 B\right)^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\cos B \cdot \left(1 - e^2 \cdot \sin^2 B\right)^{-\frac{3}{2}} \cdot 2e^2 \sin B \cdot \cos B\right], \qquad 4.38$$

care, după transformări simple devine:

$$\frac{dx}{dB} = -\frac{a \cdot \sin B\left(1 - e^2\right)}{W^3} \qquad 4.39$$

Analog, se poate calcula şi cealaltă derivată necesară în expresia (4.37):

$$\frac{dz}{dB} = \frac{a\left(1 - e^2\right) \cdot \cos B}{W^3}$$

4.40

În acest fel se poate determina expresia razei de curbură a elipsei meridiane:

$$M = \frac{a\left(1 - e^2\right)}{W^3} = \frac{c}{V^3} \qquad 4.41$$

Se observă că raza de curbură a elipsei meridiane creşte odată cu variaţia latitudinii geodezice *B,* de la ecuator spre pol:

$$M_{0^0} = a\left(1 - e^2\right) \qquad\qquad M_{90^0} = \frac{a}{\left(1 - e^2\right)^{\frac{1}{2}}} = c$$

4.42

Mărimea razei de curbură a elipsei meridiane se poate extrage din tabele în funcţie de latitudinea geodezică a punctului considerat (pentru exemplificare, se prezintă un extras în tabelul 4.2).

Tabelul 4.2

B	**V**	**d**	**M** [m]	**d** [m]
46^0				
0’	1,001 624 5190	- 9778	6 368 610,665	+ 18,653
1’	1,001 623 5412		6 368 629,318	

4.4.2 Lungimea arcului de meridian

Lungimea arcului de meridian între punctele S_1 şi S_2, de latitudini B_1 şi respectiv B_2, se poate determina prin integrarea unei relaţii de forma (4.35):

$$s_{1-2} = \int_{s_1}^{s_2} ds = \int_{B_1}^{B_2} M\ dB \qquad 4.43$$

sau, considerând formulele (4.41):

$$s_{1-2} = a(1-e^2)\int_{B_1}^{B_2}(1-e^2\sin^2 B)^{-\frac{3}{2}} dB = c\int_{B_1}^{B_2}(1+e'^2\cos^2 B)^{-\frac{3}{2}} dB \qquad 4.44$$

Pentru calculul integralelor de mai sus se efectuează iniţial dezvoltarea în serie a expresiilor $(1-e^2\cdot\sin^2 B)^{-\frac{3}{2}}$, respectiv $(1+e'^2\cdot\cos^2 B)^{-\frac{3}{2}}$ după care rezultatul obţinut poate fi integrat termen cu termen. Astfel:

$$(1-e^2\cdot\sin^2 B)^{-\frac{3}{2}} = 1+\frac{3}{2}e^2\ \sin^2 B+\frac{15}{8}e^4\ \sin^4 B+......;$$

$$\sin^2 B = \frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 2B; \qquad 4.45$$

$$\sin^4 B = \frac{3}{8}-\frac{1}{2}\cos 2B+\frac{1}{8}\cos 4B$$

Şi, prin urmare:

$$s_{12} = a(1-e^2)\int_{B_1}^{B_2}(\alpha-\beta\cdot\cos 2B+\gamma\cdot\cos 4B-...)\,dB \qquad 4.46$$

unde:

$$\alpha = 1+\frac{3}{4}e^2+\frac{45}{64}e^4+.....;$$

$$\beta = \frac{3}{4}e^2+\frac{15}{16}e^4+....; \qquad 4.47$$

$$\gamma = \frac{15}{64}e^4+......;$$

Rezultă:

$$s_{12} = a\,(1-e^2)\left|\alpha\cdot B-\frac{1}{2}\beta\cdot\sin 2B+\frac{1}{4}\gamma\cdot\sin 4B-...\right|_{B_1}^{B_2}, \qquad 4.48$$

adică:

$$s_{12} = P\left(B_2 - B_1\right)^0 - Q\left(\sin 2B_2 - \sin 2B_1\right) + R\left(\sin 4B_2 - \sin 4B_1\right) - ......, \qquad 4.49$$

unde:

$$P = \frac{a\left(1-e^2\right)}{\rho^0}\alpha \qquad Q = \frac{a\left(1-e^2\right)}{2}\beta \qquad R = \frac{a\left(1-e^2\right)}{4}\gamma \qquad 4.50$$

Pentru necesităţi practice dezvoltările se realizează până la termeni care conţin e^8. Dacă se au în vedere parametri elipsoidului Krasovski şi gradaţia sexagesimală se obţin următoarele valori numerice:

P = 111 134, 861 082 813;
Q = 16 036, 480 221 834
R = 16, 828 053 282 $\quad [m]$
S = 0, 021 971 904
T = 0,000 030 562 4.51

De menţionat că termenii care conţin $e^2 \approx 2f$ şi similari ca ordin de mărime sunt consideraţi în geodezia elipsoidală ca termeni de ordinul I. Astfel, relaţia de calcul a lungimii arcului de meridian între două puncte de latitudini B_1 şi B_2 este (în metri):

$$\begin{aligned} s_{1-2} &= 111\ 134,\ 861\ 082\ 813\ \left(B_2 - B_1\right)^0 - 16\ 036,\ 480\ 222\ 834\left(\sin 2B_2 - \sin 2B_1\right) + \\ &+ 16,\ 828\ 053 \cdot 282\left(\sin 4B_2 - \sin 4B_1\right) - 0,\ 021\ 971\ 904\left(\sin 6B_2 - \sin 6B_1\right) + \\ &+ 0,\ 000\ 030\ 562\left(\sin 8B_2 - \sin 8B_1\right) \end{aligned} \qquad 4.52$$

Lungimea arcului de meridian (β) de la ecuator până la punctul considerat poate fi determinată cu formula (4.52), prin particularizarea $B_1 = 0^0$.

În tabele această mărime poate fi interpolată, în funcţie de latitudinea B a punctului respectiv, cu erori de calcul de ordinul $\pm 0{,}001\ mm$ (tabelul 4.3).

Tabelul 4.3

B	β [m]	**d** [m]	$r \cdot arc1'$ [m]	**d** [m]	$\Delta S_{\Delta L = 1'}$ [ha]	**d** [ha]
46						
		+1852,556		-0,38770		+239,14
0'	5 096 175, 747		1 291, 07653		847 521,41	
1'	5 098 028,303		1 290, 68883		847 760,55	

În realitate, lungimea arcului de meridian de 1^0 este funcţie de latitudinea *B* la care se află punctul considerat, înregistrându-se o creştere de la ecuator spre pol, la fel ca şi pentru raza de curbură a elipsei meridiane *M*:

$(arc1^0)_{0^0} \approx 110576{,}3\ m \quad ; \quad (arc1^0)_{90^0} \approx 111695{,}8\ m$ 4.53

Elementul de arc de meridian se determină cu relaţia:

$ds_m = M\ dB$ 4.54

4.4.3 Raza de curbură a paralelului

Raza de curbură a paralelului este egală cu coordonata *x* din figura 4.2:

$$r = x = \frac{a \cdot \cos B}{W} = \frac{c \cdot \cos B}{V} \qquad 4.55$$

având o variaţie, în funcţie de latitudinea geodezică, de la ecuator spre pol:

$r_{0^0} = a; \qquad r_{90^0} = 0$ 4.56

Mărimea razei de curbură a paralelului poate fi determinată cu ajutorul tabelelor în funcţie de valoarea efectiv tabelată (tabelul 4.3).

4.4.4 Lungimea arcului de paralel

Fie două puncte S_1 şi S_2, situate pe paralelul de rază ***r*** (latitudinea ***B***) la longitudinile L_1 şi respectiv $L_2 = L_1 + dL$. Lungimea arcului de paralel ds_p, dintre cele două puncte va fi :

$$ds_p = r\ dL \qquad 4.57$$

Expresia de mai sus poate fi integrată imediat deoarece *r* = const. pentru un paralel dat:

$s_p = r(L_2 - L_1)' \cdot arc1'$ 4.58

Aşa după cum s-a mai menţionat, din tabele se poate extrage prin interpolare mărimea $r \cdot arc1'$, astfel încât lungimea arcului de paralel se poate determina cu suficientă uşurinţă.

4.4.5 Azimutul geodezic al unei curbe situate pe elipsoidul de referinţă

Una din mărimile frecvent folosite, azimutul geodezic ***A*** al unei curbe ***c*** este unghiul format de elementul de arc ***ds*** al acesteia cu direcţia pozitivă a liniei de coordonate *L = const*. (Figura4.4). Pentru deducerea unei expresii de calcul al azimutului se poate porni de la relaţia generală:

$\cos A = \alpha\alpha_L + \beta\beta_L + \gamma\gamma_L$ 4.59

în care α, β, γ sunt cosinuşii directori ai tangentei la curba *c*:

$$\alpha = \frac{dx}{ds} = \frac{\partial x}{\partial B} \cdot \frac{dB}{ds} + \frac{\partial x}{\partial L} \cdot \frac{dL}{ds}$$

$$\beta = \frac{dy}{ds} = \frac{\partial y}{\partial B} \cdot \frac{dB}{ds} + \frac{\partial y}{\partial L} \cdot \frac{dL}{ds}$$

4.60

$$\gamma = \frac{dz}{ds} = \frac{\partial z}{\partial B} \cdot \frac{dB}{ds} + \frac{\partial z}{\partial L} \cdot \frac{dL}{ds}$$

iar $\alpha_L, \beta_L, \gamma_L$ sunt cosinuşii directori ai tangentei la linia de coordonate L = *const*.

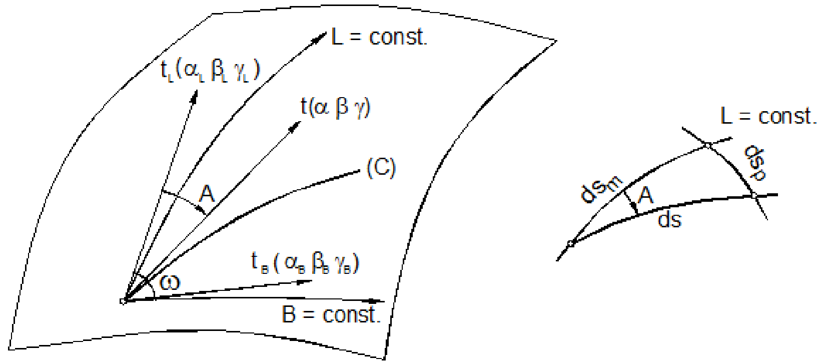


Figura 4.4 Azimutul geodezic al unei curbe situate pe elipsoidul de referinţă

Elementul de arc *ds* al unei curbe pe o suprafaţă oarecare poate fi exprimat sub forma:

$$ds^2 = dX^2 + dY^2 + dZ^2, \qquad 4.61$$

unde:

$$dX = \frac{\partial X}{\partial B} \cdot dB + \frac{\partial X}{\partial L} \cdot dL$$

$$dY = \frac{\partial Y}{\partial B} \cdot dB + \frac{\partial Y}{\partial L} \cdot dL \qquad 4.62$$

$$dZ = \frac{\partial Z}{\partial B} \cdot dB + \frac{\partial Z}{\partial L} \cdot dL$$

În acest fel rezultă:

$$ds^2 = E\, dB^2 + 2F\, dBdL + G\, dL^2, \qquad 4.63$$

expresie cunoscută sub denumirea de ***prima formă fundamentală pătratică***, unde:

$$E=\left(\frac{\partial X}{\partial B}\right)^2+\left(\frac{\partial Y}{\partial B}\right)^2+\left(\frac{\partial Z}{\partial B}\right)^2$$

$$F=\left(\frac{\partial X}{\partial B}\right)\left(\frac{\partial X}{\partial L}\right)+\left(\frac{\partial Y}{\partial B}\right)\left(\frac{\partial Y}{\partial L}\right)+\left(\frac{\partial Z}{\partial B}\right)\left(\frac{\partial Z}{\partial L}\right) \qquad 4.64$$

$$G=\left(\frac{\partial X}{\partial L}\right)^2+\left(\frac{\partial Y}{\partial L}\right)^2+\left(\frac{\partial Z}{\partial L}\right)^2$$

Expresiile de calcul ale coeficienţilor ***E, F, G*** pot fi prezentate şi mai concentrat prin utilizarea notaţiilor Gauss:

$$E=\sum\left(\frac{\partial X}{\partial B}\right)^2$$

$$F=\sum\left(\frac{\partial X}{\partial B}\right)\left(\frac{\partial X}{\partial L}\right) \qquad 4.65$$

$$G=\sum\left(\frac{\partial X}{\partial L}\right)^2$$

În cazul elipsoidului de rotaţie, derivatele parţiale care intervin în ecuaţiile de definiţie (4.65) se obţin din relaţiile (4.34):

$$\frac{\partial X}{\partial B}=-\frac{a\cdot\cos L\cdot\sin B\left(1-e^2\right)}{W^{3/2}} \qquad \frac{\partial X}{\partial L}=-\frac{a\cdot\cos B\cdot\sin L}{W}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial B}=-\frac{a\cdot\sin L\cdot\sin B\left(1-e^2\right)}{W^{3/2}} \qquad \frac{\partial Y}{\partial L}=\frac{a\cdot\cos B\cdot\cos L}{W} \qquad 4.66$$

$$\frac{\partial Z}{\partial B}=\frac{a\left(1-e^2\right)\cdot\cos B}{W^{3/2}} \qquad \frac{\partial Z}{\partial L}=0$$

rezultând următoarele posibilităţi de exprimare a coeficienţilor ***E, F, G*** :

$$E = \frac{a^2\left(1-e^2\right)^2}{W^3} = M^2 \quad F = 0 \qquad G = \frac{a^2 \cdot \cos^2 B}{W^2} = r^2 \qquad 4.67$$

Observaţie: Ecuaţia $F = 0$ este valabilă în caz general, pe orice suprafaţă, atunci când sistemul de coordonate este ortogonal.
Cosinuşii directori ai tangentei la linia de coordonate L = const. pot fi deduşi din relaţia (4.63) prin introducerea condiţiilor:

$$dL = 0 \qquad \text{şi } ds \equiv ds_m \qquad 4.68$$

$$ds_m^2 = E\, dB^2 \qquad 4.69$$

rezultând:

$$\alpha_L = \frac{1}{\sqrt{E}} \cdot \frac{\partial X}{\partial B} \qquad \beta_L = \frac{1}{\sqrt{E}} \cdot \frac{\partial Y}{\partial B} \qquad \gamma_L = \frac{1}{\sqrt{E}} \cdot \frac{\partial Z}{\partial B} \qquad 4.70$$

Se dispune astfel de toate elementele necesare calculării azimutului curbei ***c***, cu relaţia (4.59), pe elipsoidul de rotaţie:

$$\cos A = \frac{\sqrt{E} dB}{ds} \qquad 4.71$$

$$\sin A = \sqrt{1-\cos^2 A} = \frac{\sqrt{G} dL}{ds} \qquad 4.72$$

$$tgA = \sqrt{\frac{G}{E}} \cdot \frac{dL}{dB} \qquad 4.73$$

Ţinând seama de relaţiile (4.67) care exprimă mărimea coeficienţilor ***E*** şi ***G*** pe elipsoidul de rotaţie se obţine:

$$\cos A = M\frac{dB}{ds} \qquad \sin A = r\frac{dL}{ds} \qquad 4.74$$

şi împreună cu (4.54), (4.57):

$$\cos A = \frac{ds_m}{ds} \quad \sin A = \frac{ds_p}{ds} \qquad 4.75$$

Ultimele relaţii sugerează posibilitatea aplicării relaţiilor trigonometriei plane în triunghiul infinitesimal situat pe suprafaţa elipsoidului de rotaţie (Figura4.4,b).
Pentru calcule ulterioare se deduc:

$$tgA = \frac{r}{M} \cdot \frac{dL}{dB} \quad \frac{dL}{dB} = \frac{M}{r} \cdot tgA \tag{4.76}$$

4.4.6 Elementul de arie pe suprafaţa elipsoidului de referinţă

Elementul de arie ***dS*** al suprafeţei cuprinse între două meridiane situate la o diferenţă de longitudine *dL*, şi respectiv între două paralele, situate la o diferenţă de latitudine *dB***,** poate fi exprimat astfel:

$$dS = ds_m \; ds_p = \sqrt{EG} \; dB \, dL = M \, r \, dB \, dL \tag{4.77}$$

Pentru calcule practice se particularizează formula (4.77) considerându-se $dL = 1'$. Se determină astfel aria suprafeţei cuprinse între ecuator şi paralelul punctului considerat, de latitudine *B,* pe intervalul de longitudine de $1'$:

$$\Delta S_{\Delta L = 1'} = arc1' \; a^2 \left(1 - e^2\right) \int_0^B \frac{\cos B}{W^{5/2}} dB \tag{4.78}$$

Analog, ca şi în cazurile precedente, această expresie poate fi dezvoltată în serie, rezultând:

$$\Delta S_{\Delta L = 1'} = A^* \sin B - B^* \sin 3B + C^* \sin 5B - D^* \sin 7B + ... \tag{4.79}$$

Dacă se consideră parametri elipsoidului de referinţă Krasovski rezultă următoarea formulă de calcul a ariei elementare, în km^2:

$$\Delta S_{\Delta L = 1'} = 11\;794{,}24561 \sin B - 13{,}21261 \sin 3B + 0{,}01997 \sin 5B - 0{,}00003 \sin 7B \tag{4.80}$$

mărime ce poate fi extrasă din tabele în funcţie de latitudinea geodezică *B* (tabelul 4.3).
Aria ***S*** a suprafeţei cuprinsă între paralelele de latitudini $B_{i,} B_j$ şi meridianele de longitudini L_m, L_n poate fi determinată cu ajutorul mărimilor extrase din tabele prin utilizarea următoarei formule de calcul:

$$S = \left[\Delta S \left(B_j\right) - \Delta S \left(B_I\right)\right] \left(L_m - L_n\right)' \tag{4.81}$$

4.4.7 Secţiuni normale

Intersecţia dintre un plan normal (un plan care conţine normala la elipsoid într-un punct ***S****(X,Z,Y))* şi suprafaţa elipsoidului se numeşte *secţiune normală* (Figura4.5). Pentru studierea secţiunilor normale este necesară utilizarea unor noţiuni din geometria diferenţială. Se consideră o suprafaţă *F* oarecare, presupunând, de asemenea, curba ***C*** ca fiind o curbă strâmbă (curbă care nu se află în nici un plan). Secţiunea normală nu este o curbă strâmbă.

În punctul ***S*** amplasat pe suprafaţa normală se pot construi (Figura4.5):

- normala la suprafaţă $n_s\left(X^{'}, Y^{'}, Z^{'}\right)$;
- normala principală la curbă $n_c(\xi, \eta, \zeta)$;
- tangenta la curbă $t\ (\alpha, \beta, \gamma)$;
- binormala la curbă $b\ (\lambda, \mu, \upsilon)$.

Dintre toate planele care trec prin punctul considerat, trei sunt de o importanţă deosebită pentru geodezie:

- planul osculator, care conţine tangenta în punctul considerat este format de (***t***, $\boldsymbol{n_c}$)
- planul normal la curbă, care este format de ($\boldsymbol{n_c}$, ***b***)
- planul rectifiant, care conţine tangenta şi binormala (***t, b***)

Cele trei plane menţionate determină *triedrul mobil* sau *triedrul fundamental.*

Vectoru*l b* este denumit *binormală* şi este perpendicular pe planul osculator, deci şi pe normala principală n_c.

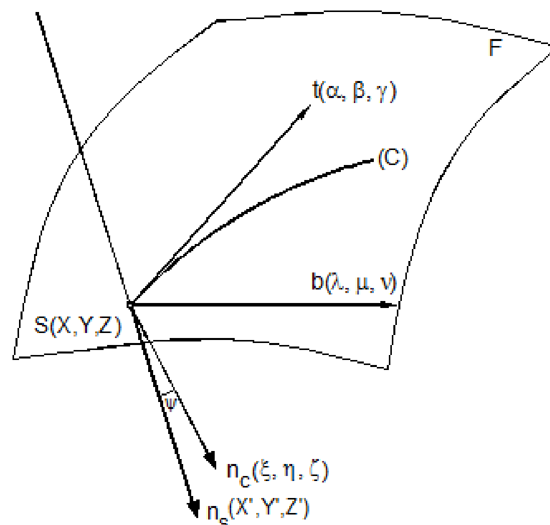


Figura 4.5 Secţiuni normale pe elipsoidul de referinţă

În calculele care urmează este necesară utilizarea formulelor Frênet, cunoscute de la cursul de analiză matematică:

$$\alpha = \frac{dX}{ds} \qquad \beta = \frac{dY}{ds} \qquad \gamma = \frac{dZ}{ds}$$

$$\frac{d\alpha}{ds} = \frac{\xi}{\rho} \qquad \frac{d\beta}{ds} = \frac{\eta}{\rho} \qquad \frac{d\gamma}{ds} = \frac{\zeta}{\rho} \qquad 4.82$$

$$\frac{d\xi}{ds} = -\frac{\alpha}{\rho} - \frac{\lambda}{\tau} \qquad \frac{d\eta}{ds} = -\frac{\beta}{\rho} - \frac{\mu}{\tau} \qquad \frac{d\zeta}{ds} = -\frac{\gamma}{\rho} - \frac{\nu}{\tau}$$

Raza de curbură ρ şi raza de torsiune τ ale curbei ***C*** se definesc prin relaţiile:

$$\frac{1}{\rho} = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta\varepsilon}{\Delta s} \qquad \frac{1}{\tau} = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta\varepsilon'}{\Delta s} \qquad 4.83$$

unde $\Delta\varepsilon$ este unghiul format de două tangente infinit apropiate, iar $\Delta\varepsilon'$ unghiul format de două plane osculatoare infinit apropiate.
Condiţia de ortogonalitate dintre n_c şi t poate fi scrisă sub forma:

$$\alpha X' + \beta Y' + \gamma Z' = 0 \qquad 4.84$$

sau, mai concentrat:

$$\sum \alpha X' = 0 \qquad 4.85$$

Derivând, rezultă expresia:

$$\sum \frac{d\alpha}{ds} X' + \sum \alpha \frac{dX'}{ds} = 0 \qquad 4.86$$

care poate fi transformată cu primele formule Frênet:

$$\frac{1}{ds^2} \sum dX\, dX' + \frac{1}{\rho} \sum X' \xi = 0 \qquad 4.87$$

deoarece:

$$\sum X' \xi = \cos\psi , \qquad 4.88$$

rezultă:

$$\frac{1}{\rho} \cos\psi = -\frac{1}{ds^2} \sum dX\, dX' , \qquad 4.89$$

unghiul ψ fiind unghiul dintre normalele n_s şi n_c.

Deoarece:

$$X = X(B,L) \qquad X^{'} = X^{'}(B,L)$$
$$Y = (B,L) \qquad Y^{'} = Y^{'}(B,L) \qquad 4.90$$
$$Z = (B,L) \qquad Z^{'} = Z^{'}(B,L)$$

se obţin alături de (4.62) şi următoarele expresii:

$$dX^{'} = \frac{\partial X^{'}}{\partial B}dB + \frac{\partial X^{'}}{\partial L}dL$$
$$dY^{'} = \frac{\partial Y^{'}}{\partial B}dB + \frac{\partial Y^{'}}{\partial L}dL \qquad 4.91$$
$$dZ^{'} = \frac{\partial Z^{'}}{\partial B}dB + \frac{\partial Z^{'}}{\partial L}dL$$

Cu acestea, relaţia (4.89) devine:

$$\frac{1}{\rho}\cdot\cos\psi = \frac{D\,dB^2 + 2D^{'}dB\,dL + D^{''}dL^2}{E\,dB^2 + 2F\,dB\,dL + G\,dL^2} \qquad 4.92$$

unde noii coeficienţi sunt daţi de:

$$D = -\sum\frac{\partial X}{\partial B}\cdot\frac{\partial X^{'}}{\partial B} \qquad 4.93$$

$$D^{'} = -\sum\frac{\partial X}{\partial B}\cdot\frac{\partial X^{'}}{\partial L} = -\sum\frac{\partial X}{\partial L}\cdot\frac{\partial X^{'}}{\partial B} \qquad 4.94$$

$$D^{''} = -\sum\frac{\partial X}{\partial L}\cdot\frac{\partial X^{'}}{\partial L} \qquad 4.95$$

Expresia:

$$D\,dB^2 + 2D^{'}dB\,dL + D^{''}dL^2 \qquad 4.96$$

se numeşte ***cea de a doua formă fundamentală pătratică***.

Pentru a calcula coeficientul $D^{''}$ pentru elipsoidul de rotaţie din (figura 4.2,a) se deduc cu uşurinţă cosinuşii directori ai normalei la suprafaţă:

$$X^{'} = -\cos B\cdot\cos L$$
$$Y^{'} = -\cos B\cdot\sin L \qquad 4.97$$
$$Z^{'} = -\sin B$$

astfel încât se pot calcula derivatele parţiale corespondente, care intervin în expresia coeficientului D'':

$$\frac{\partial X'}{\partial L} = \cos B \cdot \sin L \qquad \frac{\partial Y'}{\partial L} = -\cos B \cdot \cos L \qquad \frac{\partial Z'}{\partial L} = 0 \qquad 4.98$$

Relaţiile (4.98) şi (4.66) dau posibilitatea calculării coeficientului D'':

$$D'' = -\sum \frac{\partial X}{\partial L}\frac{\partial X'}{\partial L} = \frac{a\cos^2 B}{W} = r\cos B \qquad 4.99$$

În mod analog se obţine pentru acelaşi elipsoid de rotaţie:

$$D = M \qquad D' = 0 \qquad 4.100$$

Curbura unei secţiuni normale ρ_n, în punctul ***S*** situat pe suprafaţa oarecare ***F***, se poate obţine din relaţia (4.92) sub condiţia $\psi = 0^0$ (secţiunea normală fiind o curbă plană, normalele n_s şi n_c coincid):

$$\frac{1}{\rho_n} = \frac{D\, dB^2 + 2D' dB\, dL + D'' dL^2}{E\, dB^2 + 2F\, dB\, dL + G\, dL^2} \qquad 4.101$$

Coeficienţii *E, F, G*, şi respectiv *D*, D', D'' sunt funcţie de parametri de definiţie ai suprafeţei *F*, precum şi de poziţia punctului *S*. Prin urmare, aceşti coeficienţi au valori bine determinate în punctul *S* considerat, astfel încât din compararea relaţiilor (4.92) şi (4.101) se obţine:

$$\rho = \rho_n \cos\psi \qquad 4.102$$

relaţie care reprezintă ***teorema lui Meusnier***. De remarcat că secţiunea oarecare considerată, cât şi secţiunea normală au aceeaşi tangentă în punctul *S*.
Mărimea $1/\rho_g$:

$$\frac{1}{\rho_g} = \frac{1}{\rho}\sin\psi \qquad 4.103$$

se numeşte ***curbură geodezică***.
Revenind la figura 4.2, se poate aplica teorema Meusnier în punctul *S,* deoarece atât secţiunea normală perpendiculară pe secţiunea meridiană (denumită *secţiunea primului vertical*), cât şi secţiunea înclinată a paralelului punctului *S*, au aceeaşi tangentă. Se obţine astfel legătura dintre raza de curbură a primului vertical, notată ***N***, şi raza de curbură a paralelului *r*:

$r = N \cdot \cos B$ 4.104

Prin urmare:

$$N = \frac{r}{\cos B} = \frac{a}{W} = \frac{c}{V} \quad 4.105$$

Se observă că raza de curbură a primului vertical are o variaţie de la ecuator spre pol:

$$N_{0^0} = a \qquad N_{90^0} = \frac{a}{\left(1-e^2\right)^{1/2}} = c \quad 4.106$$

valorile exacte putând fi extrase din tabele, în funcţie de latitudinea geodezică *B* a punctului considerat (tabelul 4.4).

Tabelul 4.4

B	**N** [m]	**d** [m]	**R** [m]	**d** [m]
46^0				
$0'$	6 389319,331		6 378956,594	
$1'$	6 389325,569	+6,238	6 378969,050	+12,456

Raportul dintre razele de curbură ale secţiunilor normale principale fiind:

$N / M = V^2 = 1 + \eta^2$ 4.107

rezultă: $N \geq M$, motiv pentru care raza de curbură a primului vertical se mai numeşte şi ***marea normală.***

4.4.8 Raza de curbură a unei secţiuni normale în funcţie de azimut

Pe elipsoidul de rotaţie, unde $F = D = 0$, relaţia (4.101) devine:

$$\frac{1}{\rho_n} = \frac{D\, dB^2 + D'' dL^2}{ds^2} \quad 4.108$$

sau:

$$\frac{1}{\rho_n} = M\left(\frac{dB}{ds}\right)^2 + r \cdot \cos B \left(\frac{dL}{ds}\right)^2 \quad 4.109$$

Deoarece

$$dB = \frac{ds_m}{M} \qquad dL = \frac{ds_p}{r} \quad 4.110$$

Se obţine:

$$\frac{1}{\rho_n} = \frac{1}{M}\left(\frac{ds_m}{ds}\right)^2 + \frac{1}{N}\left(\frac{ds_\rho}{ds}\right) \qquad 4.111$$

Considerând şi relaţiile (4.75) se obţine ***formula Euler***:

$$\frac{1}{\rho_n} = \frac{1}{\rho_A} = \frac{\cos^2 A}{M} + \frac{\sin^2 A}{N} \qquad 4.112$$

în care mărimea curburii unei secţiuni normale este exprimată funcţie de azimutul său şi, în cazul elipsoidului de rotaţie, de curburile secţiunii meridianului şi respectiv primului vertical. Din infinitatea secţiunilor normale care trec prin punctul ***S***, două au razele de curbură minimă şi respectiv maximă, fiind denumite *secţiuni normale principale*, iar razele lor de curbură, *raze principale de curbură.*
Poziţiile secţiunilor normale principale pot fi deduse din relaţia (4.112) prin deducerea condiţiilor de minim, respectiv maxim:

$$\frac{\partial}{\partial A}\left(\frac{1}{\rho_n}\right) = \sin 2A\left(\frac{1}{N} - \frac{1}{M}\right) = 0 \qquad 4.113$$

Valorile extreme se obţin prin urmare pentru:

- $A = 0^g$ – secţiunea meridiană → $\frac{1}{\rho_n} = \frac{1}{\rho_A} = \frac{1}{M} \rightarrow \rho_A = M$
- $A = 100^g$ – secţiunea primului vertical → $\frac{1}{\rho_n} = \frac{1}{\rho_A} = \frac{1}{M} \rightarrow \rho_A = N$

În acest context, $\frac{1}{N}$ devine curbura minimă, iar $\frac{1}{M}$, curbura maximă. Acestea sunt secţiunile normale principale în cazul elipsoidului de rotaţie de referinţă. Rezultă că aceste secţiuni sunt perpendiculare între ele. Din ecuaţia (4.113) mai rezultă o soluţie pentru maxim (minim) şi anume ***M* = *N***, situaţie întâlnită pentru $B = 90^0$, adică la pol.
În concluzie:

$$M \le \rho_n \le N \qquad 4.114$$

4.4.9 Raza medie Gauss

Raza de curbură a unei secţiuni normale oarecare, de azimut ***A***, situată pe suprafaţa elipsoidului de rotaţie, rezultă dintr-o transformare simplă a relaţiei (4.112):

$$\rho_n = \rho_A = \frac{MN}{N\cos^2 A + M\sin^2 A} \qquad 4.115$$

Media aritmetică a razelor de curbură ale secţiunilor normale care trec printr-un punct situat pe elipsoid atunci când numărul acestor secţiuni tinde către infinit, se numeşte ***rază medie de curbură*** sau ***rază medie Gauss***, notată ***R***:

$$R = \lim_{\Delta A \to 0} \sum_{A=0}^{A=2\pi-\Delta A} \frac{\dfrac{NM}{N\cos^2 A + M\sin^2 A}}{\dfrac{2\pi}{\Delta A}} \qquad 4.116$$

Expresia (4.116) poate fi înlocuită prin:

$$R = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi/2} \frac{MN}{N\cos^2 A + M\sin^2 A}\, dA = \frac{2\sqrt{MN}}{\pi}\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\dfrac{M}{N}}\dfrac{1}{\cos^2 A}}{1+\left(\sqrt{\dfrac{M}{N}}tgA\right)^2}\, dA \qquad 4.117$$

Dacă se introduce schimbarea de variabile:

$$\sqrt{\frac{M}{N}}\, tgA = t\,, \qquad 4.118$$

şi ca urmare:

$$\sqrt{\frac{M}{N}}\frac{1}{\cos^2 A}dA = dt\,, \qquad 4.119$$

cu corespondenţa dintre limitele celor două variabile A şi respectiv t:

$$A = 0; \qquad t = 0;$$
$$A = \frac{\pi}{2}; \qquad t = \infty\,, \qquad 4.120$$

expresia (4.117) poate fi scrisă şi sub forma:

$$R = \frac{2}{\pi}\sqrt{MN}\int_0^{\infty}\frac{dt}{1+t^2} \qquad 4.121$$

Prin integrare rezultă în continuare:

$$R = \frac{2}{\pi}\sqrt{MN}\; arctg\; t\,\Big|_0^{\infty} = \frac{2}{\pi}\sqrt{MN}\left(\frac{\pi}{2}-0\right) = \sqrt{MN} \qquad 4.122$$

Deci, raza medie Gauss se poate calcula cu relaţia $R = \sqrt{MN}$, unde M reprezintă raza de curbură a elipsei meridiane, iar N, raza de curbură a primului vertical.
Considerând relaţiile (4.41) şi (4.105) rezultă:

$$R = \frac{a\,(1-e^2)^{1/2}}{W^2} = \frac{c}{V^2} \qquad 4.123$$

Raza medie de curbură variază cu latitudinea geodezică ***B***:

$$R_{0^0} = b \qquad R_{90^0} = \frac{a}{\left(1-e^2\right)^{1/2}} = c\,, \qquad 4.124$$

putând fi extrasă din tabele în funcţie de aceasta (v. tabelul 4.4).

Expresia:

$$K = \frac{1}{MN} = \frac{1}{R^2}\,, \qquad 4.125$$

este denumită ***curbură totală*** sau ***curbură Gauss***, iar expresia:

$$H = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{M} + \frac{1}{N}\right) = \frac{M+N}{2R^2} \qquad 4.126$$

reprezintă ***curbura medie.***

4.4.10 Linia geodezică

Curba astfel construită încât în fiecare din punctele sale, planul osculator (t, n_c) să conţină normala n_s, la suprafaţă, se numeşte ***linie geodezică***.

Planul osculator fiind format de tangenta t şi normala principală n_c la curbă (Figura4.5), rezultă că în oricare din punctele liniei geodezice normala la suprafaţă coincide cu normala principală la curbă şi în consecinţă, curbura geodezică $1/\rho_g$ este nulă $(\psi = 0)$.

Meridianele şi ecuatorul, de pe elipsoidul de rotaţie, şi toate cercurile mari de pe sferă, sunt linii geodezice. Această calitate nu o au paralelele, care nu conţin niciodată normala la suprafaţă. În planul de proiecţie liniile geodezice sunt linii drepte. Liniile geodezice nu au un echivalent în cadrul operaţiilor geodezice de teren, ci intervin doar în procesele de calcul.

Între două puncte S_1 şi S_2 situate pe suprafaţa elipsoidului de referinţă se poate duce numai o singură linie geodezică (Figura4.6). În acest mod, chiar în cazul unor vize foarte lungi, prin trecere de la secţiunile normale la liniile geodezice corespondente se va dispune de figuri continue şi închise.

Linia geodezică este curba de lungime minimă care se poate duce prin două puncte situate pe suprafaţa elipsoidului de referinţă.

Într-adevăr, deoarece normalele n_c şi n_s coincid în ambele puncte considerate, iar $\psi = 0$, razele de curbură ale liniei geodezice calculate în aceste puncte [de exemplu cu formula Meusnier (4.102)] vor lua valorile maxime posibile.

5. REZOLVAREA PROBLEMELOR GEODEZICE PE ELIPSOIDUL DE REFERINŢĂ

5.1 REZOLVAREA TRIUNGHIURILOR ELIPSOIDICE MICI

Se presupun observaţiile unghiulare şi distanţele măsurate în reţelele geodezice de sprijin reduse la suprafaţa elipsoidului de referinţă.
Pentru situaţiile curent întâlnite în practica geodezică, unde distanţele $s <$ 60 km, triunghiurile geodezice (denumite triunghiuri elipsoidice mici) sunt rezolvate ca triunghiuri sferice, considerându-se că acestea sunt amplasate pe sfere medii Gauss de raze R_{B_i}, unde B_i sunt latitudinile geodezice ale centrelor de greutate ale triunghiurilor respective. În asemenea cazuri, nu se apelează la utilizarea directă a formulelor trigonometriei sferice, ci se aplică metode de calcul specifice geodeziei.

5.2 EXCESUL SFERIC

Suma unghiurilor α, β, γ într-un triunghi sferic (presupuse ca neafectate de erori de măsurare) este întotdeauna mai mare decât 200^g.
Diferenţa rezultată este denumită *exces sferic*:

$$\varepsilon = \alpha + \beta + \gamma - 200^g \qquad 5.1$$

Între unghiurile măsurate şi reduse pe suprafaţa elipsoidului de referinţă notate $\alpha^0, \beta^0, \gamma^0$
şi unghiurile compensate prin metoda celor mai mici pătrate, $\alpha, \beta, \gamma,$ există relaţiile:

$$\alpha = \alpha^0 + v_\alpha; \qquad \beta = \beta^0 + v_\beta; \qquad \gamma = \gamma^0 + v_\gamma \qquad 5.2$$

în care cu $v_\alpha, v_\beta, v_\gamma$ s-au notat corecţiile obţinute din compensare, pe baza unor ecuaţii de condiţie de forma:

$$v_\alpha + v_\beta + v_\gamma + w = 0 \qquad 5.3$$

Astfel, suma unghiurilor măsurate şi reduse pe elipsoid diferă faţă de 200^g nu numai prin excesul sferic, ci şi printr-o cantitate w, datorită erorilor de măsurare:

$$\alpha^0 + \beta^0 + \gamma^0 - 200^g = \varepsilon + w \qquad 5.4$$

Când se rezolvă triunghiuri izolate (ceea ce intervine rar în practica geodezică) se consideră:

$$v_\alpha = v_\beta = v_\gamma = -w/3 \qquad 5.5$$

ceea ce nu este posibil în cazul compensării riguroase a unei reţele geodezice.
În ambele situaţii este necesară cunoaşterea excesului sferic ε pentru a se putea efectua calculele de compensare şi de rezolvare a triunghiurilor geodezice.

În *figura 5.1* se observă că suprafeţele fusurilor sferice (AA), (BB) şi (CC) corespunzătoare unghiurilor α, β, γ considerate, se pot exprima în funcţie de suprafaţa triunghiului sferic ABC, notată *S*:

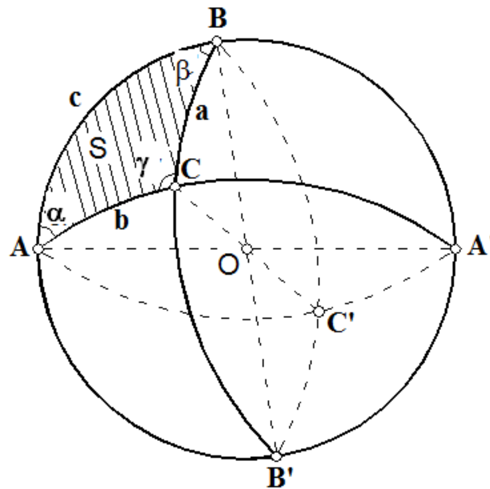


Figura 5.1 Excesul sferic

$(AA) = S + BCA'$; $(BB) = S + ACB'$; $(CC) = S + ABC'$

astfel încât, prin adunarea celor trei relaţii:

$$(AA) + (BB) + (CC) = 3S + 2\pi R^2 - S = 2\left(S + \pi R^2\right) \qquad 5.6$$

Pe de altă parte:

$$\left(AA\right)=\frac{A^g}{400^g}4\pi R^2; \qquad \left(BB\right)=\frac{B^g}{400^g}4\pi R^2; \qquad \left(CC\right)=\frac{C^g}{400^g}4\pi R^2$$

adică:

$$\left(AA\right)+\left(BB\right)+\left(CC\right)=\frac{2\pi R^2}{200^g}\left(A^g+B^g+C^g\right) \qquad 5.7$$

Unde, $\left(A^g+B^g+C^g\right)\equiv\left(\alpha^g+\beta^g+\gamma^g\right)$.

Prin egalarea relaţiilor 5.6 şi 5.7 se obţine:

$$2\pi R^2\left(A^g+B^g+C^g-200^g\right)=400^g+2S,$$

şi dacă se notează cu ε expresia din paranteză, iar cu $\rho^{cc}=200\,00\,00^{cc}/\pi$, atunci se va obţine expresia de calcul pentru excesul sferic:

$$\varepsilon^{cc}=\frac{S}{R^2}\rho^{cc} \qquad 5.8$$

Pentru calcule în triunghiuri geodezice mici, suprafaţa sferică *S* se poate înlocui cu suprafaţa triunghiului plan $A^{'}B^{'}C^{'}$ corespondent, notată *S'*:

$$\varepsilon^{cc}\approx\frac{S^{'}}{R^2}\rho^{cc}=\rho^{cc}\frac{a^{'}b^{'}\sin C^{'}}{2R^2}=\rho^{cc}\frac{a^{'}c^{'}\sin B^{'}}{2R^2}=\rho^{cc}\frac{b^{'}c^{'}\sin A^{'}}{2R^2}, \qquad 5.9$$

unde $A^{'},B^{'},C^{'}$ (respectiv $\alpha^{'},\beta^{'},\gamma^{'}$ din figură) sunt unghiurile triunghiului plan.

Ceea ce trebuie reţinut este faptul că într-un triunghi elipsoidic mic întotdeauna suma unghiurilor este 200^g plus excesul sferic.

Observaţie:

Din tabelele elipsoidului de referinţă Krasovski se poate extrage coeficientul:

$$f=\frac{\rho^{''}}{2R^2}, \qquad 5.10$$

valabil pentru gradaţia sexagesimală, în funcţie de latitudinea medie a vârfurilor triunghiului ABC, astfel că:

$$\varepsilon^{''}\approx fab\sin\gamma^{'}=fac\sin\beta^{'}=fbc\sin\alpha^{'} \qquad 5.11$$

Pentru laturi mai mari de 60 km, excesul sferic se poate calcula cu formula (*Bagratuni* 1962, *Jordan* 1958):

$$\varepsilon'' = \rho'' \frac{S'}{R^2}\left(1 + \frac{m^2}{8R^2}\right) \qquad 5.12$$

unde cu m^2 s-a notat:

$$m^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} \qquad 5.13$$

Exemplificări referitoare la ordinul de mărime pe care îl poate avea excesul sferic în funcţie de lungimea laturii s sunt prezentate în tabelul 5.1.
În acelaşi tabel se pot urmări modificările aduse de formula (5.12) asupra formulei (5.9) pentru cazul triunghiurilor geodezice cu laturi mai mari de 60 km. S-au avut în vedere triunghiuri echilaterale iar latitudinea medie a vârfurilor triunghiurilor a fost considerată 46^0.

5.3 REZOLVAREA TRIUNGHIURILOR GEODEZICE MICI CU METODA LEGENDRE

Una din metodele cele mai folosite pentru rezolvarea triunghiurilor geodezice mici se bazează pe utilizarea teoremei Legendre (sau metoda dezvoltărilor în serie), publicată de acesta în anul 1787:

"*Un triunghi sferic mic se poate rezolva ca un triunghi plan, dacă se păstrează egalitatea laturilor celor două triunghiuri, iar unghiurile triunghiului plan se obţin prin micşorarea fiecărui unghi sferic cu câte o treime din excesul sferic.*"
Pentru demonstrarea acestei teoreme se scrie formula cosinusului în triunghiul sferic ABC (Figura5.2):

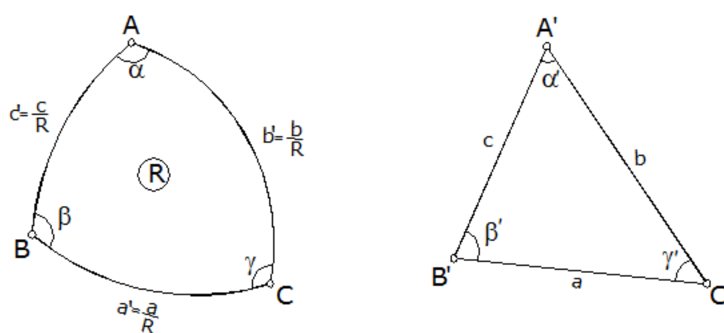


Figura5.2 Teorema Legendre

$$\cos\frac{a}{R} = \cos\frac{b}{R}\cos\frac{c}{R} + \sin\frac{b}{R}\sin\frac{c}{R}\cos\alpha\,, \qquad 5.14$$

care poate fi dezvoltată în serie folosind relaţii de forma:

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} + ...; \qquad \sin x = x - \frac{x^3}{6} + ..., \qquad 5.15$$

obţinându-se:

$$\cos\alpha = \frac{-a^2 + b^2 + c^2}{2bc} + \frac{a^4 + b^4 + c^4 - 2a^2b^2 - 2a^2c^2 - 2b^2c^2}{24R^2bc} \qquad 5.16$$

În triunghiul plan $A'B'C'$, cu unghiurile α', β', γ' şi aceleaşi laturi a, b, c rezultă din teorema *Pitagora* generalizată:

$$\cos\alpha' = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \qquad 5.17$$

şi ca urmare:

$$\sin^2\alpha' = -\frac{a^4 + b^4 + c^4 - 2a^2b^2 - 2a^2c^2 - 2b^2c^2}{4b^2c^2} \qquad 5.18$$

Din ultimele trei relaţii rezultă:

$$\cos\alpha = \cos\alpha' - \frac{bc}{6R^2}\sin^2\alpha' \qquad 5.19$$

Din egalitatea: $\alpha = \alpha' + (\alpha - \alpha')$ se obţine prin dezvoltare în serie:

$$\cos\alpha \approx \cos\alpha' - (\alpha - \alpha')\sin\alpha', \qquad 5.20$$

adică:

$$(\alpha - \alpha')^{cc} = \rho^{cc}\frac{bc\ \sin\alpha'}{6R^2} = \frac{1}{3}\frac{S'}{R^2}\rho^{cc} \approx \frac{\varepsilon^{cc}}{3} \qquad 5.21$$

Relaţii similare se pot obţine şi pentru diferenţele $\beta - \beta'$; $\gamma - \gamma'$, ceea ce constituie demonstraţia teoremei *Legendre*.

Aproximaţiile generate de dezvoltările în serie (5.15), (5.20), (5.21), limitează domeniul de aplicabilitate a rezolvărilor triunghiurilor geodezice cu teorema *Legendre* până la distanţe $s < 60km$.

Deci, etapele care trebuie să fie urmărite pentru a putea rezolva un triunghi elipsoidic mic prin metoda Legendre constau în:

- calculul excesului sferic cu una dintre relaţiile 5.9
- compensarea unghiurilor în triunghiul elipsoidic mic prin calcularea neînchiderii şi repartizarea ei, în mod egal, celor trei unghiuri
- calculul unghiurilor în triunghiul plan prin corectarea celor de pe elipsoid cu o treime din excesul sferic
- calculul celorlalte laturi în triunghiul plan care, conform teoremei, sunt egale cu cele din triunghiul sferic

Un exemplu de rezolvare a triunghiurilor geodezice cu teorema *Legendre* se prezintă în tabelul 5.2.

Tabelul 5.1

Lungimea laturii (s) km	10	20	30	40	50	60	**Cu formula (5.9)**			**Cu formula (5.12)**		
							80	100	150	80	100	150
Excesul Sferic ε''	0,219	0,878	1,976	3,5119	5,4873	7,9018	14,04762	21,94941	49,38618	14,04790	21,95003	49,38959

Tabelul 5.2

Calculul excesului sferic ε	**Vârful**	**Unghiul măsurat şi redus pe elipsoid** [g c cc]	**Corecţia** $-\omega/3$ [cc]	**Unghiul compensat în triunghiul elipsoidic mic** [g c cc]	$-\frac{\varepsilon}{3}$ [cc]	**Unghiul compensat în triunghiul plan** [g c cc]	**Sinusul unghiului în triunghiul plan**	**Lungimea laturii în triunghiurile plan şi elipsoidic mic** [m]	**Denumirea laturii**
a=28 597,567 m B=$44^0,34'$ f=$25,354\cdot10^{-10}$ $\varepsilon=3^{cc},612$	*A* *B* *C*	91 78 42,661 58 45 51,130 49 76 13,328	-1,169 -1,169 -1,169	91 78 41,492 58 45 49,961 49 76 12,159	-1,204 -1,204 -1,204	91 78 40,288 58 45 48,757 49 76 10,955	0,99168380 0,79451413 0,70444825	28597,567 22911,709 20314,445	a b c
		200 00 07,119 $\varepsilon+\omega=7^{cc},119$	-3,507	200 00 03,612	-3,612	200 00 00,00	Modulul= $a/\sin\alpha' = 28837,3844\ m$		

Primul tabel exemplifică valorile excesului sferic funcţie de lungimea laturii.
Al doilea tabel reprezintă un exemplu de rezolvare a triunghiurilor geodezice cu *Teorema Legendre.*

6. PROIECTAREA ŞI MATERIALIZAREA PE TEREN A REŢELELOR GEODEZICE

Toate operaţiile care au ca scop ridicarea unei suprafeţe topografice, necesită: măsurători de distanţe, unghiuri orizontale şi verticale, care duc la determinarea poziţiei unui număr de puncte necesare la definirea liniilor care delimitează suprafeţele ce trebuie ridicate.
În ridicările planimetrice va trebui să se ţină seama de următoarele principii de bază:
a) toate punctele care servesc pentru determinarea ulterioară a altor puncte, trebuie să fie marcate în prealabil în teren;
b) toate distanţele de care avem nevoie se pot măsura în mod direct sau indirect;
c) toate unghiurile orizontale şi verticale se măsoară în mod direct;
*d) în ceea ce priveşte succesiunea lucrărilor există principiul ca determinarea punctelor de detaliu să se facă pe baza unei reţele de puncte determinate anterior, numită **reţea de sprijin** sau **osatură.***
Pornind de la ultimul principiu enunţat mai sus, rezultă că orice ridicare topografică trebuie să fie legată de o reţea de sprijin, etapa care să premeargă operaţiilor de ridicare propriu - zise, punctele reţelei fiind determinate cu maximum de precizie şi o densitate potrivită cu natura terenului şi cu precizia urmărită.

Reţeaua geodezică este privită ca mulţimea punctelor de pe suprafaţa terestră pentru care se cunosc coordonatele într-un sistem unitar de referinţă.
Exemple de reţele :

- reţea de triangulaţie;
- reţea de trilateraţie;
- reţea de nivelment;
- reţea poligonometrică;
- reţea gravimetrică.

6.1 REŢEAUA DE TRIANGULAŢIE

Triangulaţia este o metodă de determinare a coordonatelor ***B***, ***L*** pe elipsoidul de referinţă sau a coordonatelor ***X***, ***Y*** în planul de proiecţie pentru o reţea materializată pe suprafaţa terestră. Pentru determinarea celei de-a treia coordonate ***H*** (cota), se utilizează nivelmentul trigonometric sau geometric. Poziţia în spaţiu a oricărui punct din reţeaua de triangulaţie este definită în mod curent în raport cu două suprafeţe distincte de referinţă:
- pentru determinări plane (***X, Y, B, L***) → elipsoid de referinţă;
- pentru cote (***H***) → geoidul sau cvasigeoidul, funcţie de sistemul de altitudini adoptat oficial.
Din 1878, ***Bruns*** a pus problema studiului şi a prelucrării în comun a celor trei coordonate faţă de o suprafaţă de referinţă unică. Aceste aspecte aparţin geodeziei tridimensionale unde, în urma algoritmului de prelucrare se obţin global, atât coordonate în plan, cât şi în spaţiu.

6.2 REŢEAUA NIVELMENTULUI DE STAT

Reţeaua nivelmentului de stat constituie ***baza altimetrică*** a tuturor determinărilor geodezice, fotogrametrice, cartografice şi cadastrale. Punctele reţelei de nivelment nu coincid cu punctele reţelei de triangulaţie, acestea fiind proiectate şi realizate separat.
În reţelele de triangulaţie, de exemplu, altitudinile punctelor au o precizie mai mică de determinare decât coordonatele plane, iar într-o reţea de nivelment se urmăreşte precizia maximă în determinarea cotelor, urmând ca ***X*** şi ***Y*** să fie folosite doar pentru o posibilă identificare a punctelor.

6.3 REŢEAUA GRAVIMETRICĂ

Reţeaua gravimetrică este constituită din puncte la care se determină şi mărimea acceleraţiei gravitaţionale ***g***.
Pentru acest scop se foloseşte aparatură specifică (gravimetrul), care funcţionează pe principiul unei „sonde în miniatură” şi care prelevează probe prin forări la nivelul scoarţei terestre în punctele caracteristice.

6.4 REŢEAUA POLIGONOMETRICĂ

Reţeaua poligonometrică constituie un ansamblu de reţele care au la bază cea mai simplă formă geometrică (triunghiul), în care se fac măsurători complete unghiulare, cât şi o bază de pornire şi una de închidere.

6.5 PROIECTAREA REŢELELOR DE TRIANGULAŢIE. REŢELE DE SPRIJIN

După destinaţie, reţelele de sprijin se împart în:
1. Reţeaua geodezică de stat
2. Reţeaua de triangulaţie locală
3. Reţeaua de ridicare

6.5.1 Reţeaua geodezică de stat

Reţeaua geodezică de stat este constituită din puncte de triangulaţie geodezică de patru ordine şi din puncte de poligonometrie. Această reţea se prezintă sub forma unei reţele compacte de triunghiuri combinate cu patrulatere cu ambele diagonale observate, având scopul ştiinţific principal de stabilire a formei şi dimensiunilor elipsoidului pământesc. Pe lângă acest scop ştiinţific, valabil întotdeauna, ea ajută evoluţia tehnică, astfel încât:
a) serveşte ca osatură a hărţii României la scară mică;
b) serveşte ca bază de pornire pentru executarea planurilor cadastrale la scară medie;
c) stă la baza reţelelor de sprijin locale şi de ridicare pentru planuri la scări mari pentru toate lucrările de urbanism, drumuri, căi ferate, căi navigabile, baraje, canale de irigaţii, etc.;
d) serveşte la calculul orientării tunelurilor şi galeriilor.
Dezvoltarea generală a impus necesitatea unor planuri la scări din ce în ce mai mari, care necesită reţele de sprijin din ce în ce mai precise.
Reţeaua de triangulaţie a României, conform instrucţiunilor din 1962, are patru ordine, realizând o densitate medie de 1 punct / 20 km².
a) Reţeaua de ordinul I are punctele dispuse în vârfurile unor triunghiuri, pe cât posibil echilaterale, asigurând o lungime a laturilor în medie de 25 km în regiunile de munte şi 20 km în regiunile de şes, densitatea obţinută fiind de 1 punct / 500 km². În interiorul fiecărui triunghi de ordinul I se introduc punctele de ordinul II, în mod obişnuit trei puncte, laturile triunghiurilor de ordinul II fiind circa ½ din cele ale triunghiului de ordinul I.
b) Reţeaua de ordinul II are punctele dispuse în vârfurile unor triunghiuri cu laturile de 13 km şi asigură o densitate de 1 punct / 150 km².
c) Reţeaua de ordinul III se obţine prin îndesirea punctelor în aşa fel încât în interiorul fiecărui triunghi de ordinul II să avem circa trei puncte de ordinul III. În cazul reţelei de triangulaţie de ordinul III, laturile triunghiurilor sunt de 8 km şi asigură o densitate de 1 punct / 50 km². Coordonatele acestor puncte se determină legându-se de puncte de ordinul II sau de ordinul II şi I.
d) Reţeaua de ordinul IV se obţine introducând în interiorul triunghiurilor de ordinul III, punctele de ordinul IV astfel încât distanţa între acestea să fie de circa 4 km iar densitatea lor de 1 punct / 20 km².

Densitatea de 1 punct / 20 km² este cu totul insuficientă pentru a putea ridica suprafeţele topografice. Pentru a ne putea apropia cât mai mult de punctele de detaliu şi a putea face ridicarea suprafeţelor cât mai fidel, se impune mărirea numărului de puncte. Pentru aceasta se realizează reţele de triangulaţie locală şi reţele de ridicare.

6.5.2 Reţeaua de triangulaţie locală

Pe suprafeţe topografice care nu depăşesc câteva sute de km², unde nu există reţea geodezică de stat, sau aceasta nu este folosibilă din punct de vedere al densităţii, se realizează o triangulaţie locală. Prin metoda triangulaţiei locale se determină coordonatele unui număr de puncte prin intermediul reţelei de triunghiuri ale căror vârfuri sunt materializate în teren. Distanţa dintre puncte este cuprinsă între 0,5 şi 3 km. Forma reţelei de triangulaţie este funcţie de forma suprafeţei pe care o avem de ridicat, putând avea după caz reţea de triunghiuri formând un poligon cu punct central, patrulater cu vize pe ambele diagonale, lanţ de triunghiuri, lanţ de patrulatere sau o combinaţie între acestea. În cazul suprafeţelor cu un contur circular se alcătuieşte o reţea în formă de poligon cu punct central (Figura6.1), în care se măsoară toate unghiurile şi o bază ($\overline{AB}=B_1$); pe baza acestor elemente măsurate, care vor fi compensate, se vor calcula orientările laturilor şi coordonatele punctelor.

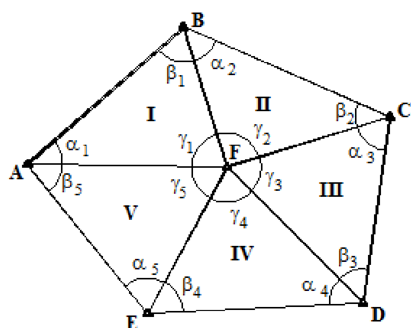


Figura 6.1 Poligon cu punct central

În cazul în care suprafaţa pe care o avem de ridicat este mult mai lungă decât lată, se va folosi patrulaterul cu ambele diagonale vizate (Figura6.2), lanţul de triunghiuri (Figura6.3) sau o combinaţie dintre acestea.

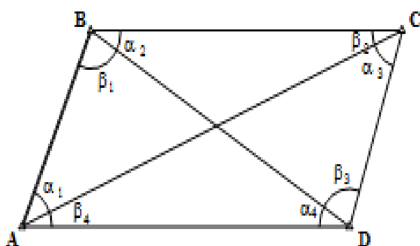


Figura 6.2 Patrulater cu diagonale vizate

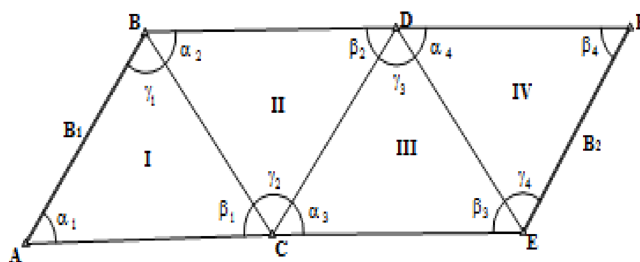


Figura 6.3 Lanţ de triunghiuri

Şi în aceste forme de reţele se vor măsura toate unghiurile, măsurarea unei singure baze nemaifiind suficientă, deoarece nu se poate face închiderea tot pe baza de pornire. Pentru aceasta se va mai măsura cel puţin o bază de închidere (B2). Dacă lanţul de triunghiuri este foarte lung, se obişnuieşte ca după fiecare 10 - 15 triunghiuri să fie măsurată o bază de închidere.

O triangulaţie locală, indiferent de forma acesteia, necesită următoarele operaţii principale :

a) **Operaţii preliminarii care constau din**:

- întocmirea proiectului reţelei pe o hartă topografică;
- recunoaşterea terenului pe care urmează să fie executată această triangulaţie locală;
- definitivarea proiectului de triangulaţie în conformitate cu situaţia din teren;

- marcarea şi semnalizarea punctelor reţelei de triangulaţie.
b) **Efectuarea măsurătorilor care constă din:**
- măsurarea tuturor unghiurilor;
- măsurarea unei baze sau a unor baze de triangulaţie;
- determinarea orientării bazei de pornire sau a unei laturi din reţeaua de triangulaţie, orientare care se poate determina prin metode astronomice sau magnetice.

c) Calculul triangulaţiei care constă din:
- compensarea elementelor măsurate;
- calculul laturilor reţelei de triangulaţie;
- calculul orientării laturilor;
- calculul coordonatelor punctelor de triangulaţie.

6.5.3 Reţeaua de ridicare

Prin punctele reţelei geodezice de stat şi din triangulaţiile locale, se ajunge la o densitate a acestora mult prea mică pentru a constitui o reţea de sprijin pentru ridicarea detaliilor în vederea întocmirii de planuri la scări mari (1:5000, 1:2000, 1:1000, 1:500). De asemenea, prin reţelele locale de triangulaţie se ajunge la puncte situate la o distanţă de 0,5 - 3 km, mult prea îndepărtate între ele pentru a putea face ridicarea detaliilor. Pentru a ridica punctele de detaliu, trebuie să creăm în teren puncte de sprijin situate la o distanţă de 100 - 250 m. Mărirea numărului de puncte prin metoda triangulaţiei nu este potrivită, deoarece s-ar produce cheltuieli şi muncă inutilă pe de o parte, iar pe de altă parte, în majoritatea cazurilor, nici natura terenului nu ar permite acest lucru datorită acoperirii cu diferite detalii şi a reliefului acestuia.

Prin reţeaua de ridicare se înţelege reţeaua creată în scopul asigurării numărului de puncte necesare ridicărilor topografice; ea este alcătuită din puncte de: intersecţie înainte, înapoi, laterală şi drumuire care se sprijină în determinarea lor pe puncte din reţelele determinate anterior. Densitatea reţelei de ridicare se stabileşte în raport cu scopul lucrărilor şi scara de redactare a planurilor topografice, conform instrucţiunilor tehnice de lucru.

6.6 DETERMINAREA DE PUNCTE NOI PRIN METODA INTERSECŢIILOR

Metoda intersecţiilor se bazează pe puncte din reţeaua geodezică sau locală. Pentru determinarea punctelor noi se măsoară în teren numai unghiuri.

Intersecţiile pot fi: înainte, înapoi şi laterale.

a) Cazul general al intersecţiei înainte Constă în aceea că în teren se dispune de două puncte staţionabile P_1 şi P_2 de coordonate cunoscute şi se cere să fie determinate coordonatele unui alt punct staţionabil, de exemplu P_0; între punctele vechi şi punctul nou există vizibilitate. Pentru rezolvarea acestei probleme se vor măsura în teren unghiurile **α, β** şi **γ** *(Figura6.4).*

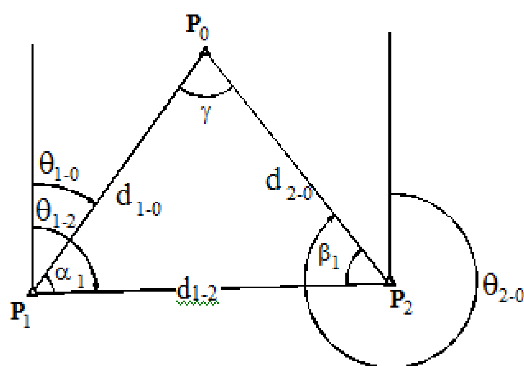


Figura 6.4 Intersecţia înainte

Punctele P_1 şi P_2, având coordonatele cunoscute, rezultă că se poate calcula distanţa d_{12}, orientarea θ_{12} şi ca urmare din calcule rezultă $d_{10}, d_{20}, \theta_{10}$ şi θ_{20}, obţinându-se coordonatele punctului P_0 la intersecţia celor două direcţii de vizǎ spre punctul P_0 (din P_1 şi P_2).

$$X_0 = X_1 + d_{10} \cos\theta_{10} = X_2 + d_{20} \cos\theta_{20}$$
$$Y_0 = Y_1 + d_{10} \sin\theta_{10} = Y_2 + d_{20} \sin\theta_{20}$$

b) Cazul general al intersecţiei înapoi

Constă în aceea că în teren dispunem de trei puncte nestaţionabile P_1, P_2 şi P_3, de coordonate cunoscute şi se cere să fie determinate coordonatele unui punct P_0 staţionabil din care se văd cele trei puncte cunoscute. Pentru rezolvarea problemei (*Figura 6.5)* se face staţie cu teodolitul în punctul P_0 şi se măsoară unghiurile orizontale **α** şi **β**. Prin calcularea unghiurilor u şi v care nu pot fi măsurate, deoarece ***P₁*** şi ***P₃*** sunt nestaţionabile, se ajunge în situaţia a două intersecţii înainte din care se pot calcula coordonatele punctului P_0.

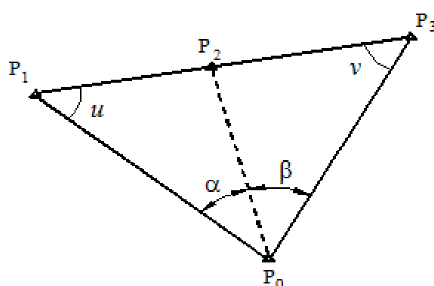


Figura 6.5 Intersecţia înapoi

c) Cazul general al intersecţiei laterale

Constă în aceea că în teren dispunem de două puncte de coordonate cunoscute P_1 staţionabil şi P_2 nestaţionabil. Pentru a determina coordonatele unui punct nou P_0 staţionabil (Figura6.6), se măsoară în teren α şi γ. Unghiul din punctul P_2 se calculează din : β = [200 – (α + γ)]. La această intersecţie nu se poate face compensarea de unghiuri ca în cazul intersecţiilor înainte, restul calculului fiind identic cu cel de la intersecţia înainte.

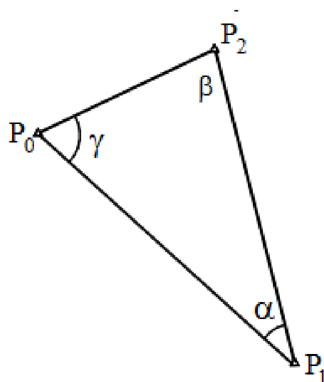


Figura 6.6 Intersecţia laterală

d) Problema Hansen constă în aceea că în teren dispunem de două puncte de coordonate cunoscute P_1 şi P_2, ambele nestaţionabile şi urmează să determinăm coordonatele unui punct P_0 staţionabil, din care sunt vizibile cele două puncte vechi. Pentru a putea rezolva problema în teren se alege un punct ajutător staţionabil, din care avem vizibilitate atât spre punctele vechi, cât şi spre punctul nou P_0.

Pentru a rezolva problema (Figura 6.7) se face staţie în P_0 şi în punctul ajutător ales **A**, măsurându-se unghiurile α, β, γ. Se calculează unghiurile $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, *u* şi *v*, iar problema se descompune în două intersecţii simple.

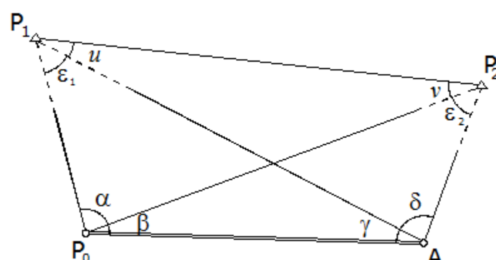


Figura 6.7 Problema Hansen

6.7 ÎNDESIREA REŢELELOR TOPO - GEODEZICE PRIN DRUMUIRI

Pentru a ne apropia şi mai mult de punctele de detaliu, mărirea numărului punctelor ale căror coordonate le cunoaştem se face cu ajutorul drumuirilor planimetrice. Această metodă constă în aceea că un grup de puncte noi 101, 102, 103..., pe care le situăm astfel încât să constituie o linie poligonală, pornind dintr-un punct de coordonate cunoscute şi sfârşind într-un alt punct de coordonate cunoscute, aşa cum este indicat în figura 6.8.

Se măsoară în teren toate unghiurile dintre laturile liniei poligonale, cât şi lungimea laturilor acestei linii. Pentru a putea orienta această linie poligonală în cadrul triangulaţiei existente, în punctul de pornire şi închidere se mai dă câte o viză spre un punct de coordonate cunoscute **P** şi **R** care pot fi staţionabile sau nestaţionabile.

Drumuirea poate fi definită ca o combinare a unor metode polare care sunt puse una la capătul celeilalte.

Drumuirile planimetrice se pot clasifica în funcţie de ordinul lor sau după forma traseului.

După ordinul lor, drumuirile sunt primare şi secundare.

În drumuirea primară, atât punctul de pornire cât şi cel de închidere sunt puncte de triangulaţie sau de intersecţie.

În drumuirea secundară unul din punctele A şi B, sau amândouă sunt puncte de drumuire primară.

După forma traseului, drumuirea poate fi deschisă sau închisă. Drumuirea deschisă constă în aceea că se porneşte dintr-un punct de coordonate cunoscute A şi se face închiderea pe un alt punct de coordonate cunoscute B. În general, atât punctul A cât şi B sunt staţionabile.

Dacă punctul de pornire al drumuirii se confundă cu punctul de închidere (A ≡ B), avem de-a face cu o drumuire închisă.

Indiferent de ordinul sau forma drumuirii, pe baza elementelor măsurate, unghiuri şi laturi, se pot calcula coordonatele punctelor noi 101, 102...,.

Determinarea punctelor de drumuire nu mai este aşa de precisă ca cele de triangulaţie şi intersecţie, deoarece în acest caz pe lângă măsurarea unghiurilor dintre laturi, trebuie să măsurăm şi toate laturile drumuirii, operaţie prin care sursele de erori se vor înmulţi.

Odată cu determinarea punctelor de drumuire, numărul punctelor din reţeaua de sprijin este suficient pentru ca, sprijinindu-ne pe acestea, să putem trece la determinarea punctelor de detaliu.

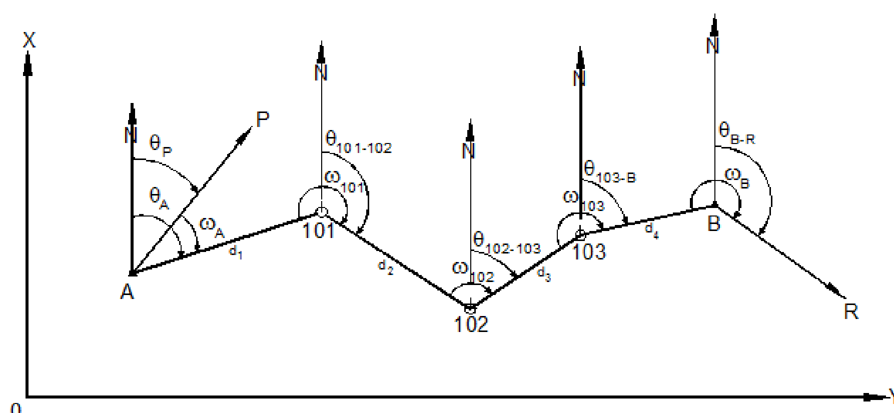


Figura 6.8 Drumuire planimetrică sprijinită pe puncte de coordonate cunoscute

6.8 CLASIFICAREA REŢELELOR GEODEZICE

Clasificarea reţelelor geodezice poate fi făcută după mai multe criterii după cum urmează:

6.8.1 Clasificarea reţelelor geodezice după numărul elementelor fixe din reţea

a) Reţea geodezică liberă

Prin reţea geodezică liberă se înţelege o reţea în care intervin numai măsurătorile corespondente necesare determinării geometrice a reţelei. Se consideră că astfel de reţele au un anumit „defect", reflectat de faptul că măsurătorile geodezice propriu - zise nu pot încadra reţeaua considerată într-un anumit sistem de coordonate.

b) Reţea geodezică fără constrângeri

O astfel de reţea geodezică cuprinde, în afara măsurătorilor care determină geometria reţelei, un număr limită, strict necesar şi suficient, de elemente pentru încadrarea reţelei considerate în sistemul de coordonate adoptat.

c) Reţea geodezică constrânsă

Aceasta este o reţea geodezică în care există un număr suplimentar de elemente, în raport de cele strict necesare şi suficiente, pentru determinarea poziţionării reţelei în sistemul de coordonate adoptat. Aceste elemente determină gradele de libertate ale reţelei, care sunt eliminate în procesul de compensare prin introducerea unor constrângeri (condiţii) de natură geometrică sau analitică.

6.8.2 Clasificarea după formă

Reţelele naţionale de triangulaţie au fost create în mod diferit în decursul vremii fiind îmbunătăţite continuu şi din punct de vedere al formei utilizate.

a) Reţea formată din lanţuri de triangulaţie

Acestea erau constituite din triunghiuri, patrulatere geodezice şi uneori poligoane cu puncte centrale, fiind dispuse în lungul meridianelor şi paralelelor, la distanţe de circa 200 km, la intersecţia lor existând puncte ***Laplace***.

Pentru România au existat trei lanţuri primordiale în lungul meridianelor şi două lanţuri dispuse în lungul paralelelor, care făceau parte din lanţuri internaţionale, fiind sprijinite pe 9 baze geodezice.

În interiorul poligoanelor formate de lanţurile primordiale de ordinul I s-a creat reţeaua de triangulaţie complementară de ordinul I, de îndesire, care era ulterior compensată ca o triangulaţie constrânsă, pe elemente fixe ale lanţurilor primordiale, anterior şi independent compensate.

b) Reţea compactă de triangulaţie sau reţea de suprafaţă

Aceasta acoperă integral teritoriul considerat, fără a se mai crea golurile existente în reţelele formate din lanţuri de triangulaţie.

Compensarea reţelelor compacte este efectuată ***în bloc*** sau prin metode riguroase de compensare ***pe grupe*** (care furnizează rezultatele egale cu cele de la compensarea în bloc) fiind astfel bazate pe un bogat material informaţional, reprezentat de totalitatea măsurătorilor existente pe întregul teritoriu.
Actuala reţea de triangulaţie a ţării noastre este o reţea compactă. Afirmaţia poate fi extinsă şi asupra reţelei de nivelment care, deşi este creată sub *formă de poligoane*, asigură acoperirea întregii suprafeţe a ţării în mod uniform.

6.8.3 Clasificarea după destinaţie

Destinaţia reţelelor geodezice condiţionează forma şi structura acestora, existând o legătură reciprocă între criteriile după care se pot clasifica reţelele geodezice.

a) Reţea geodezică internaţională
Este creată pe teritoriul mai multor state, pe baza unor convenţii şi colaborări internaţionale. Pe lângă scopurile ştiinţifice, de determinare a formei şi dimensiunilor Pământului, reţelele internaţionale sunt utilizate în scopuri cartografice, militare, economice, etc.. Actualele reţele internaţionale sunt de formă compactă, cu structură foarte complexă, cuprinzând în general toate categoriile de măsurători.
Astfel, în figura 6.9 se prezintă reţeaua de triangulaţie vest - europeană specificând şi faptul că unele ţări din Europa de est au creat o reţea de triangulaţie similară. În această reţea s-au determinat şi coordonatele punctelor reţelei de triangulaţie de ordin superior ale ţării noastre.

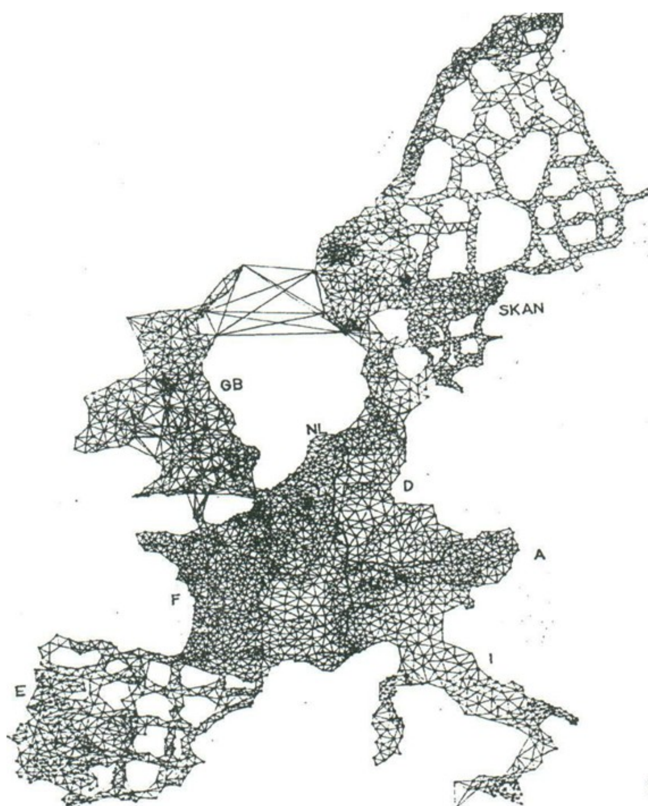


Figura 6.9 Reţeaua de triangulaţie vest - europeană

b) Reţea geodezică de stat

Reţeaua geodezică de stat, creată separat pentru triangulaţie şi respectiv pentru nivelment, constituie principala reţea de sprijin pentru toate lucrările topografice - fotogrametrice, precum şi pentru lucrările geodezice de importanţă locală, fiind împărţită pe ordine: I, II, III şi IV.Reţelele de ordin I (uneori şi cele de ordin II) sunt denumite *reţele de ordin superior* (de triangulaţie şi respectiv de nivelment). Aceste reţele au fost create de către *Direcţia topografică militară* (DTM) începând cu anul 1956.



Figura 6.10 Reţeaua de triangulaţie de ordinul I a României



Figura 6.11 Reţeaua de nivelment de ordinul I a României

Reţeaua gravimetrică de ordin I (Figura 6.12) a fost creată de *Academia României*. şi *Comitetul Geologic* în perioada 1956 - 1957.

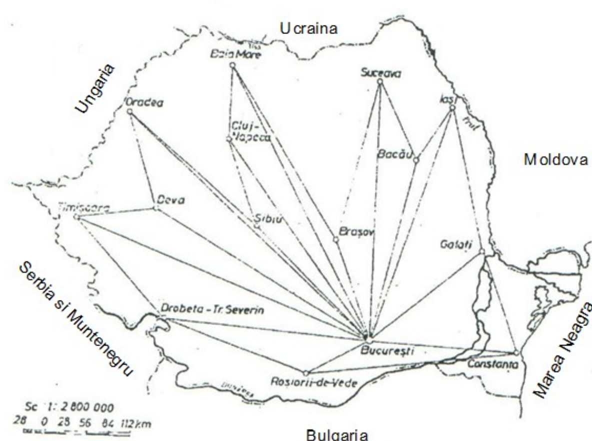


Figura 6.12 Reţeaua gravimetrică de ordinul I a României

Reţeaua de triangulaţie de stat a fost completată cu o *reţea de îndesire* de ordinul V, ale cărei puncte au fost determinate nu numai prin metoda triangulaţiei ci şi prin metodele trilateraţiei, poligonometriei, prin intersecţii înainte, înapoi sau combinate. În mod similar, reţeaua de nivelment de stat a fost, de asemenea, îndesită şi completată prin numeroase lucrări de nivelment tehnic, în localităţi, etc.. Aceste ample lucrări de creare a reţelelor geodezice de planimetrie şi de nivelment s-au desfăşurat sub coordonarea unor instituţii naţionale de specialitate dintre care un rol deosebit revine *Direcţiei topografice militare* (DTM) şi *Institutului de geodezie, fotogrammetrie, cartografie şi organizarea teritoriului* (IGFCOT).

În cadrul IGFCOT în anul 1975 a luat fiinţă *Banca de date şi informaţii topografice,* care stochează şi pune la dispoziţia tuturor solicitanţilor coordonate şi alte informaţii utile pentru puncte planimetrice şi repere de nivelment din reţelele noastre geodezice.

c) Reţea geodezică locală

Pentru lucrări inginereşti de amploare, se creează reţele geodezice locale. Uneori precizia interioară a unor astfel de reţele este mai ridicată, în comparaţie cu precizia din reţeaua geodezică de stat. De aceea, în mod obişnuit, reţelele geodezice locale *nu se constrâng*, ci se realizează doar o *încadrare* în reţelele geodezice de stat corespondente.

6.8.4 Clasificarea după numărul de dimensiuni ale spaţiului în care este amplasată reţeaua geodezică

a) Reţea geodezică unidimensională

În această categorie de reţele geodezice se pot încadra reţelele de nivelment, deoarece punctele care constituie aceste reţele au doar *una* dintre coordonate (altitudinea) determinată omogen, într-un sistem de coordonate unitar de referinţă. Celelalte coordonate ataşate punctelor respective au un rol de identificare, fiind determinate aproximativ.

b) Reţea geodezică bidimensională

În aceste reţele punctele au determinate două coordonate într-un sistem unitar de referinţă: *X*, *Y* în planul de proiecţie sau *B, L* pe elipsoidul de referinţă. Aceste reţele se mai numesc şi *reţele planimetrice*. Cealaltă coordonată (altitudinea) este determinată separat, într-un sistem de coordonate unidimensional.

c) Reţea geodezică tridimensională

În aceste reţele toate cele trei coordonate care descriu poziţia punctului într-un sistem cartezian de referinţă sunt determinate omogen şi unitar.

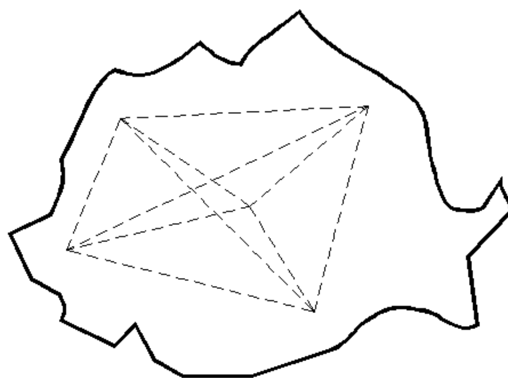


Figura 6.13 Reţeaua naţională GPS

d) Reţea geodezică în spaţiul cu patru dimensiuni

Această denumire este atribuită reţelelor geodezice care sunt determinate în mod repetat, la anumite intervale de timp. Cele trei coordonate care definesc poziţia spaţială a unui punct din reţea nu sunt determinate întotdeauna omogen şi unitar.

Timpul constituie cea de-a patra coordonată.

7. ELABORAREA PROIECTULUI REŢELELOR GEODEZICE

Elaborarea proiectului de construcţie a unei reţele geodezice este dependentă de natura, destinaţia şi caracteristicile semnificative structurale ale reţelei geodezice considerate. La noi în ţară reţelele geodezice de stat (triangulaţie şi respectiv nivelment) sunt realizate într-o densitate convenabilă pentru marea majoritate a lucrărilor topografice - fotogrametrice, cartografice sau cadastrale.

7.1 PRINCIPII DE ELABORARE A PROIECTULUI REŢELELOR GEODEZICE

► Proiectul reţelelor geodezice de stat se execută separat pe ordine, de la complex către simplu. Privind desfăşurarea în timp a lucrărilor de elaborare a acestor proiecte se observă că între lucrările pentru reţeaua de ordinul I şi cele pentru ordinul IV există uneori perioade de câteva decenii.

► Reţelele geodezice de stat se construiesc după ***principiul omogenităţii***, adică se urmăreşte asigurarea unei precizii de determinare în general uniformă pentru toate punctele geodezice din reţea. Principiul omogenităţii este realizat în primul rând prin faptul că, construcţia reţelelor geodezice de stat se desfăşoară succesiv, de la superior spre inferior, după ce ciclul complet - proiectare, măsurare, prelucrare - este încheiat la ordinele imediat superioare. În acest fel o reţea geodezică de stat, de un anumit ordin, se sprijină pe reţele geodezice deja construite, precizia în poziţie a punctelor sale fiind condiţionată de cea a punctelor pe care este construită. Această condiţionare nu trebuie confundată cu o acumulare a tuturor erorilor posibile care se produc în cazul celor două categorii de reţele, deoarece reţeaua de ordin superior este deja geometrizată prin prelucrarea observaţiilor proprii.

Propagarea erorilor în reţelele geodezice depinde în mare măsură de extinderea reţelei de ansamblu, precum şi de mărimea elementelor de structură (lungimea laturilor în cazul reţelelor planimetrice, respectiv a liniilor sau poligoanelor în reţelele de nivelment sau gravimetrice). De aceea este posibilă obţinerea unei precizii de poziţie a punctelor geodezice de ordin inferior similare cu cea a punctelor de ordin superior chiar prin utilizarea unor observaţii geodezice de precizie mai mică. Omogenitatea este realizată prin faptul că deşi laturile reţelelor de triangulaţie descresc ($D^{IV} < D^{II}$), cresc erorile de măsurare $s_u^{IV} > s_u^{II}$, astfel încât eroarea de poziţie s_t a punctelor geodezice din întreaga reţea de triangulaţie de stat oscilează în jurul unei valori medii (la noi în ţară $s_t \approx \pm 15\ cm$).

Atunci când se apreciază că precizia de determinare a poziţiei punctelor din reţeaua de stat nu este suficientă, se construiesc *reţele geodezice locale*, care deşi se compun din figuri geodezice cu laturi scurte se determină după metodele şi cu aparatura folosite la ordinul superior, rezultând erori de măsurare mici şi prin urmare erori de poziţie inferioare celor din triangulaţia de stat.

► La executarea proiectului de triangulaţie trebuie să se respecte prescripţiile instrucţiunilor în vigoare. Conformaţia figurilor elementare care compun reţeaua trebuie să se apropie de cazurile optime şi în nici un caz să nu depăşească toleranţele menţionate, urmând să se aleagă varianta de proiectare cea mai puţin costisitoare.

În afara instrucţiunilor elaborate de DTM pentru reţelele geodezice de stat (triangulaţie 1962 şi respectiv nivelment 1965) şi a instrucţiunilor IGFCOT 1979 pentru reţeaua de nivelment geometric, există instrucţiuni care reglementează lucrările de construcţie a reţelelor geodezice de sprijin în localităţi (1961) şi respectiv, în cadrul lucrărilor hidroenergetice (1976), etc.

► Poziţia unui anumit punct geodezic depinde în primul rând de poziţia punctelor de acelaşi ordin şi de ordin superior cu care este în legătură directă. În acelaşi timp amplasarea fiecărui punct trebuie să permită o dezvoltare fără prea mari dificultăţi a reţelei de ordin inferior, deoarece reţeaua geodezică nu trebuie privită ca un scop în sine, ci ca un mijloc important de construire a unei vaste reţele de puncte geodezice - topografice - fotogrametrice, bine conformată în ansamblul său.

► În reţeaua de triangulaţie de stat s-a urmărit şi realizat o densitate cât mai uniformă de puncte geodezice pe km^2 de teritoriu. Reţeaua compactă de ordinul I a ţării noastre, care cuprinde circa 300 de puncte, este îndesită în mod succesiv cu reţele de ordinul II, III şi IV, astfel încât întreaga reţea de stat are o densitate de cel puţin un punct la 20 km^2, ceea ce corespunde la circa 5 puncte geodezice pe o foaie de hartă la scara 1: 25 000.

Reţeaua de îndesire de ordinul V, precum şi lucrările geodezice din reţelele geodezice cu caracter local au condus la existenţa unui număr de peste 150.000 puncte geodezice înregistrate în *Banca de date şi informaţii topografice a IGFCOT*.

► Reţelele de triangulaţie din localităţi sunt, în general, compacte, fiind construite sub următoarele forme :
- *reţele principale*, compuse din figuri geodezice în care unghiurile sunt mai mari de 36º, iar lungimea unei laturi este cuprinsă între 3 şi 7 km;
- *reţele secundare*, care îndesesc reţelele principale, având laturi cuprinse între 1 şi 3 km.
► Fiecare punct de triangulaţie are altitudinea sa determinată în sistemul de nivelment de stat. Aceste determinări se realizează fie prin *nivelment geometric* (când condiţiile permit), fie prin *nivelment trigonometric* ceea ce constituie de fapt cazul general. Instrucţiunile în vigoare impun ca pe o foaie de hartă la scara 1: 25 000 să existe cel puţin un punct cotat prin nivelment geometric (în mod excepţional pentru regiuni muntoase se admite un punct pentru două foi de hartă la scara 1: 25 000).
Proiectul determinării altitudinilor punctelor de triangulaţie de ordinul I, II, III, IV se realizează separat de proiectul determinărilor planimetrice.
► În reţeaua de nivelment de stat densitatea se referă la depărtarea maximă admisibilă între reperele de nivelment de anumite tipuri.
Astfel, reperele fundamentale de tipul I sunt amplasate în lungul liniilor de nivelment de ordinul I la distanţe cuprinse între 100 şi 150 km, reperele de tipul II la distanţe de 30 - 50 km, în lungul liniilor de ordinul I şi II, reperele de tipul III la distanţe de 5 - 7 km, iar mărcile de nivelment la distanţe de 2 - 4 km, în lungul tuturor liniilor de nivelment. În intravilan densitatea este mai mare şi anume la circa 300 m este amplasată o marcă sau un reper de nivelment. *Banca de date şi informaţii topografice a IGFCOT* stochează datele necesare pentru circa 200.000 puncte geodezice cotate, din reţeaua de nivelment de stat, din reţelele de nivelment cu caracter local, precum şi din întreaga reţea planimetrică. Utilizatorul este informat asupra modalităţii de determinare a altitudinii, precum şi asupra preciziei sale.
► În ceea ce priveşte *reţeaua gravimetrică* se poate menţiona faptul că aceasta nu a fost proiectată şi realizată numai pentru scopuri geodezice. Ca urmare, în situaţii specifice, cum au fost lucrările gravimetrice pentru reţeaua de nivelment de ordin superior, determinările gravimetrice s-au executat cu o densitate mai mare.
► Prin instrucţiunile în vigoare este prevăzut ca legăturile între punctele de triangulaţie să fie realizate prin vize reciproce, în reţele compacte.
Aceleaşi instrucţiuni impun ca fiecare punct al reţelelor de ordinele III şi IV să aibă cel puţin trei legături de determinare la ordinele imediat superioare, la care se adaugă legăturile cu punctele de triangulaţie de acelaşi ordin sau ordin inferior.
Reţelele de nivelment şi reţelele gravimetrice se proiectează sub forma unor poligoane, astfel că legăturile dintre repere se stabilesc după aceleaşi principii: „de la superior la inferior” şi respectiv „în interiorul ordinului”.
La ordinul IV şi în reţelele locale se acceptă şi linii de nivelment sprijinite la ambele capete pe repere din reţeaua constituită de celelalte ordine.
► Reţelele geodezice trebuie astfel proiectate încât să asigure un volum cât mai mic de cheltuieli, concomitent cu respectarea preciziei necesare în poziţionarea punctelor reţelei. Din acest punct de vedere se pot semnala următoarele:
- punctele de triangulaţie sunt astfel amplasate încât să rezulte necesităţi minime ale înălţimilor semnalelor geodezice care urmează a fi construite în aceste puncte;
- liniile de nivelment se amplasează în lungul căilor de comunicaţii, astfel încât să rezulte pante mici între reperele de nivelment şi acces simplu, atât la determinarea propriu-zisă, cât şi ulterior în exploatare.

7.2 DOCUMENTAŢIA NECESARĂ ÎNTOCMIRII PROIECTULUI REŢELELOR GEODEZICE

Întocmirea proiectului triangulaţiei constă în stabilirea pe o hartă, la o anumită scară, a poziţiei punctelor geodezice, în aşa fel încât figurile geometrice formate, să îndeplinească condiţiile impuse ordinului respectiv de triangulaţie. Poziţia punctelor va fi astfel aleasă încât să ocupe poziţii dominante din teren, să asigure vizibilitatea între ele cu ajutorul unor construcţii cât mai mici şi să realizeze o conformaţie cât mai riguroasă a figurilor geometrice.

Pentru proiectarea oricărei reţele de triangulaţie, se desfăşoară la început o *documentare*, pe baza căreia se strâng informaţiile, datele şi materialele necesare proiectării cum ar fi:
- hărţi editate la orice scară;
- descrieri topografice şi date existente cu privire la reţelele geodezice executate anterior (triangulaţie, poligonometrie, nivelment, baze şi determinări astronomice), dări de seamă asupra acestor lucrări, scheme, cataloage de coordonate existente, descrieri ale mărcilor şi reperilor de nivelment, crochiuri, date şi informaţii privind bornarea punctelor existente, carnete de observaţii, etc. ;
- date informative asupra condiţiilor fizico - geografice din regiunea de lucru ca: relief, reţeaua hidrografică, păduri şi esenţa lor, date meteorologice (lunile cele mai ploioase, cantitatea de apă medie pe m^2, când încep ninsorile, situaţia anuală a vânturilor şi intensitatea lor, ceaţa, temperaturile care se înregistrează în decursul anului) etc. ;
- date de natură economică: localităţi, posibilităţi de angajare a forţei de muncă şi a mijloacelor de transport, reţeaua de căi de comunicaţii, legături telefonice, posibilităţi de aprovizionare cu hrană, materiale de construcţii, de cazare etc. ;
Înainte de întocmirea proiectului este necesar să se execute o *recunoaştere prealabilă* a zonei în scopul culegerii unor informaţii suplimentare şi a confirmării celor existente.

Proiectarea se face pe ordine de *triangulaţie*, începând cu ordinul I şi cu grija deosebită ca la ordinele inferioare să se realizeze legături sigure la ordinul superior.
Ordinele I şi II se proiectează pe hărţi la scara 1: 200.000, iar ordinele III şi IV pe hărţi la scara 1: 100.000.
După proiectarea reţelei de triangulaţie se face o analiză din care să rezulte :
- lungimea maximă şi minimă a laturilor, pe ordine de triangulaţie;
- valoarea minimă a unghiurilor din figurile formate, pe ordine de triangulaţie;
- valoarea ponderii;
- dacă legăturile între puncte sunt făcute prin reţea de triunghiuri, patrulatere cu diagonale observate şi sisteme centrale, toate vizele fiind reciproce;
- numărul total de puncte pe ordine de triangulaţie şi densitatea realizată;
- perioadele cele mai favorabile pentru observaţii;
- excepţiile de la condiţiile teoretice impuse fiecărui ordin de triangulaţie;
- cantitatea totală de materiale de construcţii;
- de unde se vor procura materialele necesare şi unde se vor constitui depozite în zonă;
- alte date privind posibilităţile de hrănire, cazare, forţă de muncă, date meteorologice , etc..

În urma proiectării trebuie să se întocmească următoarele documente:
- proiectul reţelei triangulaţiei de ordinul I şi II, pe hărţi la scara 1: 200.000, iar al reţelei de ordinul III şi IV la scara 1: 100.000;
- o schiţă pentru ordinul I, la scara 1: 200.000;
- o schiţă pentru ordinul I şi II, la scara 1:200.000;
- o schiţă pentru ordinul III şi IV, la scara 1:100.000;
- proiectul observaţiilor zenitale, la scara 1:100.000, cu traseul liniilor de nivelment proiectate şi punctele ce trebuie radiate pentru a primi cotă prin nivelment geometric;
- profilele vizibilităţii între punctele de ordinul I şi II şi calculele pentru determinarea vizibilităţii pe direcţiile care au necesitat acest lucru.

7.2.1 Piese scrise

Piesele scrise intră în alcătuirea oricărui proiect şi cuprind toate elementele descriptive, de calcul şi de interpretare necesare elaborării şi finalizării lucrării respective.

7.2.1.1 Note de calcul

Acestea se referă la diferite operaţiuni efectuate la elaborarea proiectului: calcule de estimare „a priori” a propagării erorilor în reţeaua geodezică, calculul înălţimilor semnalelor prevăzute a fi construite în reţea, calcule specifice metodei de lucru folosite etc.

7.2.1.2 Devizul estimative

Pe baza volumului de lucrări proiectate, se întocmeşte devizul estimativ, folosind indicatorul de norme de deviz pentru lucrările topografice - geodezice şi catalogul de preţuri în vigoare, defalcând lucrările ce urmează a se efectua pe articole de deviz.

7.2.1.3 Memoriul justificativ

Memoriul justificativ este o piesă în care se sintetizează studiile anterioare menţionate, în scopul clarificării destinaţiei lucrărilor proiectate, a soluţiilor concrete de realizare (metodele de lucru şi aparatura ce se vor folosi). Se precizează calculul estimativ al volumului de lucrări şi costul acestora, data începerii şi termenul de predare al lucrării.

7.2.1.4 Planificarea şi organizarea lucrărilor

Acestea constau în eşalonarea pe operatori şi în timp a lucrărilor proiectate. Se vor stabili: sediul central, zona de lucru pentru fiecare operator, planul de aprovizionare cu materiale, termenele de definitivare şi predare a fiecărei categorii de lucrări, etc..

7.2.2 Piese desenate

O piesă importantă a fiecărui proiect de reţea geodezică este schiţa acesteia, care se desenează pe o hartă a cărei scară se stabileşte în funcţie de ordinul reţelei şi de mărimea suprafeţei pe care se vor desfăşura lucrările respective (v. tabelul 7.1).
Punctele reţelei de triangulaţie de ordinul I - IV au denumiri asemănătoare cu cele ale localităţilor, a unor cursuri de apă, formelor de relief apropiate, astfel încât însuşi numele unui punct geodezic să poată fi un indiciu pentru identificarea sa în viitor.
Reperele şi mărcile de nivelment se numerotează separat pe linii de nivelment, având ca indicative: tipul reperului sau mărcii şi după caz, numărul corespunzător.
Pentru a se utiliza cât mai eficient, proiectul reţelei geodezice este desenat în culori diferite: negru pentru ordinul I, albastru pentru ordinul II, roşu pentru ordinul III, verde pentru ordinul IV. Cu aceste culori se vor nota: amplasamentul punctelor geodezice, denumirea lor şi legăturile între puncte.
Tot ca piese desenate se mai pot menţiona:
- diferite schiţe de detaliu privind amplasarea punctelor geodezice;
- profile pe direcţia vizelor proiectate, utile pentru studiul vizibilităţii şi calculul înălţimilor semnalelor geodezice;
- schiţe cu dispunerea elipselor erorilor.

Tabelul 7.1

Ordinul reţelei geodezice	**I**	**II**	**III**	**IV**	**V**
Scara proiectului	1:500.000 1:200.000	1:200.000 1:100.000	1:100.000 1:50.000	1:50.000 1:25.000	1:25.000 1:10.000

7.3 DETERMINAREA VIZIBILITĂŢII ÎNTRE PUNCTELE REŢELEI DE TRIANGULAŢIE

La proiectarea reţelelor de triangulaţie intervine necesitatea studierii vizibilităţii între punctele geodezice, astfel încât se poate afirma că situaţia concretă din teren condiţionează respectarea prescripţiilor de proiectare anterior menţionate, cu privire la conformaţia optimă a figurilor geometrice folosite în reţelele de triangulaţie.

Vizibilitatea între punctele de triangulaţie este condiţionată de sfericitatea Pământului, refracţia atmosferică şi obstacolele aflate pe traseul razei vizuale (relief, vegetaţie, construcţii, etc.). Deoarece asemenea obstacole pot avea o influenţă defavorabilă asupra măsurătorilor unghiulare, creând fenomene de refracţie, instrucţiunile în vigoare prevăd ca razele vizuale să treacă deasupra obstacolelor la următoarele înălţimi minime totale ε: pentru ordinul I, ε > 4 m; pentru ordinul II, ε > 2 m; iar pentru celelalte ordine, ε > 0,5 m.
În figura 7.1 s-au considerat două puncte de triangulaţie P_1 şi P_2 între care este necesar să se asigure, prin proiect, vizibilitatea reciprocă.
Se consideră cunoscute (eventual de pe hartă) cotele acestor puncte notate H_1 şi respectiv H_2, precum şi cota H_p a unui punct intermediar P, considerat ca obstacol pe traseu. Cota obstacolului trebuie calculată prin luarea în consideraţie a înălţimii vegetaţiei, construcţiilor, etc.. În cazul în care în punctele P_1 şi P_2 sunt construite semnale geodezice, în H_1 şi H_2 se includ şi înălţimile acestora. De asemenea se presupun cunoscute distanţele D_1 şi D_2.
Cu ζ^0 s-a notat unghiul zenital în punctul P_1. Datorită refracţiei atmosferice, raza de vizare va avea o anumită curbură de care se ţine seama la calculul diferenţei de nivel între punctele situate la capetele ei. Cu R s-a notat raza sferei medii *Gauss*, putându-se considera în calculele referitoare la stabilirea vizibilităţii între punctele geodezice, pentru ţara noastră *R≈6.378 km*.

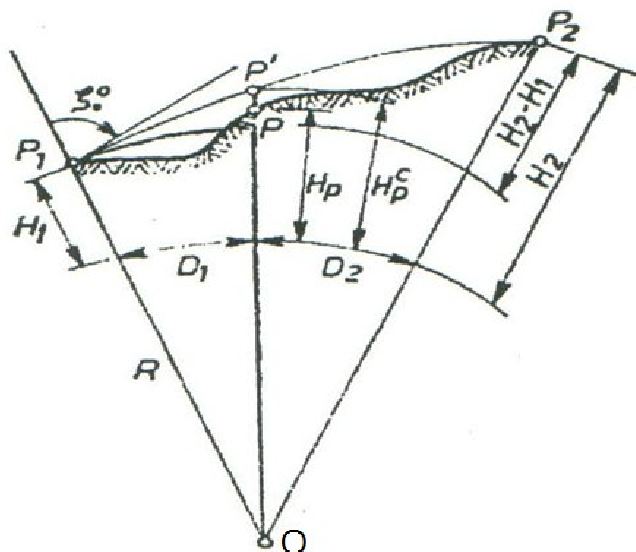


Figura 7.1 Calculul vizibilităţii între punctele P_1 şi P_2

În cadrul nivelmentului trigonometric geodezic este demonstrat că formula aproximativă de calcul a diferenţei de nivel între punctele P_1 şi P_2 este :

$$H_2 - H_1 = (D_1 + D_2)\, ctg\zeta^\circ + (1-k)\frac{(D_1 + D_2)^2}{2R} \qquad 7.1$$

Coeficientul de refracţie ***k*** are, în general, o valoare variabilă: pentru calculul vizibilităţii se acceptă însă o valoare constantă, care pentru ţara noastră este k = 0,14. Dacă în termenul doi din membrul drept al relaţiei (7.1) se exprimă distanţele D_1 şi D_2 în km, se obţine o valoare constantă: $1-k/2R \cdot 10^{-6} \approx 0{,}0683$, folosită în calculele ulterioare. Altitudinea calculată H^c_p a unui punct P' situat pe raza vizuală, deasupra punctului P, se poate obţine prin particularizarea formulei (7.1), pentru $D_2 = 0$:

$$H^c_p - H_1 = D_1 \cdot ctg\zeta^0 + 0{,}0683\,(D_1)^2_{km} \qquad 7.2$$

Din formula (7.1) se deduce :

$$ctg\zeta^0 = \frac{H_2 - H_1}{D_1 + D_2} - (1-k)\frac{D_1 + D_2}{2R}$$

astfel încât expresia (7.2) devine :

$$H_p^c = H_1 + \frac{D_1}{D_1 + D_2}(H_2 - H_1) - 0{,}0683\,(D_1)_{km} \cdot (D_2)_{km} \qquad 7.3$$

Condiţia de vizibilitate între punctele P_1 şi P_2, cu considerarea obstacolului P, este :

$$H_p^c - H_p \geq \varepsilon \qquad 7.4$$

În cazul nerespectării condiţiei (7.4) trebuie construite semnale geodezice de înălţimi corespunzătoare. Atunci când condiţiile de vizibilitate nu se pot asigura decât cu semnale geodezice mai înalte de 35 – 40 m (care sunt instabile şi costisitoare), se va căuta o altă variantă de proiectare.

Observaţii:
1. În cazul în care pe traseul considerat există mai multe obstacole se va studia vizibilitatea pentru fiecare caz în parte, adoptându-se ca soluţii definitive valorile maxime ale înălţimilor semnalelor geodezice necesare.
2. În multe cazuri (atunci când nu apar obstacole evidente în lungul razei de vizare) este suficient să se determine vizibilitatea numai la mijlocul traseului, considerând prin urmare $D_1 = D_2 = D/2$, astfel încât relaţia (7.3) devine :

$$H_p^c = H_1 + \frac{h}{2} - 0{,}0171\ D_{km}^2 \qquad 7.5$$

unde $h = H_2 - H_1$, iar D reprezintă distanţa totală P_1P_2.
3. Atunci când rezultă diferenţe mari între înălţimile semnalelor geodezice necesare în punctele P_1 şi P_2 (l_1 şi respectiv l_2), este necesar să se procedeze la rectificarea acestora (figura 7.2) calculându-se noi valori l_1 şi l_2 sensibil apropiate, care să permită vizibilitatea între puncte în condiţii corespunzătoare.

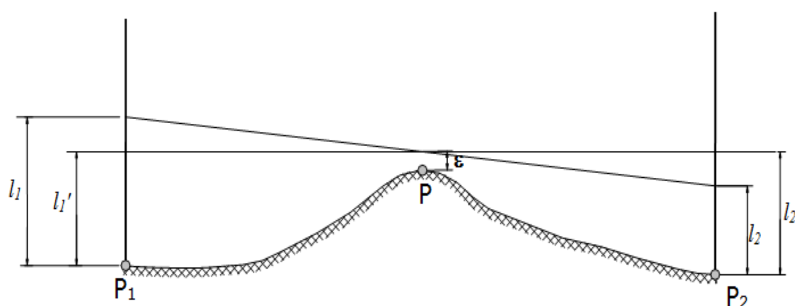


Figura 7.2 Rectificarea înălţimilor semnalelor geodezice

Din figura 7.2 se obţine :

$$\frac{l_1 - l_1'}{l_2' - l_2} = \frac{D_1}{D_2}, \text{adică: } l_2' = l_2 + (l_1 - l_1')\frac{D_2}{D_1} \qquad 7.6$$

Micşorând înălţimea semnalului în punctul P_1 cu $(l_1 - l'_1)$, se obţine o nouă înălţime a semnalului în punctul P_2 după formula (7.6).
4. Este de semnalat că soluţiile recomandate mai sus se bazează pe cunoaşterea, de pe hartă, a cotelor punctelor geodezice, inclusiv a cotei obstacolului, ceea ce conferă un caracter aproximativ rezultatelor care se obţin. De aceea este bine să se ia unele precauţii suplimentare (încă de la proiectare), urmând

ca înălţimea necesară a semnelor geodezice să fie stabilită cu exactitate în cadrul operaţiunilor de recunoaştere a terenului.

8. MODELE FUNCŢIONAL - STOCHASTICE FOLOSITE CURENT LA PRELUCRAREA MĂSURĂTORILOR EFECTUATE ÎN REŢELELE GEODEZICE DE SPRIJIN

Proiectarea reţelelor geodezice de sprijin constituie o operaţie complexă, proiectul trebuind să anticipeze şi să se coordoneze corespunzător cu celelalte etape ale realizării reţelelor de sprijin: materializarea reţelelor, executarea observaţiilor şi prelucrarea acestora.
Se consideră un şir de măsurători:

$$\mathrm{M}^{0^{\mathrm{T}}} = \left\| M_1^0, M_2^0, ..., M_n^0 \right\| \qquad 8.1$$

efectuate într-o reţea geodezică de sprijin. Se consideră că atât măsurătorile, cât şi reţeaua geodezică sunt generalizate, urmând să se facă apoi particularizările şi adaptările corespondente.
Componentele vectorului $\boldsymbol{M^0}$ sunt mărimi rezultate dintr-un proces complex de măsurare, în care intervine un *număr mult mai mare de observaţii elementare* decât cele care sunt marcate explicit în relaţia (8.1). Tehnologiile de lucru sau de prelucrare preliminară permit eliminarea erorilor de natură sistematică astfel încât vectorul M^0 va fi considerat o *mărime aleatoare*. *Valoarea cea mai probabilă* pentru vectorul M^0 (atunci când fiecare mărime componentă ar proveni din media unui număr infinit de mare de determinări) se notează $\widetilde{M}$:

$$\tilde{M} = E\left(M^0\right)$$

În mod curent, inclusiv în geodezie, mărimile $\tilde{M}$ sunt denumite *valori adevărate* ale măsurătorilor M^0; deşi există diferenţe între cele două categorii de mărimi, în dezvoltările ulterioare se va accepta egalitatea acestora.

8.1 MODELUL STOCHASTIC

Diferenţele dintre măsurătorile M^0 şi valorile lor adevărate $\tilde{M}$ sunt denumite uzual *erori adevărate*:

$$\varepsilon = M^0 - \tilde{M} \qquad 8.2$$

Proprietăţile stochastice ale mărimilor ε sunt definite de matricea de *varianţă - covarianţă*, sau pe scurt *matricea de covarianţă C_M*:

$$C_M = E\left(\varepsilon\varepsilon^T\right) = \begin{Vmatrix} \sigma_1^2 & r_{12}\sigma_1\sigma_2 & \dots & r_{1n}\sigma_1\sigma_n \\ r_{21}\sigma_2\sigma_1 & \sigma_2^2 & \dots & r_{2n}\sigma_2\sigma_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{n1}\sigma_n\sigma_1 & r_{n2}\sigma_n\sigma_2 & \dots & \sigma_n^2 \end{Vmatrix} \qquad 8.3$$

S-au folosit notaţiile cunoscute:

$\sigma_i^2 =$ *varianţa* (*teoretică*) a măsurătorii M_i^0;

$$\sigma_i^2 = E\left(\varepsilon_i^2\right); \qquad 8.4$$

$r_{ij} =$ *coeficient de corelaţie* între măsurătorile M_i^0 şi M_j^0:

$$r_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i\sigma_j}; \quad i, j = 1,2,\dots,n; \qquad 8.5$$

$$\sigma_{ij} = E\left(\varepsilon_i\varepsilon_j\right) = \textit{covarianţa (teoretică)} \text{ a măsurătorilor } M_i^o \text{ şi } M_j^o. \qquad 8.6$$

Mărimea σ_i este denumită în statistică *abatere standard*, iar în geodezie *eroare medie* (sau *eroare medie pătratică*). Este cunoscut, de asemenea faptul că:

$$-1 \le r_{i,j} \le +1 \qquad 8.7$$

valorile limită ± 1 fiind atinse în cazul în care între variabilele aleatoare ε_i şi ε_j există o dependenţă liniară ($\varepsilon_i = \pm\, a\, \varepsilon_j$, unde *a* este o constantă oarecare).

Ansamblul coeficienţilor ***r*** poate fi grupat în *matricea de corelaţie R_M*:

$$R_M = \begin{Vmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} & \dots & r_{1n} \\ r_{12} & 1 & r_{23} & \dots & r_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{1n} & r_{2n} & r_{3n} & \dots & 1 \end{Vmatrix} \qquad 8.8$$

Corelaţia evidenţiază dependenţa existentă între observaţiile iniţiale prin coeficienţii de corelaţie dreptunghiulari r_{ij} ai matricii aferente R_M (8.8).
Teoria compensării observaţiilor corelate dezvoltată teoretic de *J.M.Tienstra* (1947, 1948) are o deosebită importanţă în prelucrarea observaţiilor geodezice, deoarece prin aplicarea ei pot fi obţinute rezultate riguroase la prelucrarea măsurătorilor $M_1^0 ... M_n^0$.
Corelaţiile sau posibilităţile de dependenţă stochastică între elementele destinate unei compensări riguroase sunt clasificate în: corelaţii fizice şi corelaţii matematice.
Analizând procesele de măsurare, se poate afirma că nu există măsurători independente, deoarece erorile instrumentale remanente, precum şi condiţiile atmosferice de lucru, determină calitatea rezultatelor obţinute, grupându-le din acest punct de vedere, ceea ce înseamnă, de fapt, o legătură stochastică între observaţiile cuprinse într-un grup. Asemenea *corelaţii fizice* se pot stabili numai pe baza unor studii profunde ale condiţiilor concrete de măsurare.
Corelaţiile matematice sunt create în special prin utilizarea unui model matematic incomplet, sau afectat de erori de concepţie, pe care *F.R.Helmert* (1924) le-a denumit *erori ale teoriei.*

Exemple de corelaţii

1. Rezultatele compensării în staţie a unor observaţii unghiulare azimutale în reţelele de triangulaţie nu sunt întotdeauna elemente independente. Compensarea acestora în reţea ca elemente independente ar fi prin urmare neriguroasă.
2. Transformarea măsurătorilor originale (spre exemplu, direcţii măsurate, unghiuri, etc.) şi tratarea lor ca observaţii independente, conduce de asemenea la obţinerea unor soluţii neriguroase, aproximative.
Astfel, dacă în locul direcţiilor $\alpha_1^0, \alpha_2^0, \alpha_3^0$ (Figura 8.1), care sunt mărimi independente, s-ar compensa unghiurile β_1^0, β_2^0, obţinute din simple transformări liniare (în speţă, scăderi de forma $\beta_1^0 = \alpha_2^0 - \alpha_1^0$), ca mărimi independente, s-ar neglija corelaţia între β_1^0 şi β_2^0.

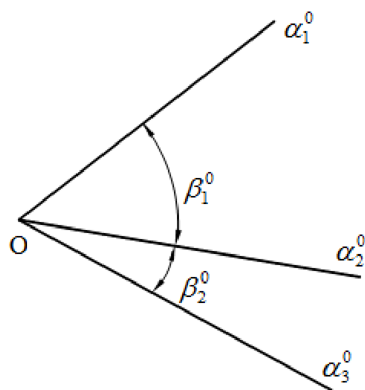


Figura 8.1 Exemple de corelaţii matematice la compensarea reţelelor de triangulaţie

Dificultăţile de determinare a corelaţiilor, în special a corelaţiilor fizice, se răsfrâng şi asupra posibilităţilor practice, de determinare a matricei de covarianţă C_M.
Este cunoscută, legătura:

$$C_M = \sigma_0^2 \cdot Q_M \qquad 8.9$$

unde σ_0^2 *este o constantă*, denumită *varianţa unităţii de pondere*, iar Q_M este matricea cofactorilor măsurătorilor.

$$Q_M = \frac{1}{\sigma_0^2} C_M = \begin{Vmatrix} Q_{11}, & Q_{12}, & ..., & Q_{1n} \\ Q_{12,} & Q_{22,} & ..., & Q_{2n} \\ ... & ... & ... & ... \\ Q_{1n,} & Q_{2n,} & ..., & Q_{nn} \end{Vmatrix} \qquad 8.10$$

Coeficienţii Q sunt numiţi *cofactori* sau *coeficienţi de pondere*. În raport cu aceştia se poate formula o altă posibilitate de determinare a coeficienţilor de corelaţie:

$$r_{ij} = \frac{Q_{ij}}{\sqrt{Q_{ii}\ Q_{jj}}} \ ; \quad i, j = 1,\ 2, ..., n \qquad 8.11$$

Condiţia necesară şi suficientă ca măsurătorile M_i^0 să fie independente este ca toţi coeficienţii de pondere dreptunghiulari ai matricii cofactorilor (8.10) să fie nuli:

$$Q_{ij} = 0; \quad (i, j=1,\ 2, ..., n) \qquad 8.12$$

$i \neq j$

Funcţiile pentru care sunt îndeplinite toate condiţiile posibile de tipul (8.12) se numesc *funcţii ortogonale* şi au o deosebită importanţă în teoria prelucrării observaţiilor deoarece pot fi tratate ca elemente independente într-o prelucrare ulterioară, având acelaşi caracter de independenţă ca şi observaţiile originale.

Matricele C_M şi Q_M sunt pozitiv definite, astfel încât admit matrice inverse.

Se notează:

$$P = Q_M^{-1} \qquad 8.13$$

matricea P fiind numită *matricea ponderilor*.

Prin modelul stochastic al unui proces de prelucrare se înţelege uzual matricea Q_M, a cofactorilor, (sau P, matricea ponderilor).

Particularizare: În practica lucrărilor geodezice se introduce frecvent ipoteza independenţei observaţiilor geodezice:

$r_{ij} = 0 \quad (i, j = 1, 2, ..., n) \qquad i \neq j$ 8.14

Într-un asemenea caz matricea cofactorilor şi respectiv matricea ponderilor devin matrice diagonale:

$$Q_M = \frac{1}{\sigma_0^2} \begin{Vmatrix} \sigma_1^2 & & & & \\ & \sigma_2^2 & & & \\ & & \cdot & & \\ & & & \cdot & \\ & & & & \cdot \\ & & & & & \sigma_n^2 \end{Vmatrix} \qquad P = \begin{Vmatrix} p_1 & & & & \\ & p_2 & & & \\ & & \cdot & & \\ & & & \cdot & \\ & & & & \cdot \\ & & & & & p_n \end{Vmatrix} \qquad 8.15,\ 8.16$$

Avându-se în vedere (8.13) rezultă că legătura dintre elementele de pe diagonalele acestor ultime matrice este dată de relaţia:

$$p_i = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_i^2} \quad (i = 1, 2, ...) \qquad 8.17$$

Mărimile ***p*** se numesc ponderi. Presupunând că una dintre măsurătorile oarecare M_k^0 are abaterea standard σ_k egală cu valoarea constantei σ_0, rezultă că ponderea acestei observaţii va fi:

$$p_k = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_k^2} = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_0^2} = 1 \qquad 8.18$$

motiv pentru care σ_0 se numeşte *abaterea standard a unităţii de pondere*.
Teoria erorilor şi metoda celor mai mici pătrate oferă o gamă largă de posibilităţi de prelucrare a observaţiilor geodezice.
Dintre acestea, două intervin în mod frecvent în practica prelucrării observaţiilor efectuate în reţele geodezice şi anume :
- metoda observaţiilor indirecte
- metoda observaţiilor condiţionate
care se vor examina în continuare din punctul de vedere al posibilităţilor concrete de utilizare.

8.2 PRELUCRAREA MĂSURĂTORILOR GEODEZICE PRIN METODA OBSERVAŢIILOR INDIRECTE

8.2.1 Modelul funcţional

Măsurătorile M_i^0 $(i=1,2,...,n)$ sunt efectuate în reţeaua geodezică pentru determinarea unui număr de ***u*** parametri prin care se defineşte, de cele mai multe ori, amplasamentul punctelor
(de exemplu în poziţie planimetrică, în înălţime sau într-un sistem tridimensional, etc.) care formează reţeaua geodezică.
Vom nota cu $\widetilde{X}$ mărimea acestor parametri, care s-ar determina în eventualitatea utilizării valorilor adevărate $\widetilde{M}$:

$$\widetilde{X}^T = [\widetilde{X}_1, \widetilde{X}_2, ..., \widetilde{X}_u] \qquad 8.19$$

Determinarea parametrilor se realizează prin intermediul unor relaţii între aceştia şi mărimile $\widetilde{M}$, relaţii care depind de geometria intrinsecă a reţelei geodezice considerate, precum şi de natura sau tipul măsurătorilor geodezice care stau la baza determinării:

$$\widetilde{M} = \varphi\left(\widetilde{X}\right) \qquad 8.20$$

În general relaţiile (8.20) nu au o formă liniară şi de aceea acestea constituie ***modelul funcţional neliniarizat al prelucrării măsurătorilor geodezice prin metoda observaţiilor indirecte.***
Datorită imperfecţiunilor inerente, specifice oricărui proces de observaţii (determinate de gradul de dezvoltare a tehnicii folosite, de condiţiile naturale concrete în care se efectuează observaţiile, de calificarea operatorului, etc.), precum şi datorită faptului că în determinările practice, efective, numărul de măsurători asupra unei mărimi nu poate fi infinit de mare, valorile numerice pentru σ, σ^2, ε şi respectiv $\widetilde{X}, \widetilde{M}$ rămân necunoscute. Prin prelucrări, bazate pe diverse ipoteze, se vor obţine *valori estimate* ale acestor mărimi.
Prelucrările care se bazează pe metoda celor mai mici pătrate conduc la obţinerea unor mărimi diferite, notate în cele ce urmează cu ***M*** şi respectiv ***X***:

- *M - observaţii compensate*
- *X - valori estimate ale parametrilor sau valori compensate ale necunoscutelor*

După cum este cunoscut, legătura dintre noile mărimi introduse M şi măsurătorile iniţiale M^0 este dată de relaţiile:

$$M = M^0 + v \qquad 8.21$$

Pentru parametri ***X*** se introduc în scopul uşurării calculelor, valori provizorii sau aproximative $\boldsymbol{X^0}$, astfel încât:

$$X = X^0 + x \qquad 8.22$$

Formal, atât v, cât şi x au rolul unor „corecţii", fiind în acelaşi timp şi „necunoscutele" generale care intervin în întregul complex de prelucrare. Pentru a se putea puncta şi mai bine proprietăţile lor specifice sunt folosite denumiri diferite şi anume:

- pentru mărimile v s-a adoptat denumirea de ***corecţii:***

$$v^T = [v_1,\ v_2,\ \ldots,\ v_n] \qquad 8.23$$

deoarece de acestea sunt ataşate măsurătorile geodezice M^0 efectuate în reţea. Fiecare dintre aceste corecţii v_i are rolul de a anihila un şir întreg de erori elementare care se produc la efectuarea observaţiilor corespondente M_i^0;

- pentru mărimile x s-a adoptat denumirea de ***necunoscute*:**

$$x^T = [x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_u] \qquad 8.24$$

acestea fiind ataşate parametrilor X^0 cu care se operează în modelul funcţional.
Cu aceste notaţii relaţiile (8.20) devin:

$$M^0 + v = \varphi(X^0 + x) \qquad 8.25$$

Prelucrările care intervin în geodezie se restrâng, de cele mai multe ori, numai la termenii liniari care rezultă din dezvoltarea în serie *Taylor* a relaţiilor (8.25):

$$v = B\,x + l \qquad 8.26$$

unde:

$$B = \left(\frac{\partial\varphi(X)}{\partial X}\right)_0 \qquad 8.27$$

$$l = (X^0) - M^0 \qquad 8.28$$

Indicele inferior din relaţia (8.27) indică faptul că valorile derivatelor parţiale din matricea B sunt calculate prin utilizarea valorilor aproximative X^0 ale parametrilor cuprinşi în prelucrare.
Se notează:

$$B = \begin{Vmatrix} a_1 & b_1 & \ldots & u_1 \\ a_2 & b_2 & \ldots & u_2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_n & b_n & \ldots & u_n \end{Vmatrix} \qquad 8.29$$

astfel încât:

$$\begin{aligned} v_1 &= a_1x_1 + b_1x_2 + \ldots + u_1x_u + l_1 \\ v_2 &= a_2x_1 + b_2x_2 + \ldots + u_2x_u + l_2 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ v_n &= a_nx_1 + b_nx_2 + \ldots + u_nx_u + l_n \end{aligned} \qquad 8.30$$

Relaţiile (8.26) şi (8.30) sunt denumite ***ecuaţii liniarizate ale corecţiilor*** şi reprezintă ***forma liniară a modelului funcţional din cadrul prelucrării măsurătorilor geodezice prin metoda observaţiilor indirecte.***
Principiul clasic de compensare elaborat de *Gauss* (1809) şi *Legendre* (1806,1810), se bazează pe relaţia cunoscută :

$$v^T P\, v \rightarrow \textbf{\textit{minim}} \qquad 8.31$$

unde P are definiţia generală dată de relaţia (8.13). Dacă se au în vedere observaţii independente, pentru care sunt valabile relaţiile (8.14), (8.17), rezultă din (8.31) condiţia, de asemenea cunoscută din teoria erorilor de măsurare:

$$[pvv] \rightarrow \boldsymbol{minim} \qquad 8.32$$

folosită în prelucrările geodezice actuale.

8.2.2 Observaţii privind formarea modelului funcţional - stochastic

Indicaţii cu caracter aplicativ:
1. Prelucrarea riguroasă a măsurătorilor geodezice trebuie să se raporteze la un sistem de referinţă unitar. De aceea, înainte de a fi prelucrate, măsurătorile geodezice sunt reduse la sistemul de referinţă acceptat (planul de proiecţie, elipsoidul de referinţă, un sistem de referinţă tridimensional, etc.).
2. Orice compensare geodezică este dirijată prin modelul funcţional stochastic.
În funcţie de atenţia cu care s-a alcătuit acest model se vor obţine rezultate mai mult sau mai puţin apropiate de realitate.
Astfel:
- modelul funcţional poate fi denaturat de existenţa unor erori sistematice importante, neeliminate înainte de compensare. De exemplu este recomandat ca, în cazul utilizării unui instrument pentru măsurarea pe cale electronică a distanţelor, insuficient de bine etalonat, să se introducă o necunoscută „de scară" suplimentară, în modelul funcţional;
- neglijarea unor corelaţii, ceea ce înseamnă un model stochastic incomplet, poate pune sub semn de întrebare unele precauţii de mare fineţe avute în vedere la formarea modelului funcţional.

Din aceasta rezultă că este necesar un echilibru adecvat între cele două laturi ale modelului folosit: în reţelele geodezice de ordin superior trebuie avute în vedere toate amănuntele posibile din acest punct de vedere, urmând ca pentru reţelele de ordin inferior să se accepte anumite concesii, atât de natură funcţională, cât şi de natură stochastică.
3. Orice schimbare în modelul funcţional - stochastic modifică rezultatul compensării.
4. Modelul funcţional - stochastic acceptat iniţial poate fi îmbunătăţit pe baza unor rezultate obţinute (eventual, compensări parţiale sau chiar o compensare globală preliminară). În acest sens se menţionează: analiza ponderilor grupelor de măsurători, examinarea semnificaţiei statistice a unor necunoscute folosite, etc.. O compensare modernă a unei reţele geodezice apare astfel ca o succesiune de compensări parţiale, continuu îmbunătăţite.

8.2.3 Determinarea elementelor compensate

Din condiţia de minim (8.31) rezultă:

$$B^T P\, v = 0 \qquad 8.33$$

care are ca echivalent în cazul observaţiilor independente:

$$[pav] = [pbv] = \dots = [puv] = 0 \qquad 8.34$$

Din (8.26) şi (8.33), se formează sistemul ecuaţiilor normale:

$$B^T P\, B\, x + B^T P\, l = 0 \qquad 8.35$$

Pentru simplificarea scrierii se notează:

$$B^T P\, B = N \qquad 8.36$$

şi

$$B^T P\, l = l^* \qquad 8.37$$

astfel încât rezultă o formă prescurtată pentru sistemul ecuaţiilor normale:

$$N x + l^* = 0 \qquad 8.38$$

Sistemul (8.38) are următorul echivalent în cazul observaţiilor geodezice independente:

$$\begin{aligned}
&[paa]x_1 + [pab]x_2 + ...+ [pau]x_u + [pal] = 0\\
&[pab]x_1 + [pbb]x_2 + ... + [pbu]x_u + [pbl] = 0\\
&... \quad ... \quad ... \quad ...\\
&[pau]x_1 + [pbu]x_2 + ... + [puu]x_u + [pul] = 0
\end{aligned} \qquad 8.39$$

Determinarea elementelor componente se execută în baza următorului algoritm:

● ***Soluţiile pentru parametri (necunoscutele) x*** rezultă din rezolvarea sistemului (8.38), respectiv (8.39):

$$x = -N^{1} l^* \qquad 8.40$$

Matricea inversă a sistemului ecuaţiilor normale este matricea cofactorilor necunoscutelor Q_x

$$Q_x = N^{1} \qquad 8.41$$

Observaţie: Relaţia (8.41) presupune existenţa matricei inverse $\boldsymbol{N^{1}}$. În cazul reţelelor geodezice libere condiţia nu este îndeplinită, fiind necesare ipoteze suplimentare.

● ***Corecţiile v*** rezultă din $v = Bx + 1$ (8.26), respectiv din(8.30):

$$\begin{aligned}
&v_1 = a_1 x_1 + b_1 x_2 + ... + u_1 x_u + l_1;\\
&v_2 = a_2 x_1 + b_2 x_2 + ... + u_2 x_u + l_2;\\
&...\\
&v_n = a_n x_1 + b_n x_2 + ... + u_n x_u + l_n.
\end{aligned}$$

● ***Valorile compensate ale parametrilor X şi ale măsurătorilor M*** rezultă din $X = X^0 + x$ (8.22) şi $M = M^0 + v$ (8.21).

● ***Verificarea generală a compensării*** constă în controlul respectării *tuturor egalităţilor din modelul funcţional neliniarizat* $\widetilde{M} = \varphi\left(\widetilde{X}\right)$ (8.20), în limita aproximaţiei de calcul acceptată iniţial.

8.2.4 Evaluarea preciziei

La calculele de evaluare a preciziei elementelor care intervin într-o prelucrare se pot distinge următoarele etape:

1. Din măsurătorile individuale se pot calcula abaterile standard s_0', pentru fiecare dintre tipurile de măsurători avute la dispoziţie, *înainte de prelucrarea în reţea.* Erorile s_0' caracterizează ***precizia interioară a tipului de măsurători considerat***, depinzând de natura şi numărul lor, de metoda de lucru, de instrumentul utilizat, de calificarea operatorului, de condiţiile atmosferice, etc.. Astfel:

- în reţelele de triangulaţie intervine etapa prelucrării în staţie (diferită pentru metoda seriilor, respectiv pentru metoda *Schreiber*) în care se determină pentru fiecare punct staţionat abaterea standard a unei direcţii compensate (în staţie);
    - în reţelele de nivelment precizia interioară se determină din rezultatele obţinute pe un interval sau pe un tronson de nivelment (măsurători dus-întors).

2. Un indicator de precizie globală a măsurătorilor din reţea se obţine *după calculul corecţiilor v*, prin abaterea *standard* (*empirică*) *a unităţii de pondere*, denumită în mod uzual în geodezie ***eroarea medie a unităţii de pondere***:

$$s_0 = \sqrt{\frac{v^T P\, v}{n-u}} \qquad 8.42$$

unde:

$$E\left(s_0^2\right) = \sigma_0^2 \qquad 8.43$$

respectiv s_0 reflectă ***precizia exterioară a măsurătorilor considerate***. În cazul *reţelelor geodezice*, *cu sau fără constrângeri* relaţia (8.42) reflectă ***precizia relativă a reţelei considerate***

3. O situaţie tipică este reprezentată de evaluarea preciziei de determinare a unui vector aleator *f* care poate fi exprimat în raport cu vectorul *l*:

$$f = F\, l \qquad 8.44$$

prin intermediul matricei *F*, presupusă cunoscută.

Matricea de covarianţă a vectorului *f*, prin care se pun în evidenţă proprietăţile lui stochastice şi se pot calcula toate elementele de precizie necesare, se obţine din (8.44) prin aplicarea legii de propagare a erorilor:

$$s_f^2 = C_f = F\, C_M\; F^T = s_0^2\; F\, Q_M\; F^T = s_0^2\; Q_f \qquad 8.45$$

Prin particularizare se obţine precizia elementelor principale care intervin în prelucrarea observaţiilor în reţelele geodezice: *x, v,* $\hat{l}\ \left(\hat{l} = B \cdot x\right)$.

Prin urmare, se exprimă dependenţa dintre aceste mărimi compensate şi vectorul *l*:

● *Pentru necunoscutele x* se folosesc relaţiile (8.40), (8.41) şi (8.37):

$$x = -Q_x\;\; B^T P\;\; l \qquad 8.46$$

● *Pentru corecţiile v* se folosesc relaţiile (8.26) şi (8.46):

$$v = B\, x + l = -B\, Q_x\;\; B^T P\, l + l = \left(E - B\, Q_x B^T P\right) l \qquad 8.47$$

4. *Abaterea standard a unei observaţii* M_i^0 este determinabilă cu formula:

$$s_i = s_0 \sqrt{Q_i} \qquad 8.48$$

coeficientul de pondere Q_i fiind situat pe diagonala matricei cofactorilor Q_M în poziţia corespondentă pentru observaţia M_i^0.

5. *În cazul observaţiilor geodezice independente, relaţiile corespondente* obţinute prin particularizarea relaţiilor deduse anterior sunt:

- *abaterea standard empirică (eroarea medie) a unităţii de pondere*:

$$s_0 = \sqrt{\frac{[pvv]}{n-u}} \qquad 8.49$$

- *abaterea standard (eroarea medie) a necunoscutei* x_k:

$$s_{x_k} = s_0 \sqrt{Q_{x_k x_k}} \qquad 8.50$$

- *abaterea standard (eroarea medie) a unei măsurători* M_i^0*:*

$$s_i = \frac{s_0}{\sqrt{p_i}} \qquad 8.51$$

- *abaterea standard (eroarea medie) a unei funcţii de necunoscute:*

$$F = F(X_1, X_2) \qquad 8.52$$

este:

$$s_F = s_0\sqrt{Q_{FF}} \qquad 8.53$$

unde:

$$Q_{FF} = \left(\frac{\partial F}{\partial X_1}\right)^2 Q_{x_1x_1} + 2\left(\frac{\partial F}{\partial X_1}\right)\left(\frac{\partial F}{\partial X_2}\right)Q_{x_1x_2} + \left(\frac{\partial F}{\partial X_2}\right)^2 Q_{x_2x_2} \qquad 8.54$$

Relaţia (8.54) este cunoscută şi sub denumirea de *regula lui Tienstra*;
- ***eroarea medie a unei observaţii compensate*** se determină cu o relaţie de forma (8.53), după ce în prealabil observaţia considerată s-a exprimat ca o funcţie de parametri *X*.
6. *În reţelele de triangulaţie*, elementele cele mai des utilizate în evaluarea preciziei sunt cele care au un caracter local, adică se referă la precizia în determinarea poziţiei planimetrice a unui punct nou oarecare.
Analiza poate cuprinde unul, mai multe sau chiar toate punctele noi din reţea.
● *Erorile medii ale coordonatelor x, y*. Din relaţia (8.53) care are un caracter general se pot calcula abaterile standard (erorile medii) ale coordonatelor *x, y* ale punctului considerat:

$$s_x = s_0\sqrt{Q_{xx}};\ s_y = s_0\sqrt{Q_{yy}} \qquad 8.55$$

● *Elipsa erorilor*. Deoarece s_x şi s_y îşi modifică valoarea în cazul unei schimbări a sistemului de coordonate folosit (roto - translaţie), precizia locală se exprimă în mod frecvent şi prin elipsa erorilor, care este un invariant al matricei de covarianţă, adică nu depinde de sistemul de axe în care se desfăşoară compensarea, ci numai de configuraţia reţelei geodezice şi de precizia de măsurare. Elipsa erorilor reprezintă domeniul de încredere pentru poziţia planimetrică a unui punct.
Modalitatea practică de determinare a parametrilor elipsei erorilor este:
- ***semiaxa mare a***, respectiv ***semiaxa mică b*** se calculează cu relaţiile:

$$a = s_0\sqrt{Q}_{\max},\ b = s_0\sqrt{Q}_{\min} \qquad 8.56$$

unde :

$$Q_{\max} = \frac{Q_{xx}+Q_{yy}}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(Q_{xx}-Q_{yy}\right)^2 + 4Q_{xy}^2}$$
$$Q_{\min} = \frac{Q_{xx}+Q_{yy}}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\left(Q_{xx}-Q_{yy}\right)^2 + 4Q_{xy}^2} \qquad 8.57$$

- ***orientarea axei mari a elipsei*** în raport de axa *Ox* a sistemului de coordonate se determină cu relaţia:

$$\theta = \frac{1}{2} arctg \frac{2Q_{xy}}{Q_{xx}-Q_{yy}} \qquad 8.58$$

● *Abaterea standard (eroarea medie) pe o anumită direcţie*, care face unghiul ψ cu semiaxa mare a elipsei, rezultă din relaţia:

$$s_u^2 = s_0^2\left(a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi\right) \qquad 8.59$$

prin particularizare putând rezulta şi abaterile standard ale coordonatelor s_x şi s_y.
● *Eroarea medie Helmert, sau abaterea standard totală*:

$$s_t = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} \qquad 8.60$$

este un invariant al matricei de covarianţă a necunoscutelor:

$$s_t^2 = s_0^2 \left(Q_{xx} + Q_{yy}\right) \qquad 8.61$$

Geometric, $\boldsymbol{s_t}$ reprezintă jumătate din diagonala dreptunghiului în care este înscrisă elipsa erorilor. Revenind la matricea de covarianţă C_x a parametrilor x din care se extrage submatricea C_p aferentă punctului P considerat:

$$C_p = s_0^2 \begin{Vmatrix} Q_{x_p x_p} & Q_{x_p y_p} \\ Q_{y_p x_p} & Q_{y_p y_p} \end{Vmatrix} \qquad 8.62$$

adică:

$$C_p = s_0^2 \; Q_p \qquad 8.63$$

relaţia (8.61) se mai poate scrie şi sub forma:

$$s_t = \sqrt{urma \;\; Q_p} \qquad 8.64$$

● *Eroarea medie de poziţie Werkmeister* este definită de:

$$s_w = \sqrt{s_x s_y} \qquad 8.65$$

fiind de asemenea un invariant al matricei de covarianţă a necunoscutelor.

MODEL DE CALCUL 1

8.2.5 COMPENSAREA GRUPULUI DE PUNCTE

Tema aplicaţiei:

Se consideră reţeaua geodezică din figură în care se cunosc:
a) coordonatele punctelor din reţeaua de ordin superior;
b) observaţiile unghiulare compensate în staţie, centrate şi reduse la planul de proiecţie Gauss - Krüger.

Se cere:
- determinarea coordonatelor punctelor noi (1, 2, 3) prin metoda observaţiilor indirecte (metoda grupului de puncte);

Compensarea reţelelor geodezice prin metoda observaţiilor indirecte, e cunoscută sub numele de compensarea grupului de puncte, deoarece a fost foarte mult folosită pentru încadrarea unui număr de puncte noi într-o reţea veche de un anumit ordin. Documentaţia se va face folosind atât hărţi şi planuri, cât şi materiale fotogrametrice recente, referitoare la zona respectivă. Mai sunt necesare date cu privire la reţele geodezice executate anterior în regiunea respectivă, informaţii referitoare la relief, climă, hidrologie, stabilitatea terenului, cât şi existenţa unor cataloage cu coordonate mai vechi: *X,Y,H.*

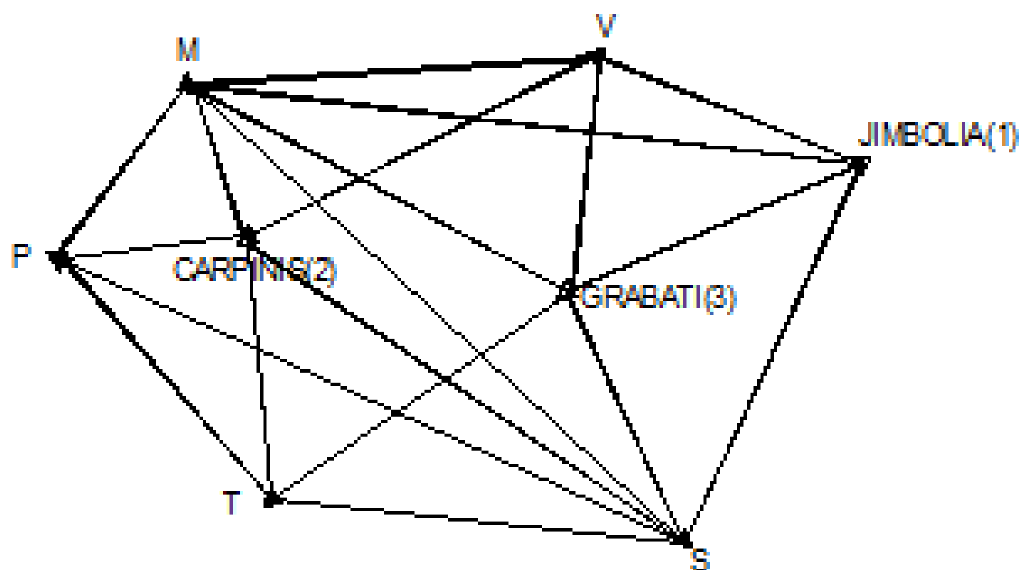


Figura8.2 Schiţa reţelei de triangulaţie

Legendă: ▲puncte vechi de triangulaţie
△puncte noi de triangulaţie

Coordonatele punctelor vechi (Gauss - Krüger)

Punct	**X** [m]	**Y** [m]
V	4.996.352,331	4.608.320,924
M	5.002.636,532	4.581.907,641
S	4.963.504,198	4.591.605,820
T	4.966.049,659	4.577.154,173
P	4.978.581,881	4.566.018,484

Direcţii măsurate, centrate şi reduse la planul de proiecţie

Staţie	**Punct vizat**	**Direcţie** (g c cc)
P	S	0.00.09,26
	T	19.84.01,52
	M	303.28.86,04
	2	327.26.81,84
T	P	399.99.91,85
	2	54.78.38,32
	3	105.56.44,01
	S	157.36.95,18
M	P	0.00.15,63
	V	277.71.10,21
	1	289.74.66,08
	3	329.15.01,07
	S	347.35.67,83
	2	370.58.92,79
1	V	399.99.92,57
	S	287.26.06,57
	3	313.00.26,68
	M	366.69.76,88

V	1	129.47.15,27
	3	211.14.55,90
	2	251.90.78,96
	M	284.13.48,93
2	M	399.99.93,40
	V	74.89.59,84
	3	125.90.74,88
	S	164.90.64,61
	T	200.74.77,31
	P	253.39.24,81
3	S	0.00.01,93
	T	44.65.46,24
	2	119.03.22,02
	M	151.68.62,07
	V	227.25.98,83
	1	258.58.88,48
S	T	239.16.80,43
	P	261.95.90,17
	2	300.74.06,17
	M	312.62.17,95
	3	342.70.33,54
	1	375.55.03,20

ETAPA 1. Calculul orientărilor şi distanţelor între punctele vechi

Formule uzuale:

$$tg\theta = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$$

$D^2 = \Delta X^2 + \Delta Y^2$

Pct.	Coordonate		$tg\theta = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$ θ	**sin θ** **cos θ**	*D* [m]
	X[m]	**Y**[m]			
M	5.002.636,532	4.581.907,641	0,660544066	-0,551158391	28.828,658
P	4.978.581,881	4.566.018,484			
Δ	-24.054,651	-15.889,157	**237.16.27,998**	-0,834400648	
V	4.996.352,331	4.608.320,924	-4,203125107	-0,972845006	27.150,556
M	5.002.636,532	4.581.907,641			
Δ	6.284,201	-26.413,283	**314.86.98,873**	0,231457542	
P	4.978.581,881	4.566.018,484	-0,888564613	0,664228415	16.764,848
T	4.966.049,659	4.577.154,173			
Δ	-12.532,222	11.135,689	**153.75.20,459**	-0,747529673	
T	4.966.049,659	4.577.154,173	-5,677418354	0,984839834	14.674,108
S	4.963.504,198	4.591.605,820			
Δ	-2.545,461	14.451,647	**111.09.93,453**	-0,173466137	
S	4.963.504,198	4.591.605,820	-0,247830323	-0,240553033	40.316,178
M	5.002.636,532	4.581.907,641			
Δ	39.132,334	-9.698,179	**384.53.42,41**	0,970635996	
P	4.978.581,881	4.566.018,484	-1,697033689	0,861546835	29.699,297
S	4.963.504,198	4.591.605,820			
Δ	-15.077,683	25.587,336	**133.89.92,2138**	-0,507678098	

ETAPA 2. Calculul coordonatelor provizorii ale punctelor noi
Se face prin intersecţii înainte, considerându-se câte 2 combinaţii pentru fiecare punct nou. Se vor considera valorile medii ale acestora.

Formulele uzuale:

$$X = \frac{Y_1 - Y_2 + X_2 tg\theta_2 - X_1 tg\theta_1}{tg\theta_2 - tg\theta_1}$$
$$Y = Y_1 + tg\theta_1 (X - X_1)$$
$$Y = Y_2 + tg\theta_2 (X - X_2)$$

sau:

$$Y = \frac{X_1 - X_2 + Y_2 ctg\theta_2 - Y_1 ctg\theta_1}{ctg\theta_2 - ctg\theta_1}$$
$$X = X_1 + ctg\theta_1 (Y - Y_1)$$
$$X = X_2 + ctg\theta_2 (Y - Y_2)$$

(Se va alege acea funcţie trigonometrică care este mai mică în valoare absolută)

Punctul 1 *(Figura8.3)*

combinaţia 1
Δ MS1: α = 57.61.01,75 θ_{M1}=126.92.40,66
β = 62.94.85,25 θ_{S1}= 47.48.27,66

X_1^1=4.988.060,439
Y_1^1=4.614.293,049

combinaţia 2
Δ VM1: α = 154.66.33,66 θ_{V1}=160..20.65,213
β = 12.03.55,87 θ_{M1}=126.90.54,743

X_1^2= 4.988.069,757
Y_1^2= 4.614.297,613

valoarea medie:
X_1 = 4.988.065,098 *m*
Y_1 = 4.614.295,331 *m*

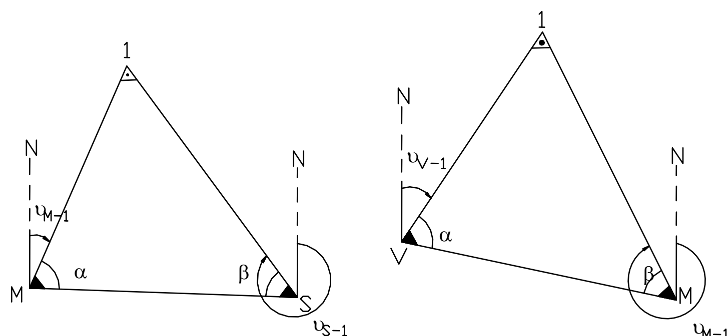


Figura8.3 Coordonate provizorii punct 1

Punctul 2 *(Figura8.4)*

combinaţia 1

Δ MP2: α = 29.41.22,84 θ_{M2} = 207.75.05,158
β = 23.97.95,8 θ_{P2} = 61.14.23,797

X_2^1 = 4.988.484,85
Y_2^1 = 4.580.176,185

combinaţia 2

Δ TS2: α = 102.58.56,86 θ_{T2}=8.51.36,575
β = 61.57.25,74 θ_{S2}=372.67.19,175

X_2^2 = 4.988.482,997
Y_2^2 = 4.580.172,134

valoarea medie:

X_2 = 4.988.483,914 *m*
Y_2 = 4.580.174,188 *m*

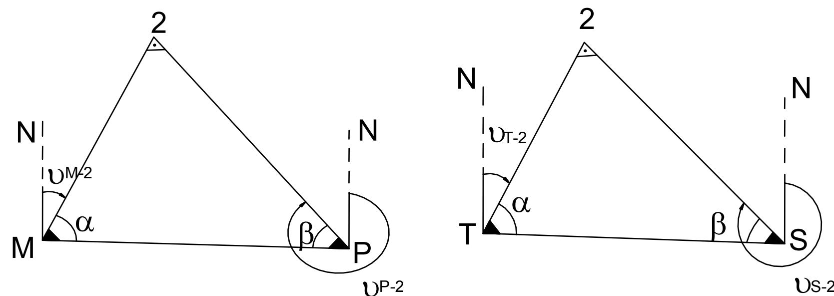


Figura8.4 Coordonate provizorii punct 2

Punctul 3 *(Figura8.5)*

combinaţia 1

Δ MV3: α = 348.56.09,14 θ_{M3}=166.30.89,733
β = 327.01.06,97 θ_{V3}=241.88.05,843

X_3^1 = 4.979.603,086
Y_3^1 = 4.595.379,126

combinaţia 2

Δ TS3: α = 51.80.51,17 θ_{T3} = 59.29.42,2645
β = 103.53.53,11 θ_{S3} = 14.63.46,545

X_3^2 = 4.979.596,571
Y_3^2 = 4.595.373,732

valoarea medie:

X_3 = 4.979.599,829 *m*
Y_3 = 4.595.376,429 *m*

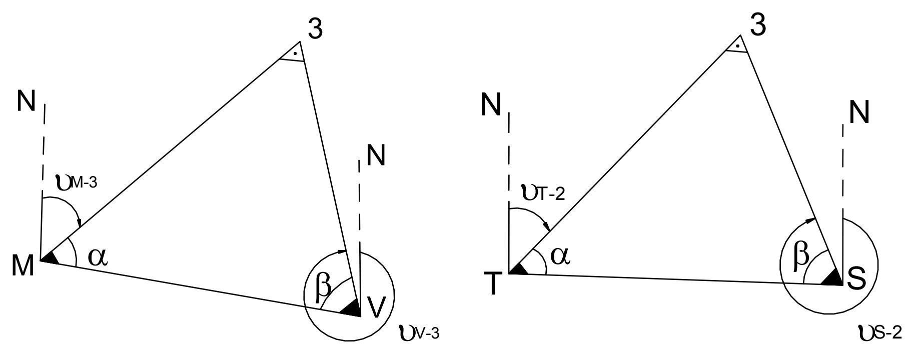


Figura8.5 Coordonate provizorii punct 3

Tabel centralizator cu valorile provizorii ale punctelor noi

PUNCT	X^0**[m]**	***Y^0****[m]*
1 (JIMBOLIA**)**	4.988.065,098	4.614.295,331
2 (CĂRPINIŞ)	4.988.483,941	4.580.174,18
3 (GRABAŢI)	4.9799.599,829	4.595.376,429

ETAPA 3. Calculul coordonatelor provizorii şi a coeficienţilor de direcţie *a* şi *b*

Pct.	X^0(m)	Y^0(m)	tgθ; ctgθ; θ	sin θ cos θ	D (m)	a b	a/b=-tg θ b/a=-ctg θ
3	4.979.599,829	4.595.376,429	2,234884916	0,912790378		-2,8036	-2,23488491
1	4.988.065,098	4.614.295,331	0,447450333	0.408428359	20.726,447	1,2545	-0,447450333
Δ	8.465,269	18.918,902	73.21.53,9451				
3	4.979.599,829	4.595.376,429	1,344799069	-0,802456282		2,2496	-1,34479907
T	4.966.049,659	4.577.154,173	0,743605511	-0,596710914	22.708,098	-1,6728	-0,743605511
Δ	-13.550,17	-18.222,256	259.29.47,826				
3	4.979..599,829	4.595.376,429	0,234262887	-0,228087848		0,8783	-0,234262887
S	4.963.504,198	4.591.605,820	4,268708591	-0,973640556	16.531,398	-3,7494	-4,268708591
Δ	-16.095,631	-3.770,609	214.64.94,683				
1	4.988.065,098	4.614.295,331	-2,22268378	-0,911953392		1,6347	2,222683779
M	5.002.636,532	4.581.907,641	-0,449906554	0,410293808	35.514,632	0,7354	0,449906554
Δ	14.571,434	-32.387,69	326.91.47,697				
1	4.988.065,098	4.614.295,331	-0,720916981	-0,584794502		3,6441	0,720916981
V	4.996.352,331	4.608.320,924	-1,38712227	0,811181477	10.216,250	5,0548	1,38712227
Δ	8.287,233	-5.974,407	360.23.50,29				
1	4.988.065,098	4.614.295,331	0,92306171	-0,678569272		1,2911	-0,92306171
S	4.963.504,198	4.591.605,820	1,082478155	-0,734536413	33.437,280	-1,3976	-1,082478155
Δ	-24.560,9	-22.689,511	247.47.99,354				
2	4.988.483,914	4.580.174,188	0.,122488285	0,121574313		-0,5424	-0,122482849
M	5.002.636,532	4.581.907,641	8,164408265	0,992582332	14.258,381	4,4289	-8,164408329
Δ	14.152,618	1.733,453	7.75.88,54903				
2	4.988.483,914	4.580.174,188	3,577180357	0,963076515		-2,0965	-3,577180369
V	4.996.352,331	4.608.320,924	0,279549785	0,269227832	29.225,856	0,5860	-0,279549784
Δ	7.868,414	28.146,736	82.64.63,0713				
2	4.988.483,914	4.580.174,188	-1,711176897	0,863380394		-3,1196	1,711176898
3	4.979.599,829	4.595.376,429	-0,584393116	-0,504553559	17.607,813	-1,8230	0,584393116
Δ	-8.884,085	15.202,241	133.66.85,79				
2	4.988.483,914	4.580.174,188	0,134616237	-0,133412842		0,3749	-0,134616237
T	4.966.049,659	4.577.154,173	7,428524362	-0,991060549	22.636,613	-2,7854	-7,428524388
Δ	-22.434,255	-3.020,015	208.51.87,247				
2	4.988.483,914	4.580.174,188	1,429575523	-0,819421147		3,0177	-1,429575524
P	4.978.581,881	4.566.018,484	0,699508339	-0,573191925	17.275,248	-2,1109	-0,699508338
Δ	-9.902,033	-14.155,704	261.14.09,892				
3	4.979.599,829	4.595.376,429	0,772690252	0,611429159	21.170,882	-1,8374	-0,772690252
V	4.996.352,331	4.608.320,924	1,294179649	0,791299174		2,3779	-1,2941796
Δ	16.752,502	12.944,495	41.88.10,1372				
3	4.979.599,829	4.595.376,429	-0,584666477	-0,504729459		1,2033	0,584666477
M	5.002.626,532	4.581.907,641	-1,710376836	0,863277575	26.685,163	2,0582	1,710376883
Δ	23.036,703	-13.468,788	366.31.84,501				
2	4.988.483,914	4.580.174,188	-0,457636588	0,416131073		-0,9637	0,457636588
S	4.963.504,198	4.591.605,820	-2,18513997	-0,90930464	24.471,229	-2,1059	2,18513997
Δ	-24.979,716	11.431,632	172.67.71,491				

$$a_{ij} = -\rho^{cc} \frac{\Delta y^0{}_{ij}}{\left(D^0{}_{ij}\right)^2} = -\rho^{cc} \frac{\sin\theta^0{}_{ij}}{D^0{}_{ij}} \qquad b_{ij} = \rho^{cc} \frac{\Delta x^0{}_{ij}}{\left(D^0{}_{ij}\right)^2} = \rho^{cc} \frac{\cos\theta^0{}_{ij}}{D^0{}_{ij}}$$

Observaţie: Din motive practice,în triangulaţia de stat se consideră de obicei variaţia pe decimetru, iar D, Δx şi Δy se exprimă în kilometri. În acest sens valoarea factorului de transformare se va considera $\rho^{cc} = 63,6620$.

Formulele pentru uz curent sunt (în cazul gradaţiei centezimale):

$$a_{ij} = -63,6620 \frac{\left(\Delta y^0{}_{ij}\right)_{km}}{\left(D^0{}_{km}\right)^2} \qquad b_{ij} = 63,6620 \frac{\left(\Delta x^0{}_{ij}\right)_{km}}{\left(D^0{}_{ikm}\right)^2}$$

În această situaţie, corecţiile *dx* şi *dy* rezultate din compensare vor fi exprimate tot în decimetri.

ETAPA 4. Calculul orientărilor definitive şi controlul compensării

PS	PV	Dir. centrate şi reduse la pl. de proiecţie: α^0	Orientări din coordonate: θ^0	Unghiul de orientare în staţie: $z = \theta^0 - \alpha^0$	PUNCTE NOI					
					1		2		3	
					dx (a)	*dy* (b)	*dx* (a)	*dy* (b)	*dx* (a)	*dy* (b)
P	S	0.00.09,26	133.89.92,2138	133.89.82,953						
	T	19.84.01,52	153.75.20,459	133.91.18,939						
	M	303.28.86,04	37.16.27,998	133.87.41,958						
	2	327.26.81,84	61.16.09,892	133.87.28,052			-3,0177	2,1109		
	Σ			133.88.92,976						
T	P	399.99.91,85	353.75.20,459	353.75.28,609						
	2	54.78.38,32	8.51.87,247	353.73.48,927			-0,3749	2,7854		
	3	105.56.44,01	59.29.47,826	353.73.03,816					-2,2496	1,6728
	S	157.36.95,18	111.09.93,435	353.72.98,255						
	Σ			353.73.69,902						
M	P	0.00.15,63	237.16.27,998	237.16.12,368						
	V	277.71.10,21	114.86.98,873	237.15.88,663						
	1	289.74.66,08	126..91.47,697	237.16.81,617	-1,6347	-0,7354				
	3	329.15.01,07	166.31.84,501	237.16.83,431					-1,2033	-2,0582
	S	347.35.67,83	184.53.42,41	237.17.74,58						
	2	370.58.92,79	207.75.88,549	237.16.95,759			0,5424	-4,4289		
	Σ			237.16.72,736						
V	1	129.47.15,27	160.23.50,29	30.76.35,02	-3,6441	-5,0548				
	3	211.14.55,90	241.88.10,1372	30.73.54,237					1,8374	-2,3779
	2	251.90.78,96	282.64.63,0713	30.73.84,111			2,0965	-0,5860		
	M	284.13.48,93	314.866.98,873	30.73.49,943						
	Σ			30.74..30,827						
S	T	239.16.80,43	311.09.93,435	71.93.13,005						
	P	261.95.90,17	333.89.92,2138	71.94.02,043						
	2	300.74.06,17	372.67.71,491	71.93.65,321			0,9637	2,1059		
	M	312.60.17,95	384.53.42,41	71.93.40,615						
	3	342.70.33,54	14.64.94,683	71.92.96,154					-0,8783	3,7494
	1	375.55..03,20	47.47.99,354	71.92.96,154	-1,2911	1,3976				
	Σ			71.93.35,5487						
1	V	399.99.92,57	360.23.50,29	360.23.57,72	3,6441	5,0548				
	S	287.26.06,57	247.47.99,354	360.21.92,784	1,2911	-1,3976				
	3	313.00.26,68	273.21.53,9451	360.21.27,265	-2,8036	1,22545			2,8036	-1,2545
	M	366.69.76,88	326.91.47,697	360.21.70,817	1,6347	0,7354				
	Σ			360.22.12,147						
2	M	399.99.93,40	7.75.88,5490	7.75.95,1490			-0,5424	4,4289		
	V	74.89.59,84	82.64.63,0713	7.75.03,2313			-2,0965	0,5860		
	3	125.90.74,88	133.66.85,79	7.76.10,91			-3,1196	-1,8230	3,1196	1,8230
	S	164.90.64,61	172.67.71,491	7.77.06,881			-0,9637	-2,1059		
	T	200.74.77,31	208.51.87,247	7.77.09,937			0,3749	-2,7854		
	P	253.39.24,81	261.14.09,892	7.74.85,082			3,0177	-2,1109		
	Σ			7.76.01,8650						
3	S	0.00.01,93	214.64.94,683	214.64.92,753					0,8783	-3,7494
	T	44.65.46,24	259.29.47,8261	214.64.01,586					2,2496	-1,6728
	2	119.03.22,02	333.66.85,79	214.63.63,77			3,1196	1,8230	-3,1196	-1,8230
	M	151.68.62,07	366.31.84,501	214.63.22,431					1,2033	2,0582
	V	227.25.98,83	41.88.10,1372	214.62.11,307					-1,8374	2,3779
	1	258.58.88,48	73.21.53,9451	214.62.65,465	2,8036	-1,2545			-2,8036	1,2545
	Σ			214.63.42,885						

(continuare etapa 4)

$l_{ij} = z\text{-}z_m$	p_{ij}	v_{ij}^{cc}	$-dz^{cc}$	$d\theta^{cc}$	**Direcţii compuse:** $\alpha_{ij} = \alpha_{ij}^{0} + v_{ij}$	**Controlul compensării:**	
						$\theta_{ij} = \alpha_{ij} + z_i$	θ_{ij} **din coord.**
89,977	½	78,821			0.00.88,081	133.89.92,231	133.92,231
225,963	½	214,807			19.86.16,327	153.75.20,459	153.75.20,459
-151,018	½	-162,174	-11,156		303.27.23,866	37.16.27.998	37.16.26,998
-164,924	½	-131,453		44,627	327.25.50,387	61.13.81,78	61.13.81,78
Σ = -0,002		-0,001					
158,707	½	167,743			0.01.59,593	353.75.20,459	353.75.20,459
-20,975	½	-11,441		0,498	54.78.26,879	8.51.42,88	8.51.42,88
-66,086	½	-93,649	9,036	-36,644	105.55.50,316	59.33.15,73	59.33.15,73
-71,647	½	-62,611			157.36.32,569	111.09.93,435	111.09.93,435
Σ = -0,001		-0,003					
-60,368	½	-63,487			-0.00.47,857	237.16.27,988	237.16.27,988
-84,073	½	-87,192			277.70.02,301	114.86.98,873	114.86.98,873
8,881	½	-8,133		-13,895	289.74.57,947	126.85.85,55	126.85.85,55
10,695	½	40,109		32,533	329.15.41,179	166.31.58,02	166.31.58,02
101,844	½	98,725	-3,119		347.36.66,555	184.53.42,41	184.53.42,41
23,023	½	19,981		0,077	370.59.12,771	207.76.59,58	207.76.59,58
Σ = 0,002		0,003					
204,192	½	94,902		-140,711	129.48.10,172	160.23.98,636	160.23.98,628
-76,590	½	2,62		47,789	211.14.58,52	241.88.83,32	241.88.83,32
-46,716	½	-48,06	31,421	-32,765	251.90.30,9	282.64.68,31	282.64.68,31
-80,884	½	-49,463			248.12.99,467	314.86.98,84	314.86.98,84
Σ = 0,002		-0,001					
-22,543	½	-16,511			239.16.63,919	311.09.93,435	311.09.93,435
66,494	½	72,526			261.96.62,696	333.89.92,213	333.89.92,213
29,772	½	15,993		-19,811	300.74.22,163	372.61.03,52	372.61.03,52
5,066	½	11,098	6,032		312.60.29,048	384.53.42,41	384.53.42,41
-39,394	½	-102,333		-68,971	342.69.31,207	14.64.44,14	14.64.44,16
-39,394	½	19,227		52,589	375.55.22,427	47.48.26,56	47.4826,56
Σ = 0,001		0					
145,573	½	123,572			0.01.16,142	360.23.50,29	360.23.50,29
-19,363	½	-41,364			287.25.65,206	247.47.99,354	247.47.99,354
-84,882	½	-18,877	-22,001	88,006	313.00.07,803	273.23.04,94	273.23.04,94
-41,33	½	-63,331			366.69.13,549	326.91.47,697	326.91.47,697
Σ = -0,002		0					
-6,716	½	-12,019			399.99.81,381	7.75.88,549	7.75.88,549
-98,633	½	-103,936			74.88.55,904	82.64.63,072	82.64.63,072
9,044	½	35,561		31,820	125.91.10,441	133.65.60,52	133.65.60,52
105,015	½	99,712			164.91.64,322	172.67.71,491	172.67.71,491
108,071	½	102,768	-5,303		200.75.80,078	208.51.87,247	208.51.87,247
-116,783	½	-122,086			253.38.02,724	261.14.09,892	261.14.09,892
Σ = -0,002		0					
149,868	½	169,839			0.01.71,769	214.64.94,683	214.64.94,683
58,701	½	78,672			44.66.24,912	259.29.47,826	259.29.47,826
20,885	½	9,036		-31,820	119.03.31,056	333.65.60,50	333.65.50,52
-20,454	½	-0,483	19,971		151.68.61,587	366.31.84,501	366.31.84,501
-131,578	½	-111,607			227.24.87,223	41.88.10,137	41.88.10,137
-77,42	½	-145,455		-88,006	258.57.43,025	73.23.04,92	73.23.04,92
Σ = 0,002		0,002					

ETAPA 5. Transformarea ecuaţiilor pe baza regulilor Schreiber

Dir.	p_{ij}	1		2		3		Termen liber l (cc) $l=\frac{1}{2}\left(l_{ij}+l_{ji}\right)$	Sumă
		dx	*dy*	*dx*	*dy*	*dx*	*dy*		
P-2	1			-3,0177	2,1109			-140,853	-141,7598
T-2	1			-0,3749	2,7854			43,548	45,9585
T-3	1					-2,2496	1,6728	-3,692	-4,2688
M-1	1	-1,6347	-0,7354					-16,224	-18,5941
M-2	1			0,5424	-4,4289			8,153	4,2665
M-3	1					-1,2033	-2,0582	-4,879	-8,1405
V-1	1	-3,6441	-5,0548					174,882	166,1831
V-2	1			2,0965	-0,5860			-72,674	-71,16335
V-3	1					1,8374	-2,3779	-104,084	-104,6245
S-1	1	-1,2911	1,3976					-29,378	-29,2715
S-2	1			0,9637	2,1059			67,393	70,4626
S-3	1					-0,8783	3,7494	55,237	58,1081
1-3	1	-2,8036	1,2545			2,8036	-1,2545	-81,151	-81,151
2-3	1			3,1196	1,8230	-3,1196	-1,8230	14,964	14,964
Z_P	-1			-1,0669	0,7463			0	-0,3206
Z_T	-1			-0,1325	0,9847	-0,7953	0,5914	0	0,6483
Z_M	-1	-0,4718	-0,2122	0,1565	-1,2785	-0,3473	-0,5941	0	-2,7474
Z_V	-1	-1,2883	-1,7871	0,7412	-0,2071	0,6496	-0,8407	0	-2,7324
Z_S	-1	-0,3727	0,4034	0,2781	0,6079	-0,2535	1,0823	0	1,7455
Z_1	-1	-4,0680	-1,6737			0,9912	-0,4435	0	-5,194
Z_2	-1			0,9543	1,3462	-0,9005	-0,5262	0	0,8738
Z_3	-1	0,8093	0,3621	0,9005	0,5262	-1,0004	-0,8146	0	-0,8355
Σ		-16,3836	-6,0456	5,1608	6,536	-4,466	-3,6368	88,758	-107,5932 -107,5932

Scrierea ecuaţiilor de corecţie

Se foloseşte relaţia generală:

$$v_{ij} = -dz_i + a_{ij}dx_j + b_{ij}dy_j - a_{ij}dx_i - b_{ij}dy_i + l_{ij}$$

unde punctul ***i*** reprezintă staţia, iar punctul ***j***, viza.
Pentru fiecare caz în parte relaţia de mai sus se va particulariza funcţie de natura punctelor (vechi-vechi, vechi-nou, nou-vechi, nou-nou).

Staţia P

P-S: $v_{PS} = -dz_P + l_{PS}$
P-T: $v_{PT} = -dz_P + l_{PT}$
P-M: $v_{PM} = -dz_P + l_{PM}$
P-2: $v_{P2} = -dz_P + a_{P2}\, dx_2 + b_{P2}\, dy_2 + l_{P2}$

Staţia T

T-P: $v_{TP} = -dz_T + l_{TP}$
T-2: $v_{T2} = -dz_T + a_{T2}\, dx_2 + b_{T2}\, dy_2 + l_{T2}$
T-3: $v_{T3} = -dz_T + a_{T3}\, dx_3 + b_{T3}\, dy_3 + l_{T3}$
T-S: $v_{TS} = -dz_T + l_{TS}$

Staţia M

M-P $v_{MP} = -dz_M + l_{MP}$

M-V: $v_{MV} = -dz_M + l_{MV}$

M-1: $v_{M1} = -dz_M + a_{M1}\, dx_1 + b_{M1}\, dy_1 + l_{M1}$

M-S: $v_{MS} = -dz_M + l_{TS}$

M-3: $v_{M3} = -dz_M + a_{M3}\, dx_3 + b_{M3}\, dy_3 + l_{M3}$

M-2: $v_{M2} = -dz_M + a_{M2}\, dx_2 + b_{M2}\, dy_2 + l_{M2}$

Staţia V

V-1: $v_{1V} = -dz_V + a_{V1}\, dx_1 + b_{V1}\, dy_1 + l_{V1}$

V-3: $v_{3V} = -dz_V + a_{V3}\, dx_3 + b_{V3}\, dy_3 + l_{V3}$

V-2: $v_{V2} = -dz_V + a_{V2}\, dx_2 + b_{V2}\, dy_2 + l_{V2}$

V-M: $v_{VM} = -dz_V + l_{VM}$

Staţia S

S-T : $v_{ST} = -dz_S + l_{ST}$

S-P: $v_{SP} = -dz_S + l_{SP}$

S-2: $v_{S2} = -dz_S + a_{S2}\, dx_2 + b_{S2}\, dy_2 + l_{S2}$

S-M: $v_{SM} = -dz_S + l_{SM}$

S-3: $v_{S3} = -dz_S + a_{S3}\, dx_3 + b_{S3}\, dy_3 + l_S$

S-1: $v_{S1} = -dz_S + a_{S1}\, dx_1 + b_{S1}\, dy_1 + l_{S1}$

Staţia 1

1-V: $v_{1V} = -dz_1 - a_{1V} dx_1 - b_{1V}\, dy_1 + l_{1V}$

1-S: $v_{1S} = -dz_1 - a_{1S}\, dx_1 - b_{1S}\, dy_1 + l_{1S}$

1-3: $v_{13} = -dz_1 + a_{13}\, dx_3 + b_{13}\, dy_3 - a_{13}\, dx_1 - b_{13}\, dy_1 + l_{13}$

1-M: $v_{1M} = -dz_1 - a_{1M}\, dx_1 - b_{1M}\, dy_1 + l_{1M}$

Staţia 2

2-M: $v_{2M} = -dz_2 - a_{2M} dx_2 - b_{2M}\, dy_2 + l_{2M}$

2-V: $v_{2V} = -dz_2 - a_{2V}\, dx_2 - b_{2V}\, dy_2 + l_{2V}$

2-3: $v_{23} = -dz_2 + a_{23}\, dx_3 + b_{23}\, dy_3 - a_{23} dx_2 - b_{23}\, dy_2 + l_{23}$

2-S: $v_{2S} = -dz_2 - a_{2S} dx_2 - b_{2S}\, dy_2 + l_{2S}$

2-T: $v_{2T} = -dz_2 - a_{2T}\, dx_2 - b_{2T}\, dy_2 + l_{2T}$

2-P: $v_{2P} = -dz_2 - a_{2P}\, dx_2 - b_{2P}\, dy_2 + l_{2P}$

Staţia 3

3-S: $v_{3S} = -dz_3 - a_{3S}\, dx_3 - b_{3S}\, dy_3 + l_{3S}$

3-T: $v_{3T} = -dz_3 - a_{3T}\, dx_3 - b_{3T}\, dy_3 + l_{3T}$

3-2: $v_{32} = -dz_3 + a_{32}\, dx_2 + b_{32}\, dy_2 - a_{32}\, dx_3 - b_{32}\, dy_3 + l_{32}$

3-M: $v_{3M} = -dz_3 - a_{3M}\, dx_3 - b_{3M}\, dy_3 + l_{3M}$

3-V : $v_{3V} = -dz_3 - a_{3V}\, dx_3 - b_{3M}\, dy_3 + l_{3V}$

3-1 : $v_{31} = -dz_3 + a_{31}\, dx_1 + b_{31}\, dy_1 - a_{31}\, dx_3 - b_{13}\, dy_3 + l_{31}$

ETAPA 6. Întocmirea tabelului coeficienţilor ecuaţiilor normale şi scrierea sistemului normal

44,7036	23,0684	-1,8611	0,2175	-11,6612	6,9405	-345,3212	-283,9135	-283,9135
	35,9527	-0,9195	1,0771	0,3064	0,9386	-1014,925	-954,5011	-954,5013
		28,1258	-2,6813	-11,0301	-7,4162	327,4154	376,6329	376,633
			45,5937	-8,0534	-2,2863	-0,3475	33,5198	33,5198
				32,2816	-7,0141	-499,7788	-504,9496	-504,9496
					35,3619	532,9974	559,5218	559,5218

Scrierea sistemului normal
se face în concordanţă cu formulele generale :

$$[aa]x_1 + [ab]x_2 + ... + [ah]x_h + [al] = 0$$
$$[ab]x_1 + [bb]x_2 + ... + [bh]x_h + [bl] = 0$$
....
$$[ah]x_1 + [bh]x_2 + ... + [hh]x_h + [hl] = 0$$

În cazul nostru sistemul conţine 6 ecuaţii corespunzătoare necunoscutelor pentru cele două coordonate *(X,Y),* în cazul punctelor noi (1,2,3).

44,7036 dx_1+23,0648 dy_1+(-1,8611) dx_2+0,2175 dy_2+(-11,6612) dx_3+6,9405 dy_3+ (-345,3212) = 0

23,0684 dx_1+35,9527 dy_1+(-0,9195) dx_2+1,0771 dy_2+0,3064 dx_3+0,9386 dy_3+(-1014,9250) = 0

(-1,8611) dx_1+(-0,9195) dy_1+28,1258 dx_2+(-2,6813) dy_2+(-11,0301) dx_3+ (-7,4162) dy_3+372,4154 = 0

0,2175 dx_1+1,0771 dy_1+(-2,6813) dx_2+45,5937 dy_2+(-8,0534) dx_3 + (-2,2863) dy_3+(-0,3475) = 0

(-11,6612) dx_1+0,3064 dy_1+(-11,0301) dx_2+(-8,0534) dy_2+32,2816 dx_3+(7,0141)dy_3+(-499,7788) = 0

6,9405 dx_1+0,9386 dy_1+(-7,4162) dx_2+(-2,2863) dy_2+(-7,0141) dx_3+35,3619 dy_3+532,9974 = 0

ETAPA 7. Rezolvarea sistemului normal şi obţinerea coeficienţilor de pondere
(schema Gauss redusă)

1		**2**		**3**		**l (cc)**	**Suma**	**Control**
dx	**dy**	**dx**	**dy**	**dx**	**dy**			
44,7036	23,0684	-1,8611	0,2175	-11,6612	6,9405	-345,3212	-283,9135	
-1	-0,516	0,0416	-0,0048	0,2608	-0,1552	7,7246	6,3510	6,351
	35,9527	-0,9195	1,0771	0,3064	0,9386	-1014,925	-954,5011	
	24,0494	0,0408	0,9648	6,3235	-2,6426	-836,7392	-808,0017	-808,0033
dx_1 = - 1,76549	-1	-0,0016	-0,0401	-0,2629	0,1098	34,7925	33,5975	33,5977
		28,1258	-2,6813	-11,0301	-7,7162	372,4154	376,6329	
		28,0483	-2,6737	-11,5253	-7,1232	359,3888	366,1149	366,1149
	dy_1 = +0,3161	-1	0,0953	0,4109	0,2539	-12,8132	-13,0530	-13,0531
			45,5937	-8,0534	-2,2863	-0,3475	33,5198	
			45,2991	-9,3493	-2,8924	69,1130	102,1742	102,1704
		dx_2 = -0,1999	-1	0,2063	0,0632	-1,5257	-2,2555	-2,2556
				32,2816	-7,0141	-499,7788	-504,9496	
				20,9134	-8,0329	-207,9289	-195,0554	-195,0484
			dy_2 = - 1,61875	-1	0,3841	9,9423	9,3268	9,3264
					35,3619	532,9974	539,5218	
					28,9160	510,5100	539,4210	539,426
				dx_3 = +3,21290	-1	-17,6549	-18,6547	-18,6549
					dy_3 = -0,59533			

continuare etapa 7
(schema Gauss extinsă)

Qxx_1	**Qyy_1**	**Qxx_2**	**Qyy_2**	**Qxx_3**	**Qyy_3**	**Suma[1]**	**Control[1]**
-1	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	-284,9135	
0,0223	0	0	0	0	0	6,3733	6,3733
0	**-1**	**0**	**0**	**0**	**0**	-955,5011	
0,5160	-1	0	0	0	0	-808,4857	-808,4873
-0,0214	0,0415	0	0	0	0	33,6177	33,6178
0	**0**	**-1**	**0**	**0**	**0**	375,6329	
-0,0424	0,0016	-1	0	0	0	365,0740	365,0741
0,0015	-0,0000	0,0356	0	0	0	-13,0159	-13,016
0	**0**	**0**	**-1**	**0**	**0**	32,5198	
-0,0199	0,04402	-0,0953	-1	0	0	101,0992	101,0954
0,0004	-0,0008	0,0021	0,2063	0	0	-2,2318	-2,2319
0	**0**	**0**	**0**	**-1**	**0**	-505,9496	
-0,4179	0,2718	-0,4305	-0,2063	-1	0	-196,8384	-196,8313
0,0199	-0,0129	0,0205	0,0098	0,0478	0	9,4120	9,4115
0	**0**	**0**	**0**	**0**	**-1**	558,5218	
0,0393	-0,0024	-0,4253	-0,1430	-0,3841	-1	537,5054	537,5105
-0,0013	0,0000	0,0147	0,0049	0,0132	0,0345	-18,5885	-18,5889

ETAPA 8. Calculul coeficienţilor de pondere

(direct din schema Gauss extinsă : linia roşie înmulţită cu valoarea de deasupra + linia roşie înmulţită cu valoarea de deasupra, + ,….. luându-se în final cu semn schimbat)
Linia roşie este linia care începe cu ***-1***.

$Qxx_1 = 0,0417$
$Qyy_1 = 0,0450$

$Qxx_2 = 0,0508$
$Qyy_2 = 0,0247$

$Qxx_3 = 0,0528$
$Qyy_3 = 0,0345$

$Qxy_1 = -0,0268$
$Qxy_2 = 0,0084$
$Qxy_3 = 0,0132$

ETAPA 9. Calculul coordonatelor compensate pentru punctele noi

$X_1 = X_1^0+dx_1$ = 4.988.065,098+(-1,76549) = 4.988.063,333 m
$Y_1 = Y_1^0+dy_1$ = 4.614.295,331+0,3161 = 4.614.295,647 m

$X_2 = X_2^0+dx_2$ = 4.988.483,914+(-0,1999) = 4.988.483,714 m
$Y_2 = Y_2^0+dy_2$ =4.580.174,188+(-1,61875) = 4.580.172,569 m

$X_3 = X_3^0+dx_3$ = 4.979.599,829+3,21290 = 4.979.603,042 m
$Y_3 = Y_3^0+dy_3$ = 4.595.376,429+(-0,59533) = 4.595.375,834 m

ETAPA 10. Calculul corecţiilor orientărilor dθ

Se va folosi relaţia generală de calcul:

$$d\theta^{ec} = a_{ij}dx_j + b_{ij}dy_j - a_{ij}dx_i - b_{ij}dy_i ;$$

a_{ij} , b_{ij} -coeficienţi de direcţie
dx , dy -corecţii

$d\theta_{P2} = 44,627$
$d\theta_{T2} = 0,498$
$d\theta_{T3} = -36,644$
$d\theta_{M1} = -13,895$
$d\theta_{M2} = 0,077$
$d\theta_{M3} = 32,533$
$d\theta_{V1} = -140,711$
$d\theta_{V2} = -32,765$

$d\theta_{V3} = 47,789$
$d\theta_{S1} = 52,589$
$d\theta_{S2} = -19,811$
$d\theta_{S3} = -68,971$
$d\theta_{13} = 88,006$
$d\theta_{23} = 31,820$
$d\theta_{32} = -31,820$
$d\theta_{31} = -88,006$

ETAPA 11. Calculul corecţiilor dz^{cc}

Relaţia după care se efectuează calculul este:

$dz^{cc} = \frac{1}{n} \sum d\theta_{ij}^{cc}$

$dz_P = 11,156$
$dz_T = -9,036$
$dz_M = 3,119$
$dz_V = -31,421$
$dz_S = -6,032$
$dz_1 = 22,001$
$dz_2 = 5,303$
$dz_3 = -19,971$

ETAPA 12. Calculul corecţiilor v_{ij}

Se face cu formula:

$v_{ij}^{cc} = -dz_i^{cc} + l_{ij} + d\theta$

$v_{PS} = 78,821$
$v_{PT} = 214,807$
$v_{PM} = -162,174$
$v_{P2} = -131,453$
$v_{TP} = 167,743$
$v_{T2} = -11,441$
$v_{T3} = 93,649$
$v_{TS} = -62,611$
$v_{MP} = -63,487$
$v_{MV} = -87,192$
$v_{M1} = -8,133$
$v_{M3} = 40,109$
$v_{MS} = 98,725$
$v_{M2} = 19,981$
$v_{V1} = 94,902$
$v_{V3} = 2,62$
$v_{V2} = -48,06$
$v_{VM} = -49,463$
$v_{3M} = -0,483$
$v_{3V} = -111,607$

$v_{ST} = -16,511$
$v_{SP} = 72,526$
$v_{S2} = 15,993$
$v_{SM} = 11,098$
$v_{S3} = -102,333$
$v_{S1} = 19,227$
$v_{1V} = 123,572$
$v_{1S} = -41,364$
$v_{13} = -18,877$
$v_{1M} = -63,331$
$v_{2M} = -12,019$
$v_{2V} = 103,963$
$v_{23} = 35,561$
$v_{2S} = 99,712$
$v_{2T} = 102,768$
$v_{2P} = -122,086$
$v_{3S} = 169,839$
$v_{3T} = 78,672$
$v_{32} = 9,036$
$v_{31} = -145,455$

ETAPA 13. Calculul direcţiilor compensate

$\propto_{ij} = \propto_{ij}^{0} + v_{ij}^{0}$

Controlul: $\theta_{ij} = \propto_{ij} + z_m + dz_i$

$\theta_{ij} = \theta_{ij}$ din coordonate

ETAPA 14. Calculul orientărilor definitive
(se regăsesc în tabelul etapei 4)

Pct.	Coordonate definitive		tg θ = ΔY/ΔX θ = arctg ΔY/ΔX
	X (m)	**Y** (m)	
P	4.978.581,881	4.566.018,484	
2	4.988.483,714	4.580.172,569	61.13.81,73
Δ	9.901,833	14.154,085	
T	4.966.049,659	4.577.154,173	
3	4.979.603,042	4.595.375,834	59.35.15,702
Δ	13.533,138	18.221,661	
M	5.002.636,532	4.581.907,641	
1	4.988.063,333	4.614.295,647	126.85.55.50
Δ	-14.573,199	32.388,006	
M	5.002.636,532	4.581.907,641	
3	4.979.603,042	4.595.375,834	166.31.58,063
Δ	-23.033,49	13.468,193	
M	5.002.636,532	4.581.907,641	
2	4.988.483,714	4.580.172,,569	207.76.59,52
Δ	-14.152,818	-1.735,079	
V	4.996.352,331	4.608.320,924	
1	4.988.063,333	4.614.295,647	160.23.98,628
Δ	-8.288,998	5.974,723	
V	4.996.352,331	4.608.320,924	
3	4.979.603,042	4.595.375,834	241.88.83,377
Δ	-16.749,289	-12.945,09	
V	4.996.352,331	4.608.320,924	
2	4.988.483,714	4.580.172,569	282.64.68,307
Δ	-7.868,617	-28.148,355	
S	4.963.504,198	4.591.605,820	
2	4.988.483,714	4.580.172,569	372.61.03,59
Δ	24.979,516	-11.463,251	
S	4.963.504,198	4.591.605,820	
3	4.979.603,042	4.595.375,834	14.64.44,161
Δ	16.098,844	3.770,014	
S	4.963.504,198	4.591.605,820	
1	4.988.063,333	4.614.295,647	47.48.26,576
Δ	24.559,135	22.689,827	
1	4.988.063,333	4.614.295,647	
2	4.988.483,714	4.580.172,569	300.78.42,473
Δ	420,381	-34.123,078	
1	4.988.063,333	4.614.295,647	
3	4.979.603,042	4.595.375,834	273.23.04,948
Δ	-84.601,291	-18.919,813	
2	4.988.483,714	4.580.172,569	
3	4.979.603,042	4.595.375,834	133.65.60,56
Δ	-8.880,672	15.203,265	
T	4.966.049,659	4.577.154,173	
2	4.988.483,714	4.580.172,569	8.51.42,872
Δ	22.434,055	3.018,396	

ETAPA 15. Calculul de evaluare a preciziei

a). Eroarea medie pătratică a unei singure măsurători:

$m_0 = \pm \sqrt{\frac{pvv}{n-h}} = \pm 79{,}4915$

b). Eroarea medie pătratică a unei direcţii măsurate:

$m_\alpha = \pm \frac{m_0}{\sqrt{p}} = \pm 112{,}4180$

c). Eroarea medie pătratică a necunoscutelor:

$m_{x_1} = \pm\ m_0 \sqrt{Qxx_1} = 16{,}2623$

$m_{y_1} = \pm\ m_0 \sqrt{Qyy_1} = 16{,}8627$

$m_{x_2} = \pm\ m_0 \sqrt{Qxx_2} = 17{,}9164$

$m_{y_2} = \pm\ m_0 \sqrt{Qyy_2} = 12{,}4930$

$m_{x_3} = \pm\ m_0 \sqrt{Qxx_3} = 18{,}2657$

$m_{y_3} = \pm\ m_0 \sqrt{Qyy_3} = 14{,}6489$

Erori totale:

$m_{t_1} = \pm \sqrt{m^2 x_1 + m^2 y_1} = \pm\ 5{,}7528$

$m_{t_2} = \pm \sqrt{m^2 x_2 + m^2 y_2} = \pm\ 5{,}5144$

$m_{t_3} = \pm \sqrt{m^2 x_3 + m^2 y_3} = \pm\ 5{,}7423$

ETAPA 16. Calculul elipsei erorilor

Elementele specifice elipsei erorilor sunt:

$\varphi = 2$ arctg $\frac{2Q_{xy}}{Q_{xx} - Q_{yy}}$ (unghiul dintre semiaxa mare a elipsei şi axa Ox)

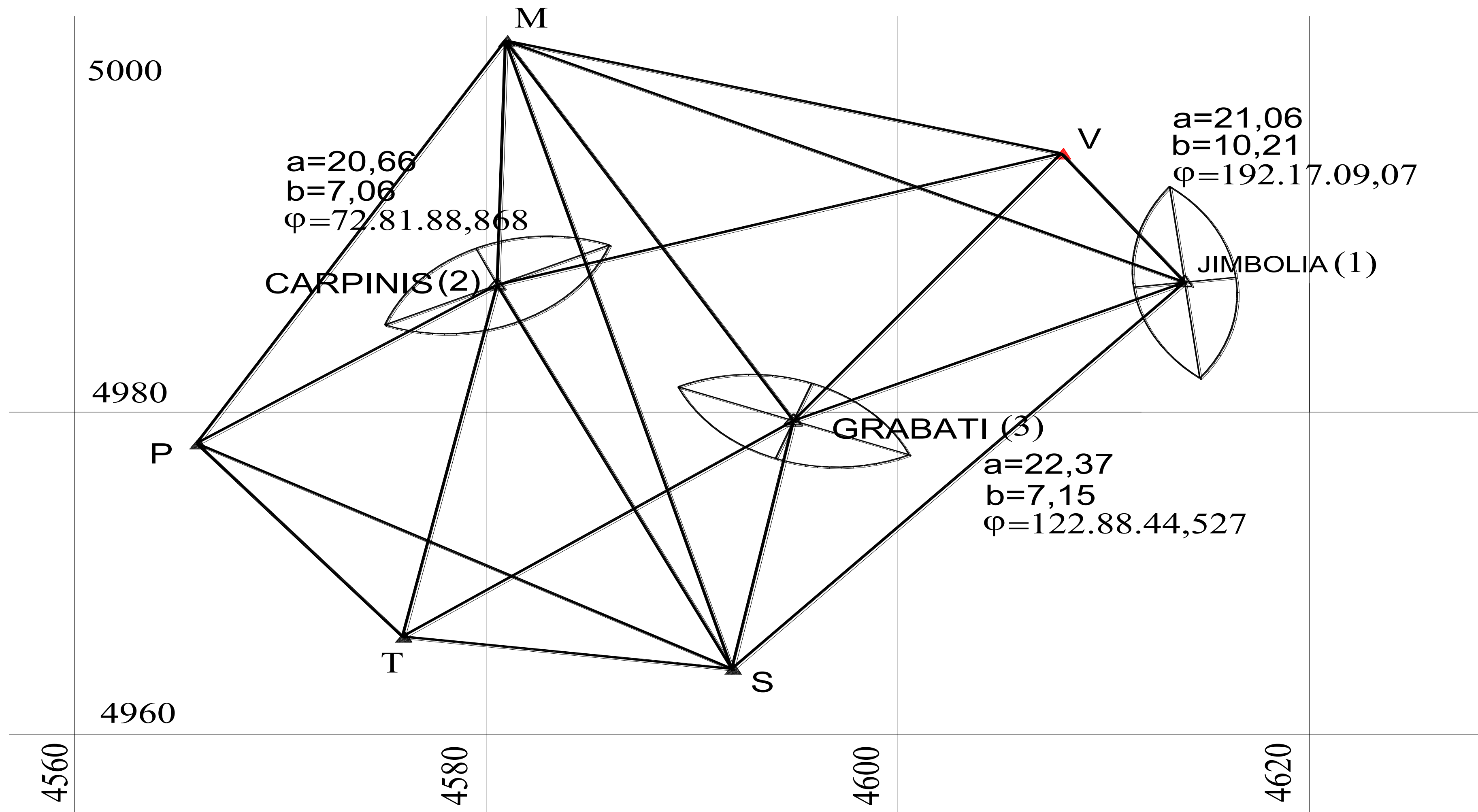
$a = m_0 \sqrt{Q_{\max}}$ (semiaxa mare) $b = m_0 \sqrt{Q_{\min}}$ (semiaxa mică)

$$Q_{\max,\min} = \frac{Qxx + Qyy}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(Qxx - Qyy)^2 + 4Qxy^2}$$

Punctul 1	Punctul 2	Punctul 3
$\varphi = 192.17.09{,}073$	$\varphi = 72.81.88{,}868$	$\varphi = 122.88.44{,}527$
$Q_{\max} = 0{,}07020$	$Q_{\max} = 0{,}06762$	$Q_{\max} = 0{,}0792$
$Q_{\min} == 0{,}01649$	$Q_{\min} = 0{,}0079$	$Q_{\min} = 0{,}0081$
$a = 21{,}06159$	$a = 20{,}66779$	$a = 22{,}3708$
$b = 10{,}21070$	$b = 7{,}06532$	$b = 7{,}15435$

GRUP DE PUNCTE

sc: 1:200.000



MODEL DE CALCUL 2

8.2.6 COMPENSAREA UNEI REŢELE DE TRIANGULAŢIE PRIN INTERSECŢIE MULTIPLĂ ÎNAINTE

Tema aplicaţiei:

Se consideră reţeaua geodezică din figură în care se cunosc:

a) observaţiile unghiulare compensate în staţie, centrate şi reduse la planul de proiecţie Gauss – Krüger;
b) tabelul cu coordonatele Gauss – Krüger;
c) coordonatele provizorii ale punctului 2;
d) tabelul coeficienţilor *a* şi *b;*
e) orientările între punctele vechi.

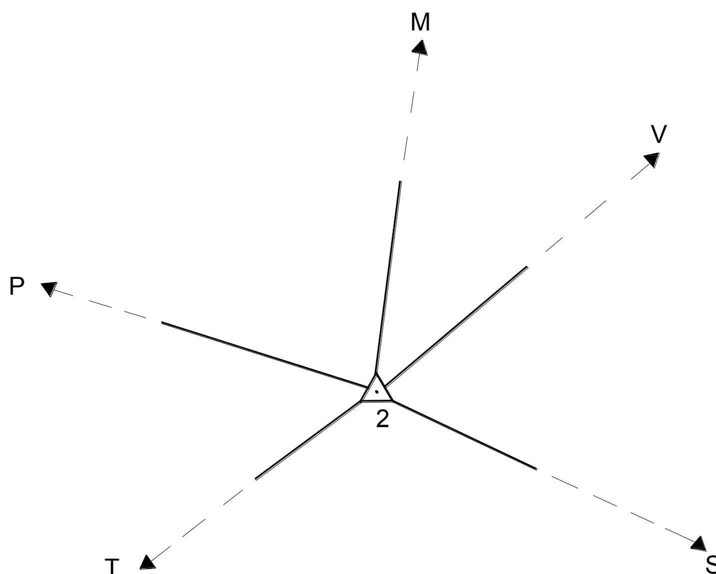


Figura 8.6 Schiţa reţelei de triangulaţie

Compensarea acestei reţele de triangulaţie prin intersecţie multiplă înainte constă în efectuarea de observaţii din punctele vechi ale reţelei, către un punct nou necunoscut. Punctul nou este nestaţionabil şi vizele nu sunt reciproce.

Se cere să se compenseze observaţiile efectuate folosind principiul celor mai mici pătrate.

Această compensare a reţelei de triangulaţie prin metoda intersecţiei multiple înainte, ajută la îndesirea acesteia printr-un punct greu staţionabil (2).

Date iniţiale:

Direcţii măsurate centrate şi reduse la planul de proiecţie

Staţie	**Punct vizat**	**Direcţie**
P	S	0.00.09,26
	T	19.84.01,52
	M	303.28.86,04
	2	327.26.81,84
T	P	399.99.91,85
	2	54.78.38,32
	S	157.36.95,18
M	P	0.00.15,63
	V	277.71.10,21
	S	347.35.67,83
	2	370.58.92,79
V	**2**	251.90.78,96
	M	284.13.48,93
2	M	399.99.93,40
	V	74.89.59,84
	S	164.90.64,61
	T	200.74.77,31
	P	253.39.24,81
S	T	239.16.80,43
	P	261.95.90,17
	2	300.74.06,17
	M	312.62.17,95

Coordonatele punctelor vechi

Punct	**X** [m]	**Y** [m]
V	4.996.352,331	4.608.320,924
M	5.002.636,532	4.581.907,641
S	4.963.504,198	4.591.605,820
T	4.966.049,659	4.577.154,173
P	4.978.581,881	4.566.018,484

Valori provizorii pentru punctul nou

PUNCT	X^0[m]	Y^0[m]
2	4.988.483,941	4.580.174,18

1.Calculul coeficienţilor de direcţie *a* şi *b*

Pct.	X^0(m)	Y^0(m)	tgθ; ctgθ; θ	sin θ cos θ	D	a b	a/b=-tg θ b/a=-ctg θ
2	4.988.483,914	4.580.174,188	0.,122488285				
M	5.002.636,532	4.581.907,641	8,164408265	0,121574313 0,992582332	14.258,381	-0,5424 4,4289	-0,12248284 -8,16440832
Δ	14.152,618	1.733,453	**7.75.88,5490**				
2	4.988.483,914	4.580.174,188	3,577180357				
V	4.996.352,331	4.608.320,924	0,279549785	0,963076515 0,269227832	29.225,856	-2,0965 0,5860	-3,57718036 -0,27954978
Δ	7.868,414	28.146,736	**82.64.63,071**				
2	4.988.483,914	4.580.174,188	0,134616237				
T	4.966.049,659	4.577.154,173	7,428524362	-0,13341284 -0,99106054	22.636,613	0,3749 -2,7854	-0,13461623 -7,42852438
Δ	-22.434,255	-3.020,015	**208.51.87,247**				
2	4.988.483,914	4.580.174,188	1,429575523				
P	4.978.581,881	4.566.018,484	0,699508339	-0,81942114 -0,57319192	17.275,248	3,0177 -2,1109	-1,42957552 -0,69950833
Δ	-9.902,033	-14.155,704	**261.14.09,892**				
2	4.988.483,914	4.580.174,188	-0,457636588				
S	4.963.504,198	4.591.605,820	-2,18513997	0,416131073 -0,90930464	24.471,229	-0,9637 -2,1059	0,457636588 2,18513997
Δ	-24.979,716	11.431,632	**172.67.71,491**				

$$a_{ij} = -63{,}6620\,\frac{\left(\Delta y^0{}_{ij}\right)_{km}}{\left(D^0{}_{km}\right)^2} \qquad b_{ij} = 63{,}6620\,\frac{\left(\Delta x^0{}_{ij}\right)_{km}}{\left(D^0{}_{ikm}\right)^2}$$

În această situaţie, corecţiile *dx* şi *dy* rezultate din compensare vor fi exprimate în decimetri.

2.Calculul orientărilor şi distanţelor între punctele vechi

Pct	Coordonate		tgθ ;θ	sin θ cos θ	*D[m]*
	X[m]	**Y**[m]			
M	5.002.636,532	4.581.907,641	0,660544066	-0,551158391	28.828,658
P	4.978.581,881	4.566.018,484	**237.16.27,998**	-0,834400648	
Δ	-24.054,651	-15.889,157			
V	4.996.352,331	4.608.320,924	-4,203125107	-0,972845006	27.150,556
M	5.002.636,532	4.581.907,641	**314.86.98,873**	0,231457542	
Δ	6.284,201	-26.413,283			
P	4.978.581,881	4.566.018,484	-0,888564613	0,664228415	16.764,848
T	4.966.049,659	4.577.154,173	**153.75.20,459**	-0,747529673	
Δ	-12.532,222	11.135,689			
T	4.966.049,659	4.577.154,173	-5,677418354	0,984839834	14.674,108
S	4.963.504,198	4.591.605,820	**111.09.93,453**	-0,173466137	
Δ	-2.545,461	14.451,647			
S	4.963.504,198	4.591.605,820	-0,247830323	-0,240553033	40.316,178
M	5.002.636,532	4.581.907,641	**384.53.42,410**	0,970635996	
Δ	39.132,334	-9.698,179			
P	4.978.581,881	4.566.018,484	-1,697033689	0,861546835	29.699,297
S	4.963.504,198	4.591.605,820	**133.89.92,213**	-0,507678098	
Δ	-15.077,683	25.587,336			

3. Calculul orientărilor spre punctul nou 2

Pct	Coordonate		tgθ =ΔY/ΔX θ =arctg ΔY/ΔX	sinθ cosθ	D [m]
	X[m]	**Y**[m]			
P	4.978.581,881	4.566.018,484	1,429575523	0,81942114	17.275,248
2	4.988.483,914	4.580.174,188	61.14.09,892	0,57319192	
Δ	9.902,033	14.155,704			
M	5.002.636,532	4.581.907,641	0,12248285	-0,12157431	14.258,381
2	4.988.483,914	4.580.174,188	207.75.88,549	-0,99258233	
Δ	-14.152,618	-1.735,453			
V	4.996.352,331	4.608.320,924	3,577180357	-0,96307651	29.225,856
2	4.988.483,914	4.580.174,188	282.64.63,071	-0,26922783	
Δ	-7.868,414	-28.146,736			
S	4.963.504,198	4.591.605,820	-0,457636588	-0,41613107	27.471,229
2	4.988.483,914	4.580.174,188	372.67.71,491	0,90930464	
Δ	24.979,516	-11.431,632			
T	4.966.049,659	4.577.154,173	0,134616237	0,13341284	22.636,613
2	4.988.483,914	4.580.174,188	8.51.87,247	0,99106054	
Δ	22.434,255	3.020,015			

4.Calculul orientărilor definitive şi controlul compensării

PS	PV	Dir. centrate şi reduse la pl. de proiecţie: α^0	**Orientări din coordonate:** θ^0	**Unghiul de orientare în staţie:** $z = \theta^0 - \alpha^0$	**Punctul 2**	
					dx	***dy***
V	2	251.90.78,96	282.64.63,071	30.73.84,111	2,0965	-0,5860
	M	284.13.48,93	314.866.98,873	30.73.49,943		
	∑			z_m=30.73.67,027		
P	S	0.00.09,26	133.89.92,213	133.89.82,953		
	T	19.84.01,52	153.75.20,459	133.91.18,939		
	M	303.28.86,04	37.16.27,998	133.87.41,958		
	2	327.26.81,84	61.16.09,892	133.87.28,052	-3,0177	2,1109
	∑			133.88.92,976		
M	P	0.00.15,63	237.16.27,998	237.16.12,368		
	V	277.71.10,21	114.86.98,873	237.15.88,663		
	S	347.35.67,83	184.53.42,41	237.17.74,58		
	2	370.58.92,79	207.75.88,549	237.16.95,759	0,5424	-4,4289
	∑			237.16.67,843		
T	P	399.99.91,85	353.75.20,459	353.75.28,609		
	2	54.78.38,32	8.51.87,247	353.73.48,927	-0,3749	2,7854
	S	157.36.95,18	111.09.93,435	353.72.98,255		
	∑			353.73.91,93		
S	T	239.16.80,43	311.09.93,435	71.93.13,005		
	P	261.95.90,17	333.89.92,213	71.94.02,043		
	2	300.74.06,17	372.67.71,491	71.93.65,321	0,9637	2,1059
	M	312.60.17,95	384.53.42,41	71.93.40,615		
	∑			71.93.55,246		

(continuare calcul orientări definitive)

Termen liber: $l_{ij}^{cc} = z - z_m$	**Pondere:** p_{ij}	v_{ij}^{cc}	$-dz^{cc}$	**Direcţii compuse:** $\alpha_{ij} = \alpha_{ij}^{0} + v_{ij}$	**Controlul compensării:**	
					$\theta_{ij} = \alpha_{ij} + z_i$	θ_{ij} **din coord.**
17,084	1	-35,283	52,367	251.90.43,677	282.63.58,3	282.63.58,30
-17,084	1	35,283		284.13.84,213	314.86.98,873	314.86.98,873
Σ = 0	2	0				
89,977	1	49,035	-40,942	0.00.58,295	133.89.92,213	133.89.92,213
225,963	1	185,021		19.85.86,541	153.75.20,459	153.75.20,459
-151,018	1	-191,96		303.26.94,08	37.16.27,998	37.16.27,998
-164,924	1	-42,096		327.26.39,744	61.15.73,7	61.15.73,7
Σ = -0,002	4	0				
-55,475	1	-37,721	17,754	399.99.77,909	273.16.27,988	273.16.27,988
-79,18	1	-61,426		277.70.48,784	14.86.98,873	14.86.98,873
106,737	1	124,491		347.36.92,321	184.53.42,41	184.53.42,41
27,916	1	-25,348		370.58.67,442	207.75.17,5	207.75.17,5
Σ = -0,002	4	-0,004				
136,679	1	121,261	-15,418	0.01.13,111	353.75.20,459	353.75.20,459
-43,003	1	-12,166		54.78.26,154	8.52.33,5	8.52.33,5
-93,675	1	-109,093		157.35.86,087	111.09.93,435	111.09.93,435
Σ = 0,001	3	-0,002				
-42,241	1	-36,303	5,938	239.16.44,127	311.09.93,435	311.09.93,435
46,797	1	52,735		261.96.42,905	333.89.92,213	333.89.92,213
10,075	1	-7,739		300.73.98,431	372.67.47,7	372.67.47,7
-14,631	1	-8,693		312.60.09,257	384.53.42,41	384.53.42,41
Σ = 0	4	0				

5.Transformarea ecuaţiilor pe baza regulilor Schreiber

Dir.	$p = \frac{s-1}{s}$	2		Termen liber	Sumă
		dx	*dy*		
V-2	0,5	2,0965	-0,5860	34,168	35,6785
P-2	0,75	-3,0177	2,1109	-219,8986	-220,8054
M-2	0,75	0,5424	-4,4289	37,2213	33,3348
T-2	0,66	-0,3749	2,7854	-64,5045	-62,094
S-2	0,75	0,9637	2,1059	13,4333	16,5029
Σ		0,21	1,9873	-199,5805	-197,3832 -197,3832

s = număr vize

Scrierea ecuaţiilor de corecţie

Staţia P

P-S: $v_{PS} = -dz_P + l_{PS}$
P-T: $v_{PT} = -dz_P + l_{PT}$
P-M: $v_{PM} = -dz_P + l_{PM}$
P-2: $v_{P2} = -dz_P + a_{P2}\, dx_2 + b_{P2}\, dy_2 + l_{P2}$

Staţia T

T-P: $v_{TP} = -dz_T + l_{TP}$
T-2: $v_{T2} = -dz_T + a_{T2}\, dx_2 + b_{T2}\, dy_2 + l_{T2}$
T-S: $v_{TS} = -dz_T + l_{TS}$

Staţia M

M-P: $v_{MP} = -dz_M + l_{MP}$
M-V: $v_{MV} = -dz_M + l_{MV}$
M-S: $v_{MS} = -dz_M + l_{TS}$
M-2: $v_{M2} = -dz_M + a_{M2}\, dx_2 + b_{M2}\, dy_2 + l_{M2}$

Staţia V

V-2: $v_{V2} = -dz_V + a_{V2}\, dx_2 + b_{V2}\, dy_2 + l_{V2}$
V-M: $v_{VM} = -dz_V + l_{VM}$

Staţia S

S-T: $v_{ST} = -dz_S + l_{ST}$
S-P: $v_{SP} = -dz_S + l_{SP}$
S-2: $v_{S2} = -dz_S + a_{S2}\,dx_2 + b_{S2}\,dy_2 + l_{S2}$
S-M: $v_{SM} = -dz_S + l_{SM}$

6. Întocmirea tabelului coeficienţilor ecuaţiilor normale

[aa]	[ab]	[al]	[aS]	Control
14,8653	-9,0156	792,5384	798,3881	799,3881
	36,6077	-800,4374	-772,8453	-772,8453
	[bb]	[bl]	[bS]	Control

Scrierea sistemului normal
$14{,}8653\,dx_2 - 9{,}0156\,dy_2 + 792{,}5384 = 0$
$-9{,}0156\,dx_2 + 36{,}6077\,dy_2 - 800{,}4374 = 0$

7.Rezolvarea sistemului normal şi obţinerea coeficienţilor de pondere

dx_2	dy_2	l	S	C	Q_{xx}	Q_{yy}	S[1]	C[1]
14,8653	-9,0156	792,5384	798,3881		-1	0	797,3881	-
-1	0,6065	-53,3146	-53,7081	-53,7081	0,0672	0	-53,6409	-53,6409
$dx_2 =$ - 47,0867	36,6077	-800,4374	-772,8453		0	-1	-773,8453	-
	31,1397	319,7628	-288,6229	-288,6231	-0,6065	-1	-290,2294	-290,2296
	-1	10,2686	9,2686	9,2686	0,0195	0,0321	9,3202	9,3202
	$dy_2 =$ +10,2686							

Control: $[S - Q - l]\ X = -[l]$
7,88 =7,89
Calculul coeficienţilor de pondere

$Q_{xx} = 0{,}079$
$Q_{yy} = 0{,}032$
$Q_{xy} = 0{,}019$

Calculul coordonatelor definitive ale punctului nou

$X_2 = X_2^0 + dx_2 =$ 4.988.483,914+(-4,708) = 4.988.479,206 m
$Y_2 = Y_2^0 + dy_2 =$ 4.580.174,188+(1,026) = 4.580.175,214 m

Calculul necunoscutei de orientare a staţiei

$d_{zi} = \frac{a_{iP}}{s} \cdot dx_P + \frac{b_{iP}}{s} \cdot dy_P$

i - punct de staţie,
P - punct nou,
s - numărul de vize din staţie.

Calculul corecţiilor v_{ij}

$v_{ij} = -d_{zi}+l_{ij}$ (pct. vechi - pct. vechi)

$v_{ij} = -d_{zi}+a_{ij}\, dx_I + b_{ij}\, dy_I + l_{ij}$ (pct. vechi - pct. nou)

Calculul direcţiilor compensate

$\alpha_{ij} = \alpha_{ij}^0 + v_{ij}^0$

8.Controlul compensării

Pct.	Coordonate definitive		tgθ = ΔY/ΔX θ = arctg ΔY/ΔX
	X (m)	Y (m)	
V	4.996.352,331	4.608.320,924	282.63.58,2
2	4.988.479,206	4.580.175,214	
Δ	-7.873,125	-28.145,71	
P	4.978.581,881	4.566.018,484	61.15.73,7
2	4.988.479,206	4.580.175,214	
Δ	9.897,325	14.156,73	
M	5.002.636,532	4.581.907,641	207.75.17,5
2	4.988.479,206	4.580.175,214	
Δ	-14.157,326	-1.732,427	
T	4.966.049,659	4.577.154,173	8.52.33,5
2	4.988.479,206	4.580.175,214	
Δ	22.429,547	3.021,041	
S	4.963.504,198	4.591.605,820	372.67.47,7
2	4.988.479,206	4.580.175,214	
Δ	24.975,008	-11.430,606	

$\theta_{ij} = \alpha_{ij} + z_m + dz_i$

$\theta_{ij} = \theta_{ij}$ din coordonate

9.Calculul de evaluare a preciziei

a). Eroarea medie pătratică a unei singure măsurători:

$$m_0 = \pm \sqrt{\frac{pvv}{n-h}} = \pm\ 104{,}113$$

b). Eroarea medie pătratică a necunoscutelor:

$$m_x = \pm\ m_0 \sqrt{Qxx_1} = \pm\ 29{,}263$$

$$m_y = \pm\ m_0 \sqrt{Qyy_1} = \pm\ 18{,}624$$

Erori totale:

$$m_t = \pm \sqrt{m_x{}^2 + m_y{}^2} = \pm\ 34{,}687$$

c) Calculul elipsei erorilor

$$\varphi = 2 \text{ arctg } \frac{2Q_{xy}}{Q_{xx} - Q_{yy}}$$

$$a = m_0 \sqrt{Q_{\max}} \qquad b = m_0 \sqrt{Q_{\min}}$$

$$Q_{\max,\min} = \frac{Q_{xx} + Q_{yy}}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(Q_{xx} - Q_{yy})^2 + 4Q_{xy}{}^2}$$

<u>Pentru punctul 2</u>

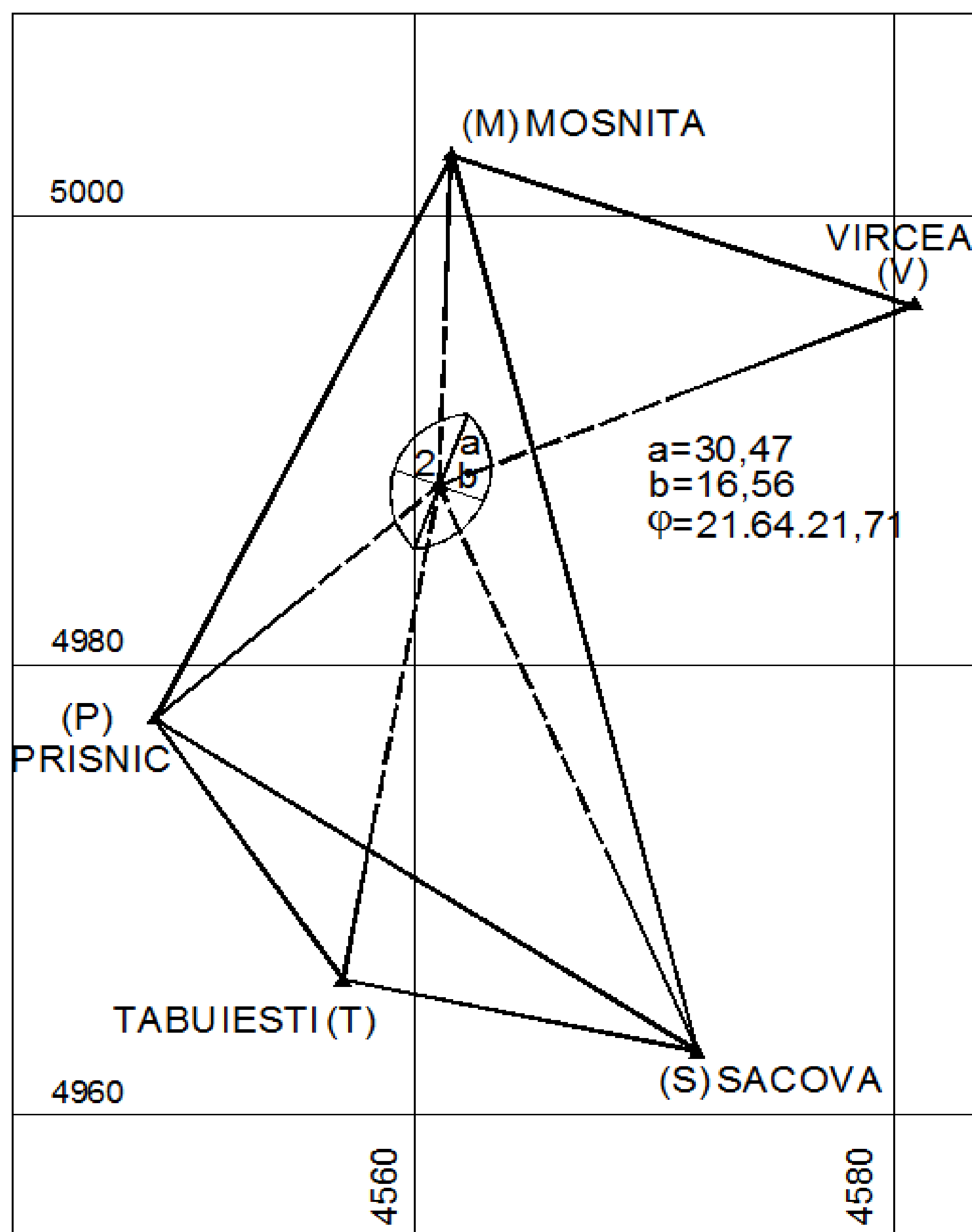
φ = 21.64.21,71

$Q_{\max}$ = 0,0857 $\qquad$ a = 30,479 ; b = 16,560

$Q_{\min}$ = 0,0253

GRUP DE PUNCTE

sc. 1:200 000



8.3 PRELUCRAREA MĂSURĂTORILOR GEODEZICE PRIN METODA OBSERVAŢIILOR CONDIŢIONATE

Comparativ cu metoda observaţiilor indirecte, metoda observaţiilor condiţionate a cunoscut o aplicabilitate mai restrânsă în ultimele decenii. Cauza este generată în mod deosebit de faptul că metoda observaţiilor indirecte se pretează mult mai complet şi mai comod la calculul automat.

8.3.1 Modelul funcţional

Măsurătorile geodezice $M_i^0 (i = 1,2,...,n)$ definite prin vectorul $M^{0^T} = \left\| M_1^0, M_2^0, ..., M_n^0 \right\|$ într-o reţea geodezică, corectate cu corecţiile $v_i (i = 1,2,...,n)$ corespondente, trebuie să satisfacă un număr oarecare r de condiţii ($r < n$) de natură geometrică:

$$\varphi(M^0 + v) = 0 \qquad 8.66$$

Ecuaţiile (8.66) constituie ***modelul funcţional sub formă neliniară la prelucrarea măsurătorilor geodezice prin metoda observaţiilor condiţionate***. Prin dezvoltarea în serie a acestor relaţii şi renunţarea la termenii de ordin doi şi superiori, se obţine ***forma liniară a modelului funcţional în metoda observaţiilor condiţionate:***

$$Av + w = 0 \qquad 8.67$$

unde:

$$A = \left(\frac{\partial \varphi(M)}{\partial M} \right)_0 \qquad 8.68$$

$$w = \varphi(M^0) \qquad 8.69$$

Se face notaţia:

$$A = \begin{Vmatrix} a_1 & a_2 & ... & a_n \\ b_1 & b_2 & ... & b_n \\ ... & ... & ... & ... \\ r_1 & r_2 & ... & r_n \end{Vmatrix} \qquad 8.70$$

Forma uzuală a modelului funcţional liniarizat la prelucrarea măsurătorilor geodezice prin metoda observaţiilor condiţionate este:

$$
\begin{array}{ccccc}
a_1v_1 + & a_2v_2 + & \ldots + & a_nv_n + & w_1 = 0 \\
b_1v_1 + & b_2v_2 + & \ldots + & b_nv_n + & w_2 = 0 \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
r_1v_1 + & r_2v_2 + & \ldots + & r_nv_n + & w_r = 0
\end{array} \qquad 8.71
$$

Observaţii:

a) Prelucrarea riguroasă a măsurătorilor geodezice trebuie să se raporteze la un sistem de referinţă unitar. De aceea, înainte de a fi prelucrate, măsurătorile geodezice sunt reduse la sistemul de referinţă acceptat (planul de proiecţie, elipsoidul de referinţă, un sistem de referinţă tridimensional, etc.).

b) Orice compensare geodezică este dirijată prin modelul funcţional stochastic.

În funcţie de atenţia cu care s-a alcătuit acest model se vor obţine rezultate mai mult sau mai puţin apropiate de realitate.

Astfel:

- modelul funcţional poate fi denaturat de existenţa unor erori sistematice importante, neeliminate înainte de compensare.
- neglijarea unor corelaţii, ceea ce înseamnă un model stochastic incomplet, poate pune sub semn de întrebare unele precauţii de mare fineţe avute în vedere la formarea modelului funcţional.

Din aceasta rezultă că este necesar un echilibru adecvat între cele două laturi ale modelului folosit. În reţelele geodezice de ordin superior trebuie avute în vedere toate amănuntele posibile din acest punct de vedere, urmând ca pentru reţelele de ordin inferior să se accepte anumite concesii, atât de natură funcţională, cât şi de natură stochastică.

c) Orice schimbare în modelul funcţional-stochastic modifică rezultatul compensării.

d) Modelul funcţional - stochastic acceptat iniţial poate fi îmbunătăţit pe baza unor rezultate obţinute (eventual, compensări parţiale sau chiar o compensare globală preliminară).

În acest sens se menţionează: analiza ponderilor grupelor de măsurători, examinarea semnificaţiei statistice a unor necunoscute folosite, etc.. O compensare modernă a unei reţele geodezice apare astfel ca o succesiune de compensări parţiale, continuu îmbunătăţite.

8.3.2 Determinarea elementelor compensate

Rezolvarea problemei, necesită introducerea ***corelatelor k***, denumite şi ***multiplicatori Lagrange***, pentru deducerea corecţiilor *v*:

$$v = Q_M A^T k \qquad 8.72$$

Din (8.67) şi (8.72) rezultă sistemul ecuaţiilor normale:

$$AQ_M A^T k + w = 0 \qquad 8.73$$

din care se calculează corelatele ***k***:

$$k = -N_0^{-1} w \qquad 8.74$$

unde:

$$N_0 = AQ_M A^T \qquad 8.75$$

În cazul observaţiilor geodezice independente, ecuaţiile (8.72) au forma:

$$v_i = \frac{1}{p_i}\left(a_i k_a + b_i k_b + ... + r_i k_r\right) \qquad 8.76$$
$$i = 1, 2, ..., n$$

iar sistemul ecuaţiilor normale este:

$$\begin{matrix} \left[\frac{aa}{p}\right]k_a + & \left[\frac{ab}{p}\right]k_b + ... + & \left[\frac{ar}{p}\right]k_r + w_a = 0 \\ \left[\frac{ab}{p}\right]k_a + & \left[\frac{bb}{p}\right]k_b + ... + & \left[\frac{br}{p}\right]k_r + w_b = 0 \\ ... & ... & ... \\ \left[\frac{ar}{p}\right]k_a + & \left[\frac{br}{p}\right]k_b + ... + & \left[\frac{rr}{p}\right]k_r + w_r = 0 \end{matrix} \qquad 8.77$$

Control:

La deducerea corelatelor ***k*** se foloseşte următoarea relaţie de control:

$$v^T P v = -w^T k \qquad 8.78$$

al cărui echivalent în cazul observaţiilor indirecte este:

$$[pvv] = -[kw] \qquad 8.79$$

8.3.3 Evaluarea preciziei după prelucrare

● ***Abaterea standard (empirică) a unităţii de pondere***, denumită în mod uzual în geodezie eroarea medie a unităţii de pondere este:

$$s_o = \sqrt{\frac{v^T P v}{r}} \qquad 8.80$$

Numărul total al ecuaţiilor de condiţie, necesar şi suficient, pentru prelucrarea măsurătorilor geodezice în reţeaua considerată se determină cu:

$$r = n - u \qquad 8.81$$

● ***Abaterea standard a unei funcţii oarecare de mărimi compensate***, dintr-un şir de funcţii considerate:

$$f = F\left(M^0 + v\right)$$
$$f^T = \left\| F_1, F_2, \ldots, F_t \right\| \qquad 8.82$$

se determină cu formula:

$$s_{F_k} = s^0 \sqrt{Q_{F_k F_k}} \qquad 8.83$$

Pentru calculul coeficientului de pondere $Q_{F_k F_k}$ se pot folosi mai multe posibilităţi:

- ***determinarea directă***, prin utilizarea unei relaţii prin care se determină matricea cofactorilor

$$Q_f = F Q_M F^T - F Q_M A^T N_0^{-1} A Q_M F \qquad 8.84$$

Coeficientul de pondere căutat se află pe diagonala matricei Q_f în poziţia corespondentă funcţiei F_k;

- ***utilizarea algoritmului Gauss***; la operaţiunea de rezolvare a sistemului de ecuaţii normale se ataşează un număr suplimentar de coloane ai căror coeficienţi sunt calculaţi cu relaţiile:

$$A Q_M F^T; \qquad F Q_M F^T \qquad 8.85$$

Rezolvarea concomitentă a sistemului de ecuaţii normale (coloana termenilor liberi ***w***) şi a coloanelor noi adăugate conduce la determinarea corelatelor ***k*** şi a coeficienţilor de

pondere căutaţi, care vor fi reprezentaţi de ***algoritmii Gauss*** corespunzători, de ordinul ***r*** (***r*** fiind numărul ecuaţiilor normale):

$$\left[FQ_M F^T \cdot r\right] \tag{8.86}$$

Această ultimă metodă este mai eficientă la calculul manual, dar este mai greu de programat decât metoda precedentă, mai ales dacă la rezolvarea sistemului normal nu se foloseşte metoda eliminărilor succesive.
Prin ***particularizare,*** dacă:

$$F = E$$

adică:

$$f = M_o + v \tag{8.87}$$

matricea cofactorilor (8.84) devine Q_{M+v}, putându-se determina astfel precizia măsurătorilor compensate.

● ***Abaterea standard a unei observaţii*** M_i^0 este determinată cu formula:

$$s_0 = \sqrt{\frac{[pvv]}{n-u}}, \quad (n-u=r)$$

● ***În cazul observaţiilor geodezice independente*** se notează relaţiile corespondente, obţinute prin particularizarea formulelor prezentate:
- *abaterea standard (empirică) a unităţii de pondere:*

$$s_0 = \sqrt{\frac{[pvv]}{r}} \tag{8.88}$$

- ***abaterea standard a unei funcţii de mărimi compensate***, exprimată sub formă liniară:

$$F = f_0 + f_1\left(M_1^0 + v_1\right) + ... + f_n\left(M_n^0 + v_n\right)$$

este:

$$s_F = s_0\sqrt{Q_{FF}} \tag{8.89}$$

Coeficientul de pondere corespunzător:

$$Q_{FF} = \left[\frac{ff}{p}\right] - \frac{\left[\frac{af}{p}\right]^2}{\left[\frac{aa}{p}\right]} - \frac{\left[\frac{bf}{p}\cdot 1\right]^2}{\left[\frac{bb}{p}\cdot 1\right]} - \ldots \qquad 8.90$$

se poate calcula prin utilizarea algoritmului ***Gauss,*** după metoda expusă mai înainte;

- ***abaterea standard a unei măsurători*** M_o^i este determinată cu formula $s_i = \frac{s_0}{\sqrt{p_i}}$;

- ***abaterea standard a unei măsurători compensate*** M_k este un caz particular al situaţiei descrise mai sus.

MODEL DE CALCUL 4

8.3.4 PRELUCRAREA MĂSURĂTORILOR ÎN REŢELELE DE NIVELMENT GEOMETRIC PRIN METODA OBSERVAŢIILOR CONDIŢIONATE

Această metodă aplicată la reţelele de nivelment este cunoscută şi sub denumirea de *metoda poligoanelor* deoarece formarea ecuaţiilor de condiţie se face în funcţie de poligoanele *reale şi fictive* existente în reţea. Dacă ***F*** reprezintă numărul punctelor vechi, numărul poligoanelor fictive va fi $F-1$. Numărul ***r*** total al ecuaţiilor de condiţie va fi egal cu numărul poligoanelor reale plus numărul poligoanelor fictive. În comparaţie cu metoda observaţiilor indirecte, metoda observaţiilor condiţionate este avantajoasă, în cazul de faţă, atunci când:

$$r < u$$

unde: u = numărul punctelor noi în reţea,

Comparativ cu metoda observaţiilor indirecte, metoda observaţiilor condiţionate cunoaşte o aplicabilitate mai restrânsă. Cauza este generată în mod deosebit de faptul că metoda observaţiilor indirecte se pretează mult mai complet şi mai comod la programarea pe calculatorul electronic.
Această metodă oferă soluţii cu mai multă rapiditate în comparaţie cu metoda observaţiilor indirecte.
În cazul general al măsurătorilor condiţionate presupunem că avem ***n*** determinări: X_1, X_2, X_n. În teren s-au efectuat practic măsurători directe rezultând valorile $l_1, l_2, ..., l_n$. Mărimile X_i unde $i = 1 \div n$ reprezintă valorile cele mai probabile ale măsurătorilor şi se presupune că acestea trebuie să satisfacă un număr ***"r"*** de relaţii de condiţie.
Ecuaţiile de condiţie vor fi de forma:

$$\begin{gathered} f_1(X_1, X_2, ..., X_n) = 0 \\ f_2(X_1, X_2, ..., X_n) = 0 \\ \vdots \\ f_r(X_1, ..., X_n) = 0 \end{gathered} \qquad 8.91$$

Înseamnă că în teren avem ***"r"*** măsurători suplimentare sau ***r*** grade de libertate.
Mărimile măsurate direct "l_i" fiind afectate de erori nu vor satisface condiţiile de tip 8.1

$$\Rightarrow f_i(l_1, l_2, ...l_n) \neq 0 \text{ sau } f_i(l_1, l_2, ...l_n) = w_i$$

w_i = discordanţă sau neînchidere şi va fi termen liber în ecuaţiile liniare $(i = 1 \div r)$ 8.2 ale viitorului sistem.
Problema care se pune este de a determina nişte corecţii $v_1, v_2, ..., v_n$ a.î. să dispară neînchiderile $''w''$ şi să fie satisfăcut sistemul de funcţii.
Deci:

$$X_i = l_i + v_i \tag{8.92}$$

unde: X_i reprezintă valoarea cea mai probabilă;
l_i este valoarea măsurată;
v_i corecţia.

Funcţiile din sistemul 8.1 pot fi liniare sau nu. În contextul studiului de caz acestea nu sunt liniare, putându-se liniariza prin dezvoltare în serie Taylor cu reţinerea termenilor de ordinul I (deoarece corecţiile „ v_i ” sunt suficient de mici ca să permită acest lucru).
După dezvoltarea în serie Taylor rezultă forma generală a sistemului liniar al ecuaţiilor de condiţie a corecţiilor:

$$\begin{aligned} a_1 v_1 + a_2 v_2 + ... + a_n v_n + w_1 &= 0 \\ b_1 v_1 + b_2 v_2 + ... + b_n v_n + w_2 &= 0 \\ \\ r_1 v_1 + r_2 v_2 + ... + r_n v_n + w_r &= 0 \end{aligned} \tag{8.93}$$

8.3.4.1 Forma ecuaţiilor de condiţie

În studiul făcut ecuaţiile de condiţie pentru poligoanele reale, de tipul poligonului I, din fig. 8.8 sunt de forma următoare:

$$\left(\Delta h_{13}{}^0 + v_{13}\right) - \left(\Delta h_{23}{}^0 + v_{23}\right) - \left(\Delta h_{12}{}^0 + v_{12}\right) = 0 \tag{8.94}$$

din care se obţine imediat forma liniarizată:

$$v_{13} - v_{23} - v_{12} + \omega_1 = 0; \quad \omega_1 = \Delta h_{13}{}^0 - \Delta h_{23}{}^0 - \Delta h_{12}{}^0 \tag{8.95}$$

Este indicat ca la scrierea ecuaţiilor de condiţie să se păstreze un anumit sens (de exemplu sensul orar) în toate poligoanele.
Pentru poligoanele fictive, de tipul poligonului IV (fig. 8.2), ecuaţia de condiţie este de forma:

$$H_A + \left(\Delta h_{A4}{}^0 + v_{A4}\right) + \left(\Delta h_{4B}{}^0 + v_{4B}\right) = H_B \qquad 8.96$$

astfel încât:

$$v_{A4} + v_{4B} + \omega_4 = 0\,; \qquad \omega_4 = \left(H_A + \Delta h_{A4}{}^0 + \Delta h_{4B}{}^0\right) - H_B \qquad 8.97$$

Prin urmare ecuaţiile liniarizate de condiţie pentru figura 8.2 vor fi:

Poligonul I $\quad v_{13} - v_{23} - v_{12} + \omega_I = 0;$

Poligonul II $\quad v_{A1} + v_{12} + v_{24} - v_{A4} + \omega_{II} = 0;$

Poligonul III $\quad v_{23} + v_{3B} - v_{4B} - v_{24} + \omega_{III} = 0;$

Poligonul IV $\quad v_{A4} + v_{4B} + \omega_{IV} = 0.$

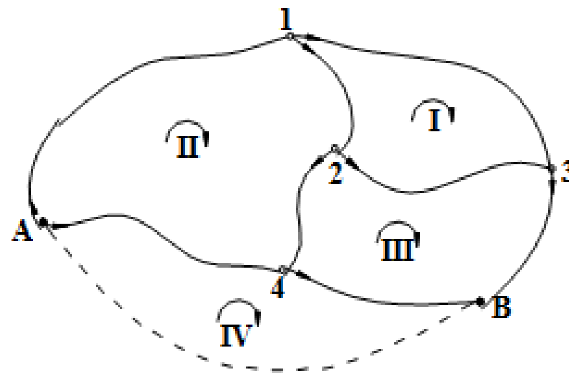


Figura 8.8 Reţea de nivelment geometric

8.3.4.2 Sistemul ecuaţiilor normale

Se observă în sistemul 8.4 că avem ***r*** ecuaţii şi ***n*** necunoscute $\Rightarrow$ sistemul este nedeterminat. Gradul de nedeterminare = $n - r$.Pentru rezolvarea problemei se apelează la metoda *celor mai mici pătrate.* În cazul măsurătorilor ponderate se pune condiţia :

$$[pvv] \rightarrow minim \qquad 8.98$$

Deoarece corecţiile ***v*** trebuie să satisfacă pe de o parte relaţiile de minim 8.9 şi pe de altă parte sistemul liniar $\Rightarrow$ că avem de-a face cu o problemă de "minim condiţionat" care se rezolvă prin metoda multiplicatorilor Lagrange sau (corelatelor Gauss).

Funcţia Lagrange se prezintă sub forma:

$$\Phi(v_1, v_2, \ldots\ldots\ldots v_n, k_1, k_2, \ldots\ldots\ldots k_r) = p_1 v^2{}_1 + p_2 v^2{}_2 + \cdots\cdots\cdots + p_n v^2{}_n -$$

$$\begin{aligned} &- 2k_1(a_1 v_1 + a_2 v_2 + \cdots\cdots\cdots + a_n v_n + w_1) - \\ &- 2k_2(b_1 v_1 + b_2 v_2 + \cdots\cdots\cdots + b_n v_n + w_2) - \\ &- \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &- 2k_r(r_1 v_1 + r_2 v_2 + \cdots\cdots\cdots + r_n v_n + w_r) \end{aligned} \qquad 8.99$$

Punctele de extrem ale funcţiei printre care se găsesc şi cele de minim, se obţin anulând derivatele parţiale de ordinul I în raport cu cele 2 necunoscute ***v* , *k***.
După rezolvarea calculelor $\Rightarrow$ sistemul normal al corelatelor în cazul ponderat:

$$\begin{aligned} &\left[\frac{aa}{p}\right]k_1 + \left[\frac{ab}{p}\right]k_2 + \cdots + \left[\frac{ar}{p}\right]k_r + w_1 = 0 \\ &\left[\frac{ab}{p}\right]k_1 + \left[\frac{bb}{p}\right]k_2 + \cdots + \left[\frac{br}{p}\right]k_r + w_2 = 0 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\left[\frac{ar}{p}\right]k_r + \left[\frac{br}{p}\right]k_r + \cdots + \left[\frac{rr}{p}\right]k_r + w_r = 0 \end{aligned} \qquad 8.100$$

În contextul studiului de caz sistemul ecuaţiilor normale este de forma 8.11, specific observaţiilor independente, ponderate. Prima ecuaţie va fi:

$$(L_{A1} + L_{12} + L_{A4})k_I - L_{12}k_{II} - L_{23}k_{III} + \omega_I = 0 \qquad 8.101$$

Se observă că sistemul de ecuaţii normale poate fi scris direct de pe schiţa reţelei, indiferent de configuraţia sa, fiecărui poligon (real şi fictiv) corespunzându-i o ecuaţie normală constituită din următorii termeni:
- coeficientul corelatei de pe diagonala principală, corespunzător poligonului pentru care se scrie ecuaţia, este egal cu lungimea perimetrului poligonului considerat (în km);

- în ecuaţie mai intervin doar corelatele corespunzătoare poligoanelor cu care poligonul este în legătură (inclusiv poligonul fictiv), coeficienţii respectivi fiind egali cu lungimile liniilor dintre poligoane (în km);
- termenul liber este egal cu neînchiderea în poligon.

Deoarece coeficientul de pe diagonala principală este cel puţin egal cu suma celorlalţi coeficienţi din ecuaţia considerată, sistemul ecuaţiilor normale se pretează la rezolvări prin procedee iterative.

În acest caz vor rezulta:

$$\begin{aligned}
&L_I k_I - L_{12}k_{II} - L_{23}k_{III} + \omega_I = 0;\\
&-L_{12}k_I + L_{II}k_{II} - L_{24}k_{III} - L_{A4}k_{IV} + \omega_{II} = 0;\\
&-L_{23}k_I - L_{24}k_{II} + L_{III}k_{III} - L_{4B}k_{IV} + \omega_{III} = 0;\\
&-L_{A4}k_{II} - L_{4B}k_{III} + L_{IV}k_{IV} + \omega_{IV} = 0;
\end{aligned} \qquad 8.102$$

8.3.4.3 Determinarea elementelor compensate şi evaluarea preciziei în cazul măsurătorilor condiţionate

Datele iniţiale sunt conţinute în tabelele 8.1, 8.2.

Sistemul ecuaţiilor normale este prezentat în tabelul 8.5, care conţine şi toate calculele pentru determinarea preciziei.

Soluţiile dx şi erorile individuale m_i sunt funcţie de modalitatea de alegere a punctului fix în reţea. Dacă se schimbă poziţia acestuia (figura 8.9) se obţin rezultatele finale din tabelul 8.6.

Corecţiile v şi eroarea μ sunt aceleaşi.

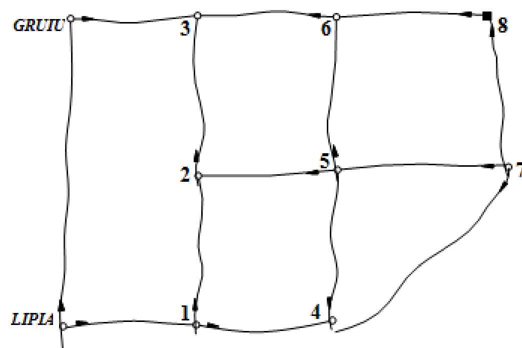


Figura 8.9 Modificarea poziţiei punctului fix în reţeaua de nivelment geometric

Eroarea medie a unităţii de pondere a fost calculată cu formula:

$$\mu = \pm\sqrt{\frac{[pvv]}{r}} \qquad 8.103$$

iar valoarea sa este exprimată în *mm/km*.

Din compararea relaţiilor 4.16 şi 8.14 rezultă o formulă foarte utilă în calculele de prelucrare:

$$r = n - u \qquad 8.104$$

prin care se poate deduce numărul total al ecuaţiilor de condiţie, necesar şi suficient, pentru prelucrarea măsurătorilor geodezice în reţeaua considerată.

Ecuaţiile de condiţie sunt prezentate în tabelul 8.3, în care au fost trecute şi funcţiile de pondere necesare determinării erorilor punctelor *5, 8* şi *G* din reţea.

Coeficienţii de pondere Q_{FF} se găsesc în tabelul 8.4 putându-se calcula prin determinare directă sau utilizând algoritmul Gauss. Această ultimă metodologie este mai eficientă la calculul manual, dar este mai greu de programat, decât metoda precedentă.

Corecţiile $\boldsymbol{v}$ sunt determinate cu relaţia:

$$v_i = \frac{1}{p_i}\left(a_i k_a + b_i k_b + \cdots + r_i k_r\right), \qquad i = 1,2,\cdots,n \qquad 8.105$$

şi sunt exprimate în tabelul 8.3, unde s-a realizat şi controlul specific metodei observaţiilor condiţionate cu formula:

$$[pvv] = -[kw] \qquad 8.106$$

Rezultatele finale ale compensării sunt prezentate în tabelele 8.5 şi 8.6 fiind identice cu cele care s-au obţinut la metoda observaţiilor indirecte.

Erorile medii ale punctelor noi sunt calculate cu formula:

$$m_F^{\,i} = \mu\sqrt{Q_{FF}}$$

iar valorile lor se găsesc în tabelul 8.4.

Diferenţele de nivel s-au calculat astfel:

$$\Delta h^0 = \Delta h + v\,,$$

valoarea lor este calculată în tabelul 8.5.

Tabelul 8.1
Scrierea ecuaţiilor de corecţie

Linia de nivelment	**Pondere a** $p=\frac{1}{L_{km}}$	**Numărul punctului** **Necunoscute calculate în prelucrare (dx)** [mm]									**L** [mm]	**Sumă**	**Corecţii v [mm]**
		0,4348	0,3931	0,3371	-0,0823	0,2733	0,2939	0,2804	0,2833	0,2658			
		1	2	3	4	5	6	7	8	G			
1-2	5,62	-1	+1								0	5,620	-0,0453
2-3	5,75		-1	+1							0	5,752	-0,0560
6-3	3,52			+1			-1				0	3,519	0,0432
5-6	5,90					-1	+1				0	5,898	0,0206
5-4	5,58				+1	-1					0	5,575	-0,3556
1-4	3,31	-1			+1						0,54	3,848	0,0193
5-2	3,34		+1			-1					-0,14	3,202	-0,0202
8-6	2,93						+1		-1		0	2,928	0,0106
7-8	3,66							-1	+1		0	3,657	0,0029
7-4	2,71				+1			-1			1,07	3,782	0,7073
7-5	3,08					+1		-1			-0,64	2,456	-0,6271
G-3	2,38			+1						-1	0	2,381	0,0713
L-1	0,68	+1									-0,72	0,947	-0,2816
L-G	0,64									+1	0	1,639	0,2658
Sumă		-1	+1	+3	+2	-1	+1	-3	0	0	+0,13	51,201 / 51,201	

Tabelul 8.2
Calculul diferenţelor de nivel

Linia de nivelment	**Diferenţe de nivel măsurate** Δh^0 [m]	**Corecţii v** [mm]	**Diferenţe denivel compensate** Δh [m]
1-2	0,64993	-0,05	0,64988
2-3	0,42385	-0,05	0,4238
6-3	0,72392	0,05	0,72397
5-6	0,78084	0,02	0,78086
5-4	0,50151	-0,35	0,50116
1-4	0,06999	0,02	0,07001
5-2	1,08105	-0,02	1,08103
8-6	0,78685	0,01	0,78686
7-8	4,08854	0	4,08854
7-4	4,59499	0,71	4,59570
7-5	4,09517	-0,63	4,09454
G-3	1,81247	0,07	1,81254
L-1	1,03352	-0,28	1,03324
L-G	0,29411	0,27	0,29438

$$\mu=\sqrt{\frac{[pvv]}{n-h}}=\sqrt{\frac{3,4231}{5}}=\pm 0,83\, mm/km$$

Tabelul 8.3
Scrierea ecuaţiilor de condiţie

Linia de nivelment	**Ponderea p**	**Ecuaţia de condiţie**					**Funcţii de pondere Q_{FF} pe altitudinile punctelor**			**Sumă**	**Corecţii v** [m]	**Diferenţe de nivel măsurate** [m]	**Diferenţe de nivel compensate** [m]
		Valoarea corelatelor *k* determinate în prelucrare											
		1 $k_I = 0{,}1781$	2 $k_{II} = -0{,}1459$	3 $k_{III} = -0{,}00727$	4 $k_{IV} = -0{,}0162$	5 $k_V = 1{,}8994$	5	8	G				
1-2	0,18	-1		+1			+1	+1		+2	-0,05	0,64993	0,64988
2-3	0,17	-1	+1							0	-0,05	0,42385	0,42380
6-3	0,28		-1							-1	0,05	0,72392	0,72397
5-6	0.17		-1		+1			+1		+1	0,02	0,78084	0,78086
5-4	0,18			+1		-1				0	-0,35	0,50151	0,50116
1-4	0,30			-1						-1	0,02	0,06999	0,07001
5-2	0,30		+1	-1			-1	-1		-2	-0,02	1,08105	1,08103
8-6	0,34				-1			-1		-2	0,01	0,78685	0,78686
7-8	0,27				-1					-1	0	4,08854	4,08854
7-4	0,37					+1				+1	0,71	4,59499	4,59570
7-5	0,33				+1	-1				0	-0,63	4,09517	4,09454
G-3	0,42	+1								+1	0,07	1,81247	1,81254
L-1	1,50	-1					+1	+1		+1	-0,28	1,03352	1,03324
L-G	1,56	+1							+1	+2	0,27	0,29411	0,29438
Suma		-1	0	0	0	-1	+1	+1	+1	+1 / +1			
Termen liber ω [mm]		-0,72	0,14	0,40	0,62	1,69							

$$-[k\omega] = +3{,}99$$

Tabelul 8.4
Schema Gauss

k_V=1,8994

k_I	k_{II}	k_{III}	k_{IV}	k_V	ω	Q_{FF}			**Sumă**	**Control**
						5	8	G		
3,83	-0,17	-0,18	0	0	-0,72	-1,68	-1,68	1,56	0,96	
-1	0,0444	0,0470	0	0	0,1880	0,4386	0,4386	-0,4073	-0,2507	-0,2507
	0,92	-0,30	-0,17	0	0,14	-0,30	-0,47	0	-0,35	
kI=0,1781	0,9125	-0,3080	-0,17	0	0,1080	-0,3746	-0,5476	0,0693	-0,3074	-0,3074
	-1	0,3375	0,1863	0	-0,1184	0,4105	0,5968	-0,0759	0,3369	0,3368
	kII=-0,1459	0,96	0	-0,18	0,40	0,48	0,48	0	1,66	
		0,8476	-0,0574	-0,18	0,4026	0,2746	0,2172	0,0967	1,6014	1,6013
		-1	0,0677	0,2124	-0,4750	-0,3240	-0,2563	-0,1141	-1,8893	-1,8893
		k_{III}=-0,0727	1,11	-0,33	0,62	0	0,51	0	1,74	
			1,0744	-0,3422	0,6674	-0,0512	0,4232	0,0115	1,7911	1,7911
			-1	0,3185	-0,6212	0,0477	-0,3939	-0,0181	-1,6671	-1,6670
			k_{IV}=-0,0162	0,88	-1,69	0	0	0	-1,32	
				0,7328	-1,3919	0,0420	0,1809	0,0267	-0,4094	-0,4095
				-1	1,8994	-0,0573	-0,2469	-0,0364	0,5587	0,5587

$$\left[\frac{ff}{p}\right]$$

1,98	2,49	1,56

$$Q_{FF}{}^{i}$$

0,995490	1,161040	0,906973

$$m_F{}^{i} = \mu\sqrt{Q_{FF}}$$

0,82	0,88	0,78

Verificare

$$\mu = \sqrt{\frac{[pvv]}{r}} = \pm 0,82$$

$$-w = +1,25$$

$$[(s-w)k] = +1,25$$

Tabelul 8.5 Calculul diferenţelor de nivel

Linia de nivelment	**Diferenţe de nivel măsurate** Δh^{0} [m]	**Corecţii v** [mm]	**Diferenţe de nivel compensate** Δh [m]
1-2	0,64993	-0,04	0,64989
2-3	0,42385	-0,05	0,42379
6-3	0,72392	0,04	0,72396
5-6	0,78084	0,02	0,78086
5-4	0,50151	-0,35	0,50116
1-4	0,06999	0,02	0,07002
5-2	1,08105	-0,02	1,08103
8-6	0,78685	0,01	0,78685
7-8	4,08854	0	4,08854
7-4	4,59499	0,70	4,59569
7-5	4,09517	-0,63	4,09453
6-3	1,81247	0,07	1,81254
L-1	1,03352	-0,28	1,03324
L-G	0,29411	0,27	0,29438

Tabel 8.6 Calculul cotelor definitive

Reperul de nivelment	**Altitudini provizorii** H^{0} [m]	**Necunoscute dx** [mm]	**Cote (altitudini) compensate** H [m]
8	47,26181	-	47,26181
G	46,96011	-0,0259	46,96008
L	46,66600	-0,3038	46,66570
1	47,69880	0,1495	47,69895
2	48,34873	0,1049	48,34883
3	48,77258	0,0487	48,77262
4	47,76933	-0,3694	47,76896
5	47,26782	-0,0135	47,26780
6	48,04866	0,0071	48,04866
7	43,17327	-0,0051	43,17327

9. ASPECTE ALE OPTIMIZĂRII REŢELELOR GEODEZICE

9.1 NOŢIUNI INTRODUCTIVE

Modificări în modelul funcţional - stochastic folosit la prelucrarea observaţiilor geodezice determină schimbări în rezultatele finale ale prelucrării. Pentru un teritoriu dat se pot realiza, în principiu, mai multe variante de proiectare a reţelei geodezice. Desigur numai una dintre aceste variante, în care reţeaua proiectată are o anumită configuraţie (adică cuprinde un anumit număr de puncte, dispuse într-un anumit mod în reţea) şi în care ar urma să se efectueze un anumit gen de măsurători geodezice, repetate de un anumit număr de ori, poate asigura rezultate optime cum ar fi de exemplu, poziţia punctelor reţelei reflectată de precizia de determinare, volumul total de cheltuieli etc.

Variantele de proiectare pot rezulta din introducerea unor modificări esenţiale în configuraţia reţelei sau în programul de observaţii, prin mărirea numărului acestora sau prin introducerea altor tipuri de măsurători, etc.

Se pot obţine variante de proiectare diferite şi prin modificări succesive de mai mică amploare operate asupra modelului funcţional - stochastic, scopul urmărit fiind, de asemenea, găsirea unei soluţii optime din anumite puncte de vedere.

Soluţiile de optimizare ale unor procese tehnologice sau de prelucrare a datelor cunosc o aplicabilitate tot mai mare în numeroase sectoare de activitate. Sunt cunoscute atât soluţii teoretice generale, cât şi soluţii pentru domenii concrete din economie sau tehnică (un exemplu tipic îl reprezintă problema organizării optime a transporturilor).

Forma normală (canonică) a unei probleme de programare liniară este următoarea: fiind dat un număr de relaţii aduse la forma liniară:

$$A\,y = b \qquad 9.1$$

se cere determinarea optimă a unor funcţii, exprimate de asemenea sub formă liniară:

$$f(y) = F \cdot y \rightarrow optim \qquad 9.2$$

denumite *funcţii de scop*, concomitent cu respectarea unor anumite *restricţii*, de exemplu de forma:

$$y_j \geq 0\,; \qquad j = 1,2,... \qquad 9.3$$

sau (şi):

$$\sum_j c_j y_j \leq c_t \qquad 9.4$$

Restricţiile asigură în general rezolvarea optimă din punct de vedere economic a problemei date.
Observaţii:
1. În relaţiile (9.2) şi (9.3) semnele ”=” şi respectiv ”≥” pot fi înlocuite, în anumite situaţii de semnul ”≤”.
2. Variabilele ***y*** pot fi de asemenea, şi mărimi stochastice, situate într-o bandă de distribuţie, care se poate defini după legile teoriei probabilităţilor.
3. Se cunosc şi probleme de optimizare cu caracter neliniar, ale căror rezolvări sunt, desigur, mai complicate.
Se prezintă în continuare preocupările în domeniul optimizării, care sunt grupate de către *Grafarend* în patru categorii.

9.1.1 Optimizarea datelor iniţiale (design de ordinul 0)

Volumul de date iniţiale într-o reţea geodezică este constituit din: valorile provizorii ale necunoscutelor $\boldsymbol{X^0}$, cu care se descrie modelul funcţional alcătuit din vectorul $\boldsymbol{M^0}$, respectiv matricea de covarianţă corespondentă $\boldsymbol{C_M}$.
Problema de optimizare a datelor iniţiale poate fi formulată în felul următor:
sub ce condiţii (suplimentare) se pot obţine informaţii asupra coordonatelor punctelor reţelei, adică asupra poziţiei în sistemul de coordonate folosit.
Fără ipoteze sau condiţii suplimentare (de exemplu un anumit număr de elemente fixe în reţea, etc.) matricea coeficienţilor ecuaţiilor corecţiilor din modelul funcţional prezintă un anumit defect (deficit) ***d***, care este egal cu numărul parametrilor necesari pentru încadrarea completă a reţelei în sistemul de coordonate corespondent (tabelul 9.1). Numărul ***d***, este egal cu numărul *gradelor de libertate* al reţelei considerate în raport cu sistemul de coordonate utilizat.
Ca exemplificare se poate urmări evoluţia reţelei geodezice planimetrice (triangulaţie) din prima parte a figurii 9.1:
- măsurătorile unghiulare crează geometria intrinsecă a reţelei geodezice, dar nu oferă indicii asupra amplasării sale în sistemul ***xy*** folosit;
- orientarea unei laturi (cunoscută de exemplu din reţelele geodezice mai vechi), conferă întregii reţele geodezice o anumită orientare (Figura 9.1, *c* şi *d*). Prin aceasta a fost suprimat unul din gradele de libertate ale reţelei prezentate în figura 9.1, *a*;
- cunoaşterea, în continuare, a unei laturi în reţea suprimă un alt grad de libertate şi anume cel legat de scara reţelei geodezice (Figura 9.1, *c*). Dacă reţeaua geodezică considerată ar fi fost o reţea de trilateraţie acest grad de libertate nu ar fi existat;
- ultimele grade de libertate, de amplasament propriu-zis al reţelei în sistemul de coordonate considerat, pot fi eliminate dacă se cunosc coordonatele ***x*** şi ***y*** ale unui punct din reţea (Figura 9.1, *d*).

Tabelul 9.1

Tipul reţelei geodezice	***d***	**Parametri *p* necesari pentru încadrarea completă a reţelei în sistemul de coordonate corespondent**
Reţele altimetrice	*1*	*1 p de translaţie*
Reţele planimetrice *a) Reţele de trilateraţie* *b) Reţele de triangulaţie*	 *3* *4*	 2 *p* de translaţie 1 *p* de rotaţie 2 *p* de translaţie 1 *p* de rotaţie 1 *p* de scară
Reţele tridimensionale	6 (+1)	3 *p* de translaţie 3 *p* de rotaţie (+1 *p* de scară)

În concluzie, rezultă că reţelele geodezice libere de triangulaţie prezintă 4 grade de libertate, iar cele de trilateraţie 3.
Se mai poate vorbi şi de un *defect de configuraţie*, care însă poate fi prevenit şi eliminat prin operaţia de proiectare a reţelei.
Ca exemplificare, se prezintă o reţea de trilateraţie (Figura 9.1, *e*), care nu va putea fi determinată unitar deoarece se compune din două părţi distincte, reţeaua prezentând în partea mijlocie posibilitatea unei rotaţii arbitrare. Trebuie menţionat faptul că există şi situaţii limită, care trebuie evitate prin proiectare, când reţeaua geodezică nu conţine observaţii suplimentare şi prin urmare nu poate fi prelucrată riguros (Figura 9.1, *f*).

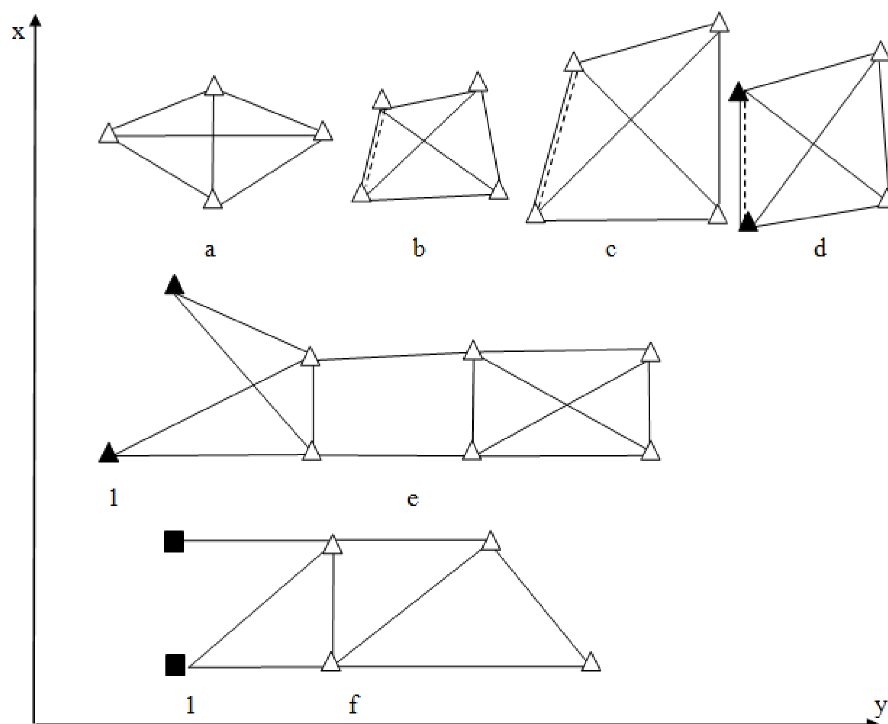


Figura 9.1 Defecte de poziţie (a, b, c) şi defecte ale configuraţiei (e, f) în reţelele geodezice planimetrice (1 = punct de coordonate cunoscute – punct vechi)

Există şi procedee matematice pentru eliminarea unor defecte de configuraţie. În mod firesc asemenea defecte nu pot apărea în reţelele geodezice de sprijin, fiind înlăturate prin lucrările de proiectare.

Până la apariţia lucrărilor lui *Meissl* în anii 1962, 1969 şi apoi a altor autori (*Mittermayer* 1972, *Wolf* 1972, etc.) defectele semnalate mai înainte erau, în general, eliminate prin considerarea (arbitrară) a unui număr corespunzător de elemente fixe în reţea. Astfel, pentru reţelele de triangulaţie se pot alege ca fixe:

- coordonatele ***x, y*** ale unui punct (iniţial) din reţea
- valoarea orientării unei direcţii
- lungimea unei laturi

În numeroase cazuri aceste patru elemente au fost alese în legătură nemijlocită, directă, ceea ce echivalează cu acceptarea poziţiei fixe pentru două puncte la unul din capetele reţelei. Alegerea arbitrară a elementelor fixe, strict necesare ca număr cu ***d***, nu are influenţe asupra următoarelor mărimi:

- mărimea corecţiilor ***v*** (deci şi $v^T Pv$)
- abaterea standard a unităţii de pondere a reţelei s_0
- aspectul geometric al reţelei

În schimb, în funcţie de modul în care se poziţionează cele patru elemente fixe menţionate se obţin soluţii diferite pentru:
- vectorul necunoscutelor ***x*** şi deci o poziţionare diferită a reţelei geodezice în sistemul ales
- matricea de varianţă – covarianţă a necunoscutelor $\boldsymbol{Q_x}$ şi ca urmare:
- abaterile standard $\boldsymbol{s_x}$, $\boldsymbol{s_y}$ ale coordonatelor punctelor în reţea şi – elementele elipselor erorilor: $Q_{\max}$, $Q_{\min}$ şi θ.
Pentru evitarea acestor soluţii arbitrare, se cunosc mai multe procedee.
Soluţia Meissl constă în introducerea unei condiţii suplimentare de minim:

$$urma\ C_x = s_o^2\ urma\ Q_x \rightarrow minim \qquad 9.5$$

Prin această soluţie se realizează:

$$x^T x \rightarrow minim \qquad 9.6$$

Fără a mai face apel la alte ipoteze suplimentare, prin condiţia (9.5) se deduc soluţii pentru $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{Q_x}$, $s_0, s_x, s_y, Q_{\max}, Q_{\min}, \theta$ într-o reţea dată.
Observaţie: S-ar putea atrage atenţia că prin ecuaţia (9.6) soluţiile parametrilor ***X*** se încadrează optim într-o formă determinată anterior în mod aproximativ, prin mărimile $\boldsymbol{X^0}$ cuprinse în volumul de date iniţiale, ceea ce constituie unul din punctele critice ale metodei examinate.
O consecinţă a relaţiei (9.6) constă în faptul că suma pătratelor erorilor medii *Helmert* este minimă în acest caz:

$$s_0^2 \sum \left(Q_{xx} + Q_{yy}\right) = \sum \left(s_x^2 + s_y^2\right) = \sum s_t^2 \rightarrow minim \qquad 9.7$$

Prin urmare, rezolvarea problemei optimizării datelor iniţiale constă în introducerea relaţiei suplimentare (9.5), ceea ce are drept consecinţă (9.6) şi (9.7).
Mai există şi alte considerente pentru care soluţia (9.5) nu poate fi acceptată ca generală şi obligatorie, deşi consecinţa (9.7) ar putea constitui un argument important în acest sens.

9.1.2 Optimizarea configuraţiei reţelelor geodezice (design de ordinul 1)

Se presupune cunoscut volumul datelor iniţiale, definit la începutul subcapitolului (9.1.1):
X^0, M^0, C_M.
Modalitatea concretă în care sunt repartizate punctele reţelei este reflectată direct în matricea ***B*** care intervine în modelul funcţional, astfel încât se poate afirma că matricea ***B*** reprezintă configuraţia reţelei considerate.
Optimizarea configuraţiei reţelei geodezice (design de ordinul 1) constă în determinarea optimă a matricelor ***B***. Noţiunea de optimizare include realizarea şi a unor alte categorii de cerinţe:

- precizia maximă de determinare (globală sau locală) a reţelei
- gradul de încredere maximă în rezultatele obţinute din prelucrare
- volumul minim de cheltuieli

Asemenea aspecte intervin, de fapt, şi în celelalte categorii de probleme de optimizare la care se va face referire în continuare.

Optimizarea configuraţiei unei reţele geodezice de stat ar implica un volum enorm de calcule. Afirmaţia se bazează pe faptul că ar trebui introdus un număr extrem de mare de restricţii, în mod deosebit date de relief şi de alte categorii de obstacole, de care programul de prelucrare ar trebui să ţină seamă.

Asemenea greutăţi, desigur la altă scară, intervin şi în reţelele geodezice locale, în mod deosebit când acestea sunt amplasate în zone muntoase sau intens populate.

De aceea încercările şi reuşitele de până acum se referă la reţele de mici dimensiuni. Instrucţiunile de realizare a reţelelor geodezice de stat prevăd limite destul de largi în raport cu configuraţia optimă, tocmai pentru că se au în vedere dificultăţile reale de proiectare, generate de factorii naturali care se instituie ca restricţii extrem de importante.

Pentru a putea oferi imagini sugestive în privinţa configuraţiei optime a unei reţele geodezice, deoarece metodele programării liniare sunt extrem de complicate în această situaţie, se va deduce configuraţia optimă pentru diferite elemente de structură care intervin în reţelele geodezice, deci nu pentru reţeaua geodezică în ansamblu (v. 9.4).

9.1.3 Optimizarea programului de măsurători geodezice (design de ordinul 2)

Se presupune cunoscută configuraţia reţelei reflectată de matricea ***B***.

Se caută determinarea optimă a programului de măsurători, mai ales din punctul de vedere al stabilirii numărului de repetări al fiecărei măsurători pentru a se putea satisface anumite funcţii de scop şi restricţii impuse prin programul de optimizare.

Rezultatul optimizării programului de măsurători constă, în general, în perfecţionări succesive ale matricei ponderilor ***P***, faţă de forma sa iniţială.

Această categorie de optimizare este cea mai cercetată în ultimii ani şi rezultatele pot fi utilizate în multe din situaţiile frecvent întâlnite în practică. De aceea se vor examina unele posibilităţi practice de abordare a rezolvărilor acestei categorii de probleme de optimizare în 9.2 şi 9.3.

9.1.4 Optimizarea observaţiilor suplimentare (design de ordinul 3)

Problematica acestei categorii de optimizare este asemănătoare cu cea descrisă în (9.1.3):

într-o reţea deja realizată (se cunoaşte configuraţia reţelei şi ca urmare matricea ***B*)** se urmăreşte optimizarea reţelei prin introducerea unor observaţii suplimentare.

9.2 FUNCŢII DE SCOP ŞI RESTRICŢII LA OPTIMIZAREA REŢELELOR GEODEZICE

Clasificarea problemelor de optimizare care intervin în practica proiectării complexe a unei reţele geodezice are în primul rând rolul de a face o distincţie clară între problemele specifice fiecărei categorii posibile.
De multe ori proiectantul unei reţele geodezice îşi propune să satisfacă, aproape simultan, cât mai multe funcţii de scop conţinute în cele patru categorii de optimizări. Deoarece soluţiile se influenţează reciproc, se preferă şi rezolvări iterative, pentru a se constata în diferite trepte ce rezultate se obţin şi în ce direcţie trebuie acţionat în continuare.
Combinarea mai multor categorii de soluţii la problemele de optimizare este numită de *Grafarend* (1979) *design hibrid*.
În cadrul optimizării reţelelor geodezice, relaţiilor (9.1) din forma canonică a problemelor de propagare liniară le corespunde modelul funcţional definit prin (8.26) sau (8.30).
În cele ce urmează se prezintă unele posibilităţi de definire a funcţiilor de scop şi a restricţiilor care pot interveni uzual în problemele de optimizare a reţelelor geodezice.
Funcţiile de scop şi restricţiile utilizate în continuare au în vedere *indicatorii de precizie* care pot fi definiţi într-o reţea geodezică.

9.2.1 Indicatori de precizie locală

● Dintre indicatorii de precizie posibili, cei mai eficienţi, şi ca atare cei care pot căpăta aplicabilitate mai largă sunt indicatorii de precizie locală. Aceasta se justifică prin faptul că la prelucrarea unei reţele geodezice o atenţie deosebită este acordată cunoaşterii preciziei de determinare pentru fiecare punct în parte, luându-se măsuri corespunzătoare pentru evitarea cazurilor de puncte *insuficient de precis determinate*.
● Pentru indicatorii de precizie acceptaţi ca eficienţi în geodezia utilitară s-ar putea stabili anumite toleranţe ***T*** care constituie forme de exprimare a restricţiilor definite prin (9.3). Asemenea aspecte ar trebui avute în vedere la o nouă redactare a instrucţiunilor de realizare a reţelelor geodezice de sprijin. În acest scop ar putea fi utilizaţi acei indicatori de precizie care s-au dovedit, din numeroase studii teoretice şi practice, ca cei mai semnificativi (*Fotescu* 1979, *Augath* 1980, etc.):
- abaterile standard $\boldsymbol{s_x}, \boldsymbol{s_y}$ ale coordonatelor unui punct oarecare din reţea
- abaterea standard totală s_t (eroarea medie *Helmert*)

Astfel, din ecuaţia (8.62) rezultă condiţia:

$$urma\ C_p \rightarrow minim \tag{9.8}$$

sau:

$$urma\ Q_p \rightarrow minim \tag{9.9}$$

precum şi restricţia:

$$s_t = \sqrt{urmaC_p} \leq T_{C_p} \qquad 9.10$$

● În unele situaţii intervine necesitatea ca anumite funcţii de coordonate ale punctelor reţelei să fie determinate cu erori medii minime:
- eroarea unei diferenţe de coordonate
- eroarea unei lungimi sau a unei orientări (pentru o latură din reţea sau pentru o "diagonală" a reţelei).

În acest fel există posibilitatea introducerii unor noi funcţii de scop de forma:

$$Q_F \rightarrow minim \qquad 9.11$$

şi eventual, pentru anumite situaţii limită, anticipate în funcţie de structura şi destinaţia reţelei geodezice:

$$s_F = s_0 \sqrt{Q_F} \leq T_{Q_F} \qquad 9.12$$

Astfel de funcţii depind însă într-o prea mare măsură de procedeele tehnice prin care sunt determinate poziţiile punctelor în reţea (triangulaţie, trilateraţie, poligonometrie, etc.) şi ca urmare nu pot fi generalizate cu uşurinţă pentru situaţiile care pot interveni în reţelele geodezice.

9.2.2 Indicatori de precizie globală

● Indicatorii de precizie globală oferă posibilitatea caracterizării de ansamblu a unei reţele geodezice, atât în comparaţie cu alte reţele similare, cât şi în aprecierea calităţii intrinseci a reţelei considerate, prin comparaţii ale rezultatelor obţinute din utilizarea mai multor modele funcţional - stochastice la prelucrare.

● Din acest ultim punct de vedere un rol important îl are abaterea standard a unităţii de pondere (8.42), respectiv (8.49). Valoarea sa este dedusă într-un proces de optimizare (8.31), respectiv (8.32), specific metodei celor mai mici pătrate. Proiectantul unei reţele geodezice poate influenţa mărimea sa prin intervenţii asupra numitorului:

$$r = n - u$$

Este de observat însă că modificări în modelul funcţional prin introducerea unor noi măsurători (se măreşte $\boldsymbol{n}$) sau a unor parametri suplimentari (se măreşte $\boldsymbol{u}$) modifică nu numai mărimea ($\boldsymbol{n} - \boldsymbol{u}$) ci şi $v^T P v$, în consecinţă, $\boldsymbol{s_0}$. Atunci când modificările corespund corect situaţiei în care s-au efectuat observaţiile, în mod normal se vor obţine valori mai mici pentru s_0 şi prin urmare se poate aprecia că rezultatele compensării sunt calitativ superioare. Introducerea unor parametri suplimentari nu poate fi însă considerată ca o măsură absolut necesară. Mărimea exagerată a numărului $\boldsymbol{u}$ de parametri sau alegerea lor în mod necorespunzător poate influenţa negativ prelucrarea sau chiar să o denatureze (când, de exemplu $\boldsymbol{u} \rightarrow \boldsymbol{n}$).

● Un indicator de precizie globală, util în mod deosebit în reţelele de dimensiuni nu prea mari, poate fi formulat prin necesitatea determinării optime a tuturor punctelor noi ale reţelei:

$$\sum\left(s_x^2 + s_y^2\right) = \sum s_t^2 = s_0^2 \sum\left(Q_{xx} + Q_{yy}\right) = urmaC_x \rightarrow minim \qquad 9.13$$

un criteriu deja menţionat în (9.5). Notând cu ***N*** numărul punctelor noi din reţea, s-ar putea introduce şi o restricţie de forma:

$$\overline{s}_t = s_0 \sqrt{\frac{urmaQ_x}{2N}} \leq T_{C_x} \qquad 9.14$$

care să fie avută în consideraţie la proiectarea reţelelor geodezice. Toleranţele T_{C_x} ar urma să aibă valori distincte pe categorii concrete de reţele geodezice (desigur şi pe ordine, etc.).

● În procesele de optimizare a reţelelor geodezice o atenţie deosebită este acordată optimizării matricei de covarianţă C_M a măsurătorilor, deoarece această operaţiune poate conduce la stabilirea unui număr optim de măsurători ce urmează a se efectua în reţea. În acest mod se ajunge la funcţii de scop, respectiv la restricţii, cu caracter economic:

$$C_M \rightarrow optim \qquad 9.15$$

Datorită relaţiilor (8.9) şi (8.13), funcţia de scop (9.15) poate fi scrisă:

$$P \rightarrow optim \qquad 9.16$$

Se consideră cazul particular al observaţiilor independente, întâlnit frecvent în practică. În baza relaţiilor (8.12), (8.15), (8.16), (8.17) şi (8.44) rezultă că matricea ponderilor are următoarea formă în această situaţie:

$$P = s_0'^2 \begin{Vmatrix} \frac{1}{s_1'^2} & & & \\ & \frac{1}{s_2'^2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \frac{1}{s_n'^2} \end{Vmatrix} \qquad 9.17$$

Acceptând că fiecare măsurătoare M_i^0 este obţinută *prin medierea valorilor unui număr oarecare* ***n****$_i$ de determinări elementare* efectuate asupra mărimii respective, putem înlocui:

$$s_i'^2 = \frac{s_{0i}'^2}{n_i} \qquad 9.18$$

unde: s_{oi}' - abaterea standard a unei singure măsurători, determinabilă în funcţie de procedeul specific de măsurare.
Rezultă:

$$P = s_0'^2 \begin{Vmatrix} \frac{n_1}{s_{10}'^2} & & & \\ & \frac{n_2}{s_{20}'^2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \frac{n_n}{s_{n0}'^2} \end{Vmatrix} = s_0'^2 P_0 H \qquad 9.19$$

Matricea $\boldsymbol{P_0}$ este determinabilă în procesul de prelucrare prealabilă a observaţiilor originale:

$$P_0 = s_0'^2 \begin{Vmatrix} \frac{1}{s_{10}'^2} & & & \\ & \frac{1}{s_{20}'^2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \frac{1}{s_{n0}'^2} \end{Vmatrix} \qquad 9.20$$

iar matricea ***H*** depinde numai de numerele n_i ($i = 1, 2, ..., n$) în care se repetă măsurarea unei mărimi oarecare M_j^0;

$$H = \begin{Vmatrix} n_1 & & & \\ & n_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & n_n \end{Vmatrix} \qquad 9.21$$

● Prin acestea funcţia de scop (9.16) devine:

$$H \rightarrow optim \qquad 9.22$$

Funcţiile de scop în care intervin numerele n_i de măsurători sunt însoţite şi de restricţii de forma:

$$n_i \geq 0; \quad n_i \text{ număr întreg} \qquad 9.23$$

Pentru a puncta caracterul economic al unor asemenea funcţii de scop, restricţiile (9.23) sunt completate de o restricţie de cost total, care se poate scrie sub forma:

$$\sum c_i n_i \leq c_t, \qquad 9.24$$

unde c_i reprezintă costul (specific) pentru o singură măsurătoare M_i^0, iar c_t costul total al întregii lucrări.

● Un caz particular al cercetării configuraţiei optime pentru matricea ponderilor ***P*** este întâlnit în cazul *reţelelor geodezice omogene şi izotrope* adică atunci când elipsele erorilor, pentru punctele noi ale reţelei, se transformă în cercuri de aceeaşi rază. *Fotescu* (1979) găseşte expresia generală a matricei ponderilor ***P**** pentru un asemenea caz, care este aplicabilă şi în cadrul reţelelor libere:

$$P^* = B\left(B^T B\right)^{-1}\left(B^T B\right)^{-1} B^T \qquad 9.25$$

9.3 ALGORITMI DE REZOLVARE A PROBLEMELOR DE OPTIMIZARE. CONCLUZII CU CARACTER UTILITAR

Pentru rezolvarea unor probleme de programare liniară se disting (*Mihăilă* 1964) următoarele categorii de metode:

● *Metode particulare* de rezolvare în care se încadrează *procedeele grafice* şi *procedeele iterative*. Aceste metode permit, aproape întotdeauna, analiza rezultatelor intermediare obţinute şi ca urmare posibilitatea intervenţiei din partea operatorului. În mod uzual asemenea procedee se pretează totuşi la un număr restrâns de variabile, iar aproximaţia de calcul nu poate fi determinată sau cunoscută întotdeauna.

● *Metode generale* de rezolvare a problemelor de programare liniară (*metoda simplex, metoda Monte-Carlo, Fiacco-Mc Cormick, Fletcher–Powell,* etc.) care şi-au găsit în prezent aplicabilitate numai în reţelele geodezice de mici dimensiuni (*Herzog* 1972, *Fotescu* 1979, *Schmidt* 1979, *Grafarend* 1975, 1979, *Pelzer* 1980, *Augath* 1980 etc.).

Aplicabilitatea unor algoritmi generali de rezolvare este încă foarte restrânsă fiind determinată de următoarele impedimente principale:

- volumul mare de calcul pe măsura creşterii numărului de parametri
- soluţiile găsite, conduc, aproape întotdeauna, la micşorarea posibilităţilor de control general al reţelei. Se poate aprecia (*Pelzer* 1980) că în aceasta constă *punctul slab al majorităţii problemelor de optimizare a reţelelor geodezice*: soluţiile obţinute prin algoritmi generali concentrează măsurătorile pe câteva elemente ale configuraţiei reţelei, prin care se realizează minimul căutat. Concomitent se obţine însă diminuarea numărului de măsurători suplimentare ceea ce micşorează posibilităţile de control în reţea, prin care se pot depista surse de erori specifice. Aceasta nu înseamnă că aspectele legate de optimizarea preciziei reţelei nu rămân fără importanţă practică, deoarece soluţiile obţinute, chiar pe reţele particulare ca formă, şi deci mici dimensiuni, oferă posibilitatea de apreciere a acţiunii fiecărei măsurători asupra preciziei locale sau globale realizate în reţeaua geodezică considerată.

Din aceste considerente, în rezolvările efective cunoscute până acum au fost preferate soluţii iterative de rezolvare a proceselor de optimizare. Soluţiile intermediare, generate de programul de optimizare, au fost interpretate şi coroborate şi cu alte principii cunoscute de realizare a reţelelor geodezice, cum ar fi: mărirea numărului de măsurători pe direcţiile rezultate ca insuficient de precis determinate, ”dublarea” măsurătorilor considerate cu măsurători de alt gen (de exemplu introducerea măsurătorilor de distanţe în reţelele de triangulaţie).

Un asemenea algoritm de îmbunătăţire a preciziei locale de determinare a reţelelor geodezice de triangulaţie – trilateraţie este descris în figura 9.2, având-se în vedere metoda observaţiilor indirecte.

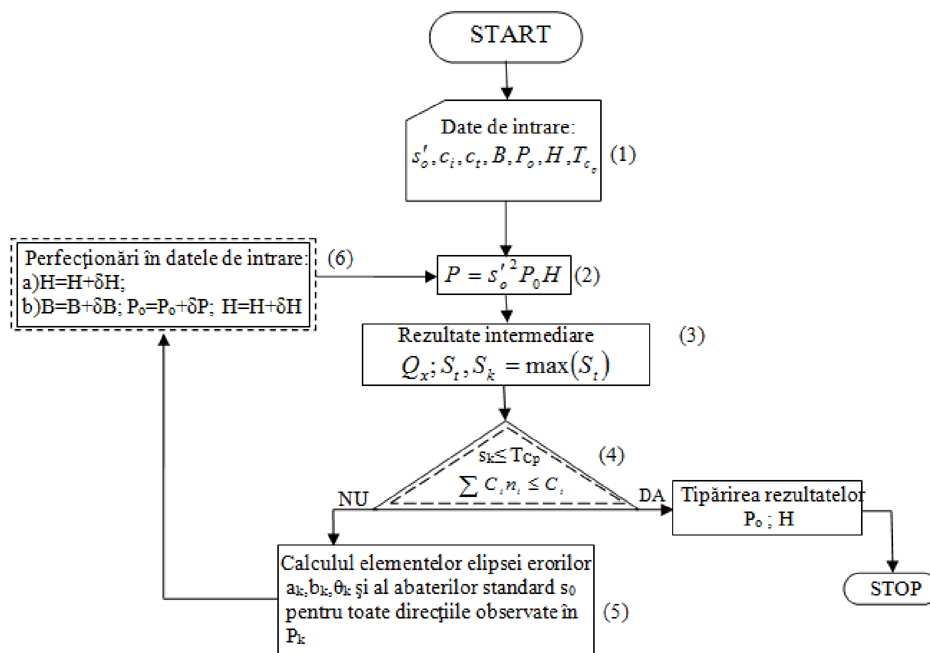


Figura 9.2 Algoritmul de îmbunătăţire a preciziei locale

9.4 EXEMPLE DE ELEMENTE OPTIME DE STRUCTURĂ ÎN REŢELE DE TRIANGULAŢIE

Optimizarea în ansamblu a configuraţiei unei reţele geodezice implică dificultăţi deosebite atât de ordin tehnic, cât şi economic. De aceea prezentarea unor soluţii cu caracter restrâns, pe elemente separate, poate oferi indicii importante pentru proiectantul unei reţele geodezice, deşi soluţia nu este strict riguroasă. În continuare se prezintă câteva situaţii din cadrul reţelelor de triangulaţie, deoarece structura acestora este mai complexă în comparaţie cu cea a reţelelor de nivelment sau gravimetrice.

9.4.1 Eroarea unei laturi într-un lanţ de triangulaţie

Se consideră lanţul de triangulaţie din figura 9.3, format numai din triunghiuri, în care se cunosc din măsurători: latura b^o (cu eroarea s_b') şi unghiurile A_i^0, B_i^0, C_i^0 (*i* = *1, 2, ..., n*) de aceeaşi precizie s'. Se acceptă că unghiurile măsurate sunt valori independente şi că toate măsurătorile sunt reduse la planul de proiecţie. Se notează cu $v_{A_i}, v_{B_i}, v_{C_i}$ (*i* = *1, 2, ..., n*) şi respectiv v_b corecţiile care se determină din compensarea prin metoda celor mai mici pătrate:

$$A_i = A_i^0 + v_{A_i}; B_i = B_i^0 + v_{B_i}; C_i = C_i^0 + v_{C_i}; (i = 1, 2, ..., n) \qquad 9.26$$
$$b = b^0 + v_b$$

Referitor la figura 9.3 se folosesc următoarele notaţii:
- laturile a_1, a_2, ... şi unghiurile A_1, A_2, ... se numesc laturi, respectiv unghiuri de legătură
- laturile c_1, c_2, ... şi unghiurile C_1, C_2, ... se numesc laturi, respectiv unghiuri intermediare

Lungimea laturii $\boldsymbol{a_n}$ se poate calcula (după compensare) prin aplicarea consecutivă a formulei sinusurilor:

$$a_n = b \frac{\sin A_1 \sin A_2 ... \sin A_n}{\sin B_1 \sin B_2 ... \sin B_n} \qquad 9.27$$

Eroarea medie a lungimii acestei laturi se calculează prin aplicarea formulei erorii unei funcţii la compensarea observaţiilor condiţionate. Ecuaţiile de condiţie liniarizate ale corecţiilor care
trebuie scrise pentru lanţul de triangulaţie din figura 9.3 sunt:

$$v_{A_i} + v_{B_i} + v_{c_i} + w_i = 0 \qquad 9.28$$
$$i = 1, 2, ..., n$$

unde:

$$w_i = A_i^0 + B_i^0 + C_i^0 - 180° \qquad 9.29$$

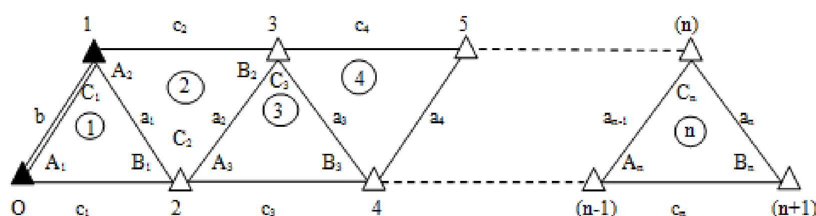


Figura 9.3 Lanţ simplu de triunghiuri

Pentru a liniariza funcţia $F = a_n$, se aplică formulele:

$$f_1 = \left(\frac{\partial F}{\partial A_1}\right)_0 = + \; a_n^0 \; ctgA_1^0; \quad f_4 = \left(\frac{\partial F}{\partial A_2}\right)_0 = + \; a_n^0 \; ctgA_2^0$$

$$f_2 = \left(\frac{\partial F}{\partial B_1}\right)_0 = - \; a_n^0 \; ctgB_1^0; \quad f_5 = \left(\frac{\partial F}{\partial B_2}\right)_0 = - \; a_n^0 \; ctgB_2^0 \qquad 9.30$$

$$f_3 = \left(\frac{\partial F}{\partial C_1}\right)_0 = 0; \qquad f_6 = \left(\frac{\partial F}{\partial C_2}\right)_0 = 0...etc.$$

precum şi:

$$f_b = \left(\frac{\partial F}{\partial b}\right)_0 = \frac{a_n^0}{b^0} \qquad 9.31$$

Folosind pentru calculul ponderilor expresia: $p = 1/s'^2$, se pot calcula elementele necesare pentru deducerea coeficientului de pondere Q_{FF}:

$$\left[\frac{aa}{p}\right] = \left[\frac{bb}{p}\right] = \left[\frac{cc}{p}\right] = ... = \left[\frac{nn}{p}\right] = 3 \; \left[\frac{s^{"}}{\rho^{"}}\right]^2$$

$$\left[\frac{ab}{p}\right] = \left[\frac{ac}{p}\right] = ... = \left[\frac{an}{p}\right] = 0...etc. \qquad 9.32$$

astfel încât:

$$\left[\frac{bb}{p} \cdot 1\right] = \left[\frac{bb}{p}\right]; \left[\frac{cc}{p} \cdot 2\right] = \left[\frac{cc}{p}\right]...etc. \qquad 9.33$$

Din relaţiile (9.30) şi (9.31) rezultă:

$$\left[\frac{ff}{p}\right] = a_n^{02} \left\{ \left(\frac{s_b'}{b^0}\right)^2 + \left(\frac{s^{"}}{\rho^{"}}\right)^2 \sum_{i=1}^{n} \left(ctg^2 A_i^0 + ctg^2 B_i^0\right) \right\} \qquad 9.34$$

În final eroarea relativă a ultimei laturi din lanţul de triangulaţie considerat poate fi determinată prin:

$$\frac{s'_{a_n}}{a_n} = \pm \sqrt{\left(\frac{s_b'}{b^o}\right)^2 + \frac{2}{3} \left(\frac{s^{"}}{\rho^{"}}\right)^2 \sum_{i=1}^{n} \left(ctg^2 A_i^o + ctg^2 B_i^o + ctgA_i^o ctgB_i^o\right)} \qquad 9.35$$

Observaţii:
1. Eroarea ultimei laturi depinde în primul rând de erorile laturii iniţiale şi a unghiurilor măsurate. Uneori se consideră $s'_b/b^0 \approx 0$, datorită preciziei ridicate de măsurare a laturilor iniţiale în triangulaţia de ordin superior.
2. Geometria reţelei, reflectată de valorile pe care le au unghiurile A_i^0, B_i^0, influenţează de asemenea mărimea acestei erori prin expresia:

$$R_i = ctg^2 A_i^0 + ctg^2 B_i^0 + ctgA_i^0 \ \ ctgB_i^0 \qquad 9.36$$

3. Lungimea lanţului nu poate fi oricât de mare, căci în acest caz s'_{a_n} creşte în aceeaşi măsură.
4. Formula (9.35) modificată corespunzător, poate fi aplicată la calculul erorii relative s'_{a_t}/a_t a oricărei laturi de legătură a_t din reţea. În cazul în care în lanţul de triangulaţie ar exista două laturi măsurate, la extremităţile sale, eroarea relativă maximă se va obţine pentru latura de legătură de la mijlocul reţelei, pentru care suma de sub radical ar atinge valoarea maximă. Situaţia poate fi considerată *optimă* din punctul de vedere examinat aici. Într-adevăr, numărul de triunghiuri existente între extremităţi şi mijlocul reţelei este evident, mai mic decât numărul de triunghiuri dintre extremităţile lanţului şi ca urmare eroarea relativă determinată cu relaţia (9.35) va fi compusă dintr-un număr mai mic de termeni.
5. Dacă se admite că toate triunghiurile lanţului de triangulaţie sunt echilaterale, rezultă $R_i = 1$ şi ca urmare:

$$\frac{s'_{a_n}}{a_n} = \pm \sqrt{\left(\frac{s'_b}{b^0}\right)^2 + \frac{2}{3} \cdot n \cdot \left(\frac{s''}{\rho''}\right)^2} \qquad 9.37$$

6. Dacă se acceptă $s_b/b \approx 0$, rezultă o formulă expeditivă prin care se poate evalua "diminuarea de precizie" pe măsura îndepărtării de latura iniţială:

$$\frac{s'_{a_n}}{a_n} \approx \pm \frac{s''}{\rho''} \cdot \sqrt{\frac{2}{3} n} \qquad 9.38$$

7. În cazul în care lanţul de triangulaţie conţine şi patrulatere geodezice, se obţine o micşorare a erorii laturii finale, pentru fiecare patrulater factorul *2/3* din formulele anterioare urmând să fie înlocuit cu *0,5*, luându-se varianta cea mai defavorabilă pentru calculul valorii ***R*** în triunghiurile ce se pot forma în patrulater.

9.4.2 Forma optimă a unui triunghi din reţelele de triangulaţie

Criteriile după care se poate stabili forma optimă a unui triunghi din reţelele de triangulaţie sunt:

● Laturile de legătură $\boldsymbol{a}_i$ şi laturile intermediare $\boldsymbol{c}_i$ să aibă aceeaşi precizie în determinare astfel încât în dezvoltarea ulterioară a reţelei de triangulaţie fiecare din acestea să poată fi utilizată ca latură de sprijin

● Valoarea $\boldsymbol{R}_i$ în oricare triunghi să fie minimă

● Aplicarea judicioasă a primelor două criterii, astfel încât să rezulte un număr minim de triunghiuri pe o suprafaţă dată.

Pentru a deduce condiţiile ce decurg din aceste criterii se scrie expresia de calcul a ultimei laturi intermediare c_n:

$$c_n = b\frac{\sin A_1 \sin A_2 ... \sin A_n}{\sin B_1 \sin B_2 ... \sin B_n} \cdot \frac{\sin C_n}{\sin B_n} \qquad 9.39$$

Prin analogie cu relaţia (9.35) se poate scrie eroarea relativă a acestei laturi:

$$\frac{s'_{c_n}}{c_n} = \pm\sqrt{\left(\frac{s'_b}{b^o}\right)^2 + \frac{2}{3}\left(\frac{m''}{\rho''}\right)^2 \left\{\sum_{i=1}^{n-1}\left(ctg^2 A_i^0 + ctg\, A_i^0 ctg\, B_i^0 + ctg^2 B_i^0\right) + ctg^2 C_n^0 + ctg\, C_n^0 ctg\, B_n^0 + ctg^2 B_n^0\right\}} \qquad 9.40$$

Prevederile primului criteriu, adică $s'_{c_n} / c_n = s'_{a_n} / a_n$, se realizează atunci când:

$$ctg^2 A_n^0 + ctg\, A_n^0 ctg\, B_n^0 = ctg^2 C_n^0 + ctg\, C_n^o ctg\, B_n^0 \qquad 9.41$$

Această egalitate este posibilă când $ctg\, A_n^0 = ctg\, C_n^0$ şi ca urmare: $A_n^0 = C_n^0$

Rezultă că din punctul de vedere al primului criteriu, forma optimă este asigurată de *triunghiul isoscel*. Pentru a obţine valorile unghiulare care satisfac şi cel de-al doilea criteriu, se introduce în expresia lui R: $B^0 = 180° - 2A^0$, astfel încât se obţine:

$$R_{isoscel} = ctg^2 A^0 + ctg^2 2A^0 - ctg\, A^0 ctg\, 2A^0 \qquad 9.42$$

Minimul acestei expresii se obţine prin anularea derivatei funcţiei din membrul drept, care oferă soluţia $A^0 = 52°46'$ şi prin urmare rezultă: $B^0 = 74°28'$.

Pentru asemenea triunghi isoscel se obţine: $R_{isoscel} = 0{,}865$.

Criteriul al treilea este realizat prin utilizarea *triunghiului echilateral*. Într-adevăr, aria unui triunghi oarecare $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ atinge o valoare maximă, în condiţia $2p = a + b + c = constant$, atunci când $a = b = c$. Pentru triunghiul echilateral se obţine *R = 1,0*. Prin urmare coeficientul ***R*** este mai mare în cazul triunghiului echilateral.
Dar influenţa utilizării triunghiurilor isoscele optime nu este, comparativ, semnificativă.
Din figura 9.4 se observă că triunghiul echilateral are în plus încă un avantaj faţă de triunghiul isoscel: lanţurile cu triunghiuri apropiate echilaterale păstrează în general o formă regulată rectilinie, ceea ce este convenabil pentru proiectare.

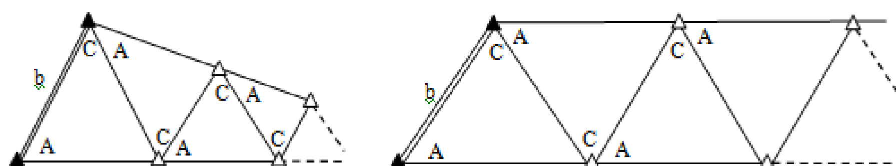


Figura 9.4 Dezvoltarea unui lanţ de triunghiuri:
a – triunghiuri isoscele $\left(\hat{A} = \hat{C} = 52°\right)$*; b – triunghiuri echilaterale*

Condiţiile concrete din teren conduc la abateri de la configuraţia optimă. În acest sens, instrucţiunile *DTM* prevăd (tabelul 9.2) valorile minime ale unghiurilor acceptate în figurile geometrice din reţelele de triangulaţie, care alături de elementele din tabelul 9.3 reprezintă prescripţii de proiectare a reţelelor de triangulaţie din ţara noastră.

Tabelul 9.2

Ordinul reţelei	**În triunghiuri**	**În patrulatere**
I	$45^g(40°)$	$35^g(30°)$
II	$33^g(30°)$	$17^g(15°)$
III	$28^g(25°)$	-
IV	$28^g(25°)$	-
V	$30^g(27°)$	-

Tabelul 9.3

Ordinul de triangulaţie	**Lungimea medie a laturii** [km]	**Lungimea minimă a laturii** [km]
I	25 la munte 20 la şes	10
II	13	7
III	8	5,5
IV	4	2
V	2	1

9.4.3 Unghiul optim la intersecţia simplă înainte

În unele situaţii izolate în triangulaţia de stat şi mai frecvent în unele triangulaţii locale, îndesirea reţelei se realizează prin intersecţii multiple înainte (uneori şi prin intersecţii multiple înapoi), care sunt prelucrate fie riguros, fie prin anumite metode aproximative. De aceea, intersecţia simplă înainte poate fi considerată ca un caz particular, ce ne va ajuta însă să desprindem o concluzie cu privire la conformaţia optimă a figurii geometrice care intervine în asemenea lucrări.
În figura 9.5 este reprezentat cazul tipic al intersecţiei simple înainte:
- coordonatele x_1, y_1 şi x_2, y_2 ale punctelor ***1*** şi ***2*** sunt considerate ca nefiind afectate de erori
- unghiurile α_1 şi α_2 sunt măsurate cu aceeaşi precizie: $s_{\alpha 1} = s_{\alpha 2} = s''_{\alpha}$ şi ca urmare $s_{\theta 1} = s_{\theta 2} = s''_{\alpha}$.

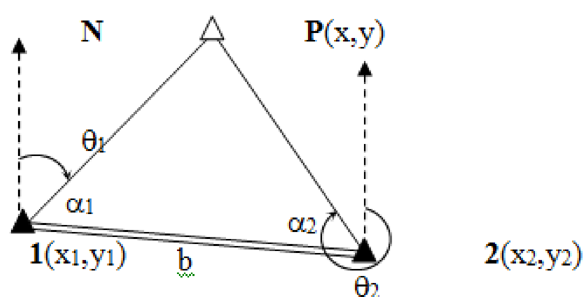


Figura 9.5 Intersecţia simplă înainte

Se consideră cunoscute formulele intersecţiei simple înainte:

$$x = \frac{y_1 - y_2 + x_2\, tg\, \theta_2 - x_1\, tg\, \theta_1}{tg\, \theta_2 - tg\, \theta_1} \qquad 9.43$$

$$y = y_1 + (x - x_1)\, tg\theta_1 = y_2 + (x - x_2)\, tg\theta_2$$

sau:

$$y = \frac{x_1 - x_2 + y_2 \;\; ctg \;\; \theta_2 - y_1 \;\; ctg \;\; \theta_1}{ctg \;\; \theta_2 - ctg \;\; \theta_1} \qquad 9.44$$

$$x = x_1 + (y - y_1) \;\; ctg \;\; \theta_1 = x_2 + (y - y_2) \;\; ctg \;\; \theta_2$$

Soluţia la problema pusă depinde de forma *funcţiei scop* utilizată: *Helmert* (1868) foloseşte pentru prima dată condiţia de minim referitoare la eroarea totală de determinare a poziţiei punctului nou:

$$s_t^2 = s_x^2 + s_y^2 = minim$$

9.45

Deoarece $x = f(\theta_1, \theta_2)$, unde $\boldsymbol{\theta_1}$ şi $\boldsymbol{\theta_2}$ pot fi considerate, în limitele convenţiilor iniţiale, ca independente, putem calcula s_x pe baza relaţiei specifice observaţiilor directe independente. Pentru aceasta, deducem din relaţiile (9.43):

$$\frac{\partial x}{\partial \theta_1} = \frac{-\dfrac{x_1}{\cos^2 \theta_1}(tg\, \theta_2 - tg\, \theta_1) + \dfrac{1}{\cos^2 \theta_1}(y_1 - y_2 + x_2 tg\theta_2 - x_1 tg\theta_1)}{(tg\, \theta_2 - tg\, \theta_1)^2} \qquad 9.46$$

Utilizând relaţia (9.43) şi notând $\overline{1P} = d_1$, $\overline{2P} = d_2$, $1\widehat{P}2 = \gamma$ rezultă:

$$\frac{\partial x}{\partial \theta_1} = \frac{x - x_1}{\cos^2 \theta_1 (tg\theta_2 - tg\theta_1)} = \frac{d_1 \cos\theta_2}{\sin(\theta_2 - \theta_1)} \qquad 9.47$$

În mod analog se obţine:

$$\frac{\partial x}{\partial \theta_2} = \frac{d_2 \cos\theta_1}{\sin(\theta_2 - \theta_1)} \qquad 9.48$$

astfel încât:

$$s_x^2 = \left(\frac{s''_\alpha}{\rho''}\right)^2 \frac{d_1^2 \cos^2 \theta_2 + d_2^2 \cos^2 \theta_1}{\sin^2(\theta_2 - \theta_1)} \qquad 9.49$$

Procedând în acelaşi mod cu relaţia (9.44) se obţine:

$$s_y^2 = \left(\frac{s''_\alpha}{\rho''}\right)^2 \frac{d_1^2 \sin^2 \theta_2 + d_2^2 \sin^2 \theta_1}{\sin^2(\theta_2 - \theta_1)} \qquad 9.50$$

astfel încât eroarea totală s_t poate fi exprimată prin:

$$s_t^2 = \left(\frac{m''_\alpha}{\rho''}\right)^2 \cdot \frac{d_1^2 + d_2^2}{\sin^2(\theta_2 - \theta_1)} \qquad 9.51$$

Deoarece:

$$\gamma = \theta_1 - \theta_2 = 180° - (\alpha_1 + \alpha_2)$$

şi

$$d_1 = \frac{b \sin \alpha_2}{\sin \gamma}; \; d_2 = \frac{b \sin \alpha_1}{\sin \gamma}$$

se poate exprima eroarea s_t şi în funcţie de unghiurile măsurate $\boldsymbol{\alpha_1}$ şi $\boldsymbol{\alpha_2}$:

$$s_t^2 = \left(\frac{s''_\alpha}{\rho''}\right)^2 \cdot b^2 \frac{\sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2}{\sin^4(\alpha_1 + \alpha_2)} \qquad 9\ 52$$

Relaţiile (9.51) şi (9.52) pot fi folosite pentru estimarea erorii medii totale s_t de determinare, prin intersecţie simplă înainte, a poziţiei punctului nou ***P***.
Minimul funcţiei (9.52) are loc când:

$$\frac{\partial s_t}{\partial \alpha_1} = 0, \text{ şi } \frac{\partial s_t}{\partial \alpha_2} = 0 \qquad \text{adică:}$$

$$\begin{aligned} &\sin \alpha_1 \cos \alpha_1 \sin (\alpha_1 + \alpha_2) - 2 (\sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2) \cos (\alpha_1 + \alpha_2) = 0 \\ &\sin \alpha_2 \cos \alpha_2 \sin (\alpha_1 + \alpha_2) - 2 (\sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2) \cos (\alpha_1 + \alpha_2) = 0 \end{aligned} \qquad 9.53$$

Din compararea celor două relaţii (9.53) se obţine:

$\sin\alpha_1 \cos\alpha_1 = \sin\alpha_2 \cos\alpha_2$
Această egalitate poate avea loc, în principiu, în următoarele cazuri:

$\alpha_1 + \alpha_2 = \pi/2$, caz imposibil însă, căci din relaţiile (9.53) ar rezulta pentru α_1 şi α_2 fie soluţiile *0*; *0*, respectiv *0*; $\pi/2$, ceea ce contrazice realitatea;

$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$. Introducând aceste soluţii în relaţiile (9.54) rezultă:

$$4\, tg\alpha = tg\ 2\alpha$$

Din rezolvarea acestei ecuaţii se obţine soluţia pentru cazul optim:

$\alpha = arctg\sqrt{2}/2$, astfel încât $\alpha_1 = \alpha_2 \approx 35°15'$ şi prin urmare unghiul optim sub care se intersectează vizele în punctul nou este:

$$\gamma_{optim} \approx 109°30' \qquad 9.54$$

9.4.4 Forma optimă a reţelei de dezvoltare a unei baze de triangulaţie

În afara laturilor măsurate direct, în triangulaţie s-au folosit şi se folosesc încă laturi obţinute din dezvoltarea bazelor de triangulaţie. Datorită propagării erorilor, latura finală obţinută din prelucrarea riguroasă a reţelei de dezvoltare a bazei, care va fi ulterior folosită în reţeaua de triangulaţie ca lungime cunoscută (uneori fiind considerată chiar ca valoare neafectată de erori), nu va mai avea aceeaşi precizie cu baza propriu-zisă.
În triangulaţia lui *W. Snellius* (1615) este folosită reţeaua de dezvoltare din figura 9.6, a cărei formă asigură, în principiu, cea mai avantajoasă propagare a erorilor din toate posibilităţile utilizate până în prezent. De aceea, reţeaua de dezvoltare a bazei formată dintr-o succesiune de romburi, mai mult sau mai puţin conformate, este folosită pe larg în lucrările de triangulaţie (Figura 9.7).

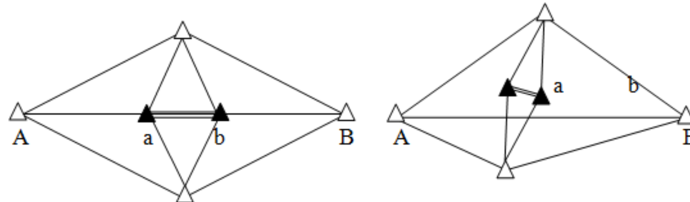


Figura 9.6 Baza Snellius, (1615): ab=328 m, AB=4114 m

Figura 9.7 Baza Bonn, (1892), ab=2513 m, AB=30285 m

S-au mai utilizat şi alte sisteme de reţele de dezvoltare a bazelor (Figura 9.8 şi 9.9), care conduc la o pierdere prea mare a preciziei obţinute la măsurarea directă de lungime. Baza măsurată direct $b = \overline{ab}$ este caracterizată în general printr-o eroare relativă $s'_b / b \leq 1/1 \cdot 10^6$, iar latura de dezvoltare $B = \overline{AB}$ are eroarea relativă s'_B / B de circa $1/4 \cdot 10^5$ în cazul reţelelor de tipul prezentat în figurile 9.6 şi 9.7 şi de circa $1/2 \cdot 10^5$ (uneori chiar mai mari) pentru reţelele din figurile 9.8 şi 9.9. Este de menţionat faptul că forma reţelei de dezvoltare a bazei este impusă de obstacolele din teren, ajungându-se uneori la soluţii complicate, de tipul celor din figura 9.9. Deoarece chiar în cadrul reţelelor de dezvoltare formate din succesiuni de romburi, se pot obţine precizii diferite în funcţie de mărimea unghiurilor care intervin, se poate demonstra (*Krasovski* 1955, *Ghiţău* 1972) că forma optimă a unei reţele de dezvoltare a bazei de triangulaţie se obţine atunci când unghiurile ascuţite au valoarea de $33°33'$.

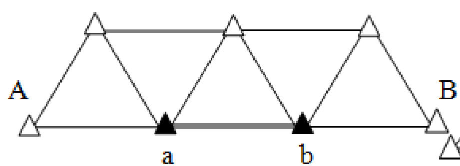


Figura 9.8 Baza de triangulaţie de la Capul Bunei Speranţe,(1886)

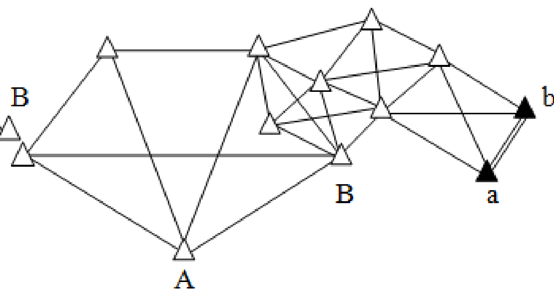


Fig . 9.9 Baza de triangulaţie din Creta, (1933)

10. UNITĂŢI DE MĂSURĂ UTILIZATE ÎN GEODEZIE

10.1 SISTEMUL INTERNAŢIONAL DE UNITĂŢI

Pentru unificarea unităţilor de măsură utilizate în diferitele domenii ale fizicii, în 20 mai 1875, 17 ţări au creat Convenţia Metrului (în 1997 Convenţia număra 48 de state printre care şi România).
Reprezentanţii ţărilor membre ale Convenţiei Metrului se întrunesc periodic (de regulă la patru ani) în **Conferinţa Generală de Măsuri şi Greutăţi** (CGPM – Conférence Générale de Poids et Mesures) care adoptă rezoluţii privind unităţile de măsură. De asemenea, CGPM numeşte Comitetul Internaţional de Măsuri şi Greutăţi (CIPM – Comité International de Poids et Mesures), format în prezent din 18 persoane reprezentând diferite state membre ale Convenţiei Metrului. Principala misiune a CIPM constă în asigurarea unificării la nivel mondial a unităţilor de măsură, acţionând direct, sau prin propuneri supuse CGPM. De asemenea, sub autoritatea CIPM se află Biroul Internaţional de Măsuri şi Greutăţi (BIPM – Bureau International de Poids et mesures), un ansamblu de laboratoare de cercetări în domeniul metrologiei, având sediul în Sèvres –Paris, susţinut financiar de ţările membre ale Convenţiei Metrului.
Sistemul Internaţional de Unităţi (SI), utilizat în aproape toate ţările lumii, a fost adoptat de CGPM la întrunirea din anul 1960 şi a cunoscut mai multe modificări ulterioare, mai ales în definiţia unităţilor de măsură, pentru a răspunde progreselor tehnologice şi necesităţii eliminării unor posibilităţi de interpretare.
Unităţile SI sunt împărţite în două clase:

1.Unităţile de bază (Tabelul A.1), în număr de şapte, considerate independente din punct de vedere dimensional;

2. Unităţile derivate (Tabelul A.2), formate prin combinarea unităţilor de bază, conform relaţiilor algebrice care leagă mărimile respective.

Unele unităţi derivate (Tabelul 3) au denumiri şi simboluri proprii, care pot fi utilizate în locul celor formate prin combinarea denumirilor şi simbolurilor unităţilor de bază.
Pentru scrierea unităţilor SI se folosesc simboluri (tabelele A.1, A.2, A.3)
Pentru formarea multiplilor şi submultiplilor zecimali ai unităţilor SI se folosesc prefixe SI (Tabelul A.4). În utilizarea denumirilor, simbolurilor şi prefixelor unităţilor de măsură trebuie respectate mai multe reguli specifice:

∗Simbolurile unităţilor nu sunt urmate de punct (nu sunt prescurtări);

∗Denumirile unităţilor se scriu cu litere latine mici, chiar dacă provin din nume proprii (newton, pascal, watt, hertz, kelvin, joule, amper etc.);

∗Simbolurile se scriu cu litere latine drepte mici, dacă nu derivă dintr-un nume propriu (**m** - metru, **s** - secundă, **cd** - candelă, **rad** - radian, **t** - tonă etc.);

*Prima (sau unica) literă a unui simbol se scrie cu litere latine drepte mari, dacă derivă dintr-un nume propriu (**K** - kelvin, **A** - amper, **V** - volt, **W** - watt, **Wb** - weber, **N** - newton,
J - joule, **Pa** - pascal, **T** - tesla etc.);
*Pentru „pătrat" şi "cub" se utilizează cifrele ^{2}şi respectiv,^{3} "ridicate" (de exemplu, se scrie km^2 şi nu kmp);
*Produsul a două unităţi se notează folosind semnul " · " (de exemplu, pentru amper oră se scrie $A \cdot h$ şi nu Ah);
*Raportul a două unităţi se notează folosind semnul "/" sau puteri negative de exemplu, **m/s^2**
sau $m \cdot s^{-2}$);
*Simbolul unităţii se separă printr-un spaţiu de numărul de dinaintea sa (de exemplu, 1,324 m şi nu 1,324m).

Tabelul A.1. Unităţile SI de bază

Mărimea de bază	**Numele unităţii**	**Simbolul**	**Definiţia unităţii**
Lungime	metru	m	Lungimea traseului parcurs de lumină în vid în 1/299792458 dintr-o secundă
Masă	kilogram	kg	Masa prototipului internaţional sub forma unui cilindru din platină-iridium, păstrat în laboratoarele BIPM
Timp	secundă	s	Durata necesară producerii a 9192631770 perioade a radiaţiei corespunzătoare trecerii între două nivele hiperfine ale stării fundamentale a atomului de cesiu 133
Curent electric	amper	A	Intensitatea unui curent care, menţinut între doi conductori paraleli cu distanţa de 1 m între ei, produce o forţă de $2 \cdot 10^{-7}$ newton pe metru
Temperatură termodinamică	kelvin	K	1/273,17 din temperatura termodinamică a punctului triplu al apei
Cantitate de substanţă	mol	mol	Cantitatea de materie conţinând atâtea entităţi elementare (atomi, molecule, ioni, electroni etc.), câţi atomi sunt în 0,012 kg.de carbon 12
Intensitate luminoasă	candelă	cd	Intensitatea luminoasă, într-o direcţie dată, a unei surse care emite o radiaţie monocromatică cu frecvenţa de $540 \cdot 10^{12}$ hertzi şi a cărei intensitate energetică în această direcţie este de 1/683 waţi pe steradian

Tabelul A.2. Unităţi şi derivate (exemple)

Mărimea derivată	**Numele unităţii**	**Simbolul**
arie	metru pătrat	m^2
volum	metru cub	m^3
viteză	metru pe secundă	m/s
acceleraţie	metru pe secundă la pătrat	m/s^2

Tabelul A.3. Unităţi şi derivate, având denumiri şi simboluri proprii (exemple)

Mărimea derivată	**Numele unităţii**	**Simbolul**	**Expresia în unităţi SI de bază**
unghi plan	radian	rad	$m \cdot m^{-1}$
unghi solid	steradian	sr	$m^2 \cdot m^{-2}$
frecvenţă	hertz	Hz	s^{-1}
forţă	newton	N	$m \cdot kg \cdot s^{-2}$
presiune, tensiune mecanică	pascal	Pa	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
Energie, lucru mecanic, cantitate de căldură	joule	J	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
Putere, flux energetic	watt	W	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$

Tabelul A.4. Prefixe pentru multiplii şi submultiplii unităţilor SI

Factorul de multiplicare	**Prefixul**	**Simbolul**	**Factorul de multiplicare**	**Prefixul**	**Simbolul**
10^{24}	yotta	Y	10^{-1}	deci	d
10^{21}	zetta	Z	10^{-2}	centi	c
10^{18}	exa	E	10^{-3}	mili	m
10^{15}	peta	P	10^{-6}	micro	μ
10^{12}	tera	T	10^{-9}	nano	n
10^{9}	giga	G	10^{-12}	pico	p
10^{6}	mega	M	10^{-15}	femto	f
10^{3}	kilo	k	10^{-18}	atto	a
10^{2}	hecto	h	10^{-21}	zepto	z
10^{1}	deca	da	10^{-24}	yocto	y

10.2 UNITĂŢI DE MĂSURĂ ÎN AFARA SISTEMULUI INTERNAŢIONAL

În activitatea practică se utilizează unităţi care nu fac parte din SI, dar sunt larg răspândite şi au un rol deosebit de important. O parte dintre aceste unităţi sunt prezentate în tabelul A.5, fiind incluse cel mai des în lucrările topografice şi geodezice. Unităţile **ar** şi **hectar**, folosite pentru a exprima aria terenurilor, se numără printre cele nerecomandate în documentele CGPM, ca şi **mila marină** şi **nodul**, care sunt încă utilizate în navigaţia maritimă şi aeriană ca unităţi de lungime şi, respectiv viteză.
În lucrările topografice şi geodezice se măsoară şi se utilizează frecvent mărimi unghiulare. Marea majoritate a instrumentelor folosite în acest scop, folosesc gradele centesimale (cercul are 400 de grade, unghiul drept are 100 de grade, gradul are 100 de minute, minutul are 100 de secunde). Încă nu există o normă oficială privind simbolurile gradului centesimal şi ai submultiplilor săi. În mai multe publicaţii tehnice ca simbol al gradului centesimal se utilizează **gon** cu submultiplul **mgon** (1 miligon = 10^{-3} gon = 10 secunde centesimale).

Tabelul A.5. Unităţi folosite împreună cu SI

Denumirea	**Simbolul**	**Echivalenţa în unităţi SI**
minut	min	1min = 60 s
oră	h	1h = 60 min = 3600 s
zi	d	1 d = 24 h = 86 400 s
grad	^{0}	$1^0 = (\pi/180)$ rad
minut	’	$1' = (1/60)^0 = (\pi/10\ 800)$ rad
secundă	”	1” $(1/60)' = (\pi/648\ 000)$ rad
litru	l sau L	1L =1 $dm^3 = 10^{-3}\ m^3$
Milă marină		1milă marină = 1 852 m
nod		1 nod = 1milă marină pe oră = (1 852/3 600) m/s
angström	Å	1 Å = 0,1 nm = 10^{-10} m
ar	a	1 a = 1 $dam^2 = 10^2\ m^2$
hectar	ha	1 ha = 1 $hm^2 = 10^4\ m^2$

10.3 UNITĂŢI DE MĂSURĂ UTILIZATE ÎN TRECUT PE TERITORIUL ROMÂNIEI

Pe teritoriul actual al României s-au folosit în decursul timpului unităţi de măsură diverse pentru exprimarea lungimilor şi ariilor, situaţie întâlnită, de altfel, în marea majoritate a ţărilor europene. Unele dintre aceste unităţi, de exemplu **stânjenul**, au valori diferite în funcţie de timp şi de aria geografică. De asemenea, nu a existat o tratare uniformă a multiplilor şi submultiplilor. De exemplu, **palma** un submultiplu al stânjenului, a fost subîmpărţită, în diferite zone geografice şi în diferite momente istorice, în 8, în 10 sau în 12 degete.

a. Unităţi de lungime

Principalele unităţi de măsură, utilizate în lucrările topo-geodezice şi cadastrale pentru exprimarea lungimilor au fost:

∗În Ţara Românească (Muntenia):

- **Stânjenul Şerban – Vodă**, introdus de Principele Şerban –Vodă Cantacuzino în anul 1681 sau 1684. Iniţial, stânjenul era divizat în **8 palme,** palma în **8, 10**, sau **12 degete**, degetul în **10 linii**. După 1836 şi până la introducerea sistemului metric, inginerii hotarnici au adoptat ca subdiviziuni ale stânjenului Şerban-Vodă, 10 palme, 100 de degete, 1000 de linii.
- **Stânjenul Constantin – Vodă,** introdus de Principele Constantin Brâncoveanu în anul 1700 era divizat în **8 palme,** palma în **8** sau în **10** degete, degetul în **10** linii. A cunoscut o utilizare relativ limită.

∗În Moldova:

- **Stânjenul moldovenesc** (sau stânjenul gospod), introdus după anul 1700. Era divizat în 8 palme, palma în **8 palmace**, palmacul în **12 linii**.

∗În Transilvania şi Bucovina s-au utilizat unităţi austriece:

- **Stânjenul austriac** (sau **klafter**) era divizat în **6 picioare** (sau **fuse**), piciorul în **12 ţoli** (zoll), ţolul în **12 linii**, linia în **12 scrupule**.

∗În Dobrogea s-au utilizat unităţi turceşti:

- **Arşinul mimarilor** (sau **stânjenul turcesc**) era divizat în **24 parmace**, parmacul în **12 haturi**, hatul în **12 nohtale**.

În tabelul A.6 este prezentată echivalenţa în metri a unităţilor de lungime amintite mai sus.

Tabelul A.6. Unităţi de lungime utilizate pe teritoriul României

Provincia	Unitatea	Echivalenţa (metri)	Multipli şi submultipli
Ţara Românească	stânjen Şerban - Vodă	1,9665	palmă = 1/10 stânjeni
			deget = 1/10palme
			linie = 1/10degete
			prăjină = 3stânjeni
	stânjen Constantin –Vodă	2,020	palmă = 1/8 stânjeni
			deget = 1/8 palme
			linie = 1/10 degete
			prăjină = 3 stânjeni
Moldova	stânjen gospod	2,230	palmă = 1/8 stânjeni
			palmac = 1/8 palme
			linie = 1/12 palmace
			prăjină = stânjeni
Transilvania şi Bucovina	stânjen austriac	1,896484	picior = 1/6 stânjeni
			ţol = 1/12 picioare
			linie = 1/12 ţoli
			scrupul = 1/12 linii
			prăjină(ruth) = 10 picioare
			milă austriacă = 4000 stânjen
Dobrogea	stânjen turcesc (arşinul mimarilor)	0,758	parmac = 1/24 stânjeni
			hat = 1/12 parmace
			nohtală = 1/12 haturi
	arşin (cotul bazarului)	0,680	rup = 1/8 arşini
			ghirahă = 1/2 rupi

b. Unităţi de arie

Unităţile de arie utilizate în trecut pe teritoriul României sunt, de regulă, derivate din unităţile de lungime adoptate în perioadele şi provinciile respective.

∗În Ţara Românească (Muntenia):

- **Pogonul,** este unitatea de arie corespunzătoare unui dreptunghi cu lungimea de 24 prăjini (72 stânjeni) şi cu lăţimea de 6 prăjini (18 stânjeni), adică 1296 de stânjeni pătraţi.
- **Prăjina pogonească**, este unitatea de arie corespunzătoare unui dreptunghi cu lungimea de 6 prăjini (18 stânjeni) şi cu lăţimea de 1 prăjină (3 stânjeni), adică 54 stânjeni pătraţi, respectiv 1/24 pogoane.

∗**În Moldova:**

- **Falca** (sau **falcea**), este unitatea de arie corespunzătoare unui dreptunghi cu lungimea de 80 prăjini (240 stânjeni) şi cu lăţimea de 4 prăjini (12 stânjeni), adică 2880 stânjeni pătraţi.
- **Prăjina fălcească**, este unitatea de arie corespunzătoare unui pătrat cu latura de 2 prăjini (6 stânjeni), adică 36 stânjeni pătraţi, respectiv 1/80 fălci.

∗**În Transilvania şi Bucovina:**

Iugărul (sau **jugărul**), este unitatea de arie corespunzătoare unui pătrat cu latura de 24 prăjini (40 stânjeni), adică 1600 stânjeni pătraţi.

∗**În Dobrogea:**

Donumul, este unitatea de arie corespunzătoare unui pătrat cu latura de 40 stânjeni, adică 1600 stânjeni pătraţi.

Tabelul A.7 Unităţi de arie utilizate pe teritoriul României

Provincia	**Unitatea**	**Echivalenţa**	**Submultipli**
Ţara Românească	pogon	5011,790	prăjină pogonească = 1/24 pogoane
			stânjen pătrat = 1/1296 pogoane
Moldova	falcă	14321,952	prăjină fălcească = 1/80 fălci
			stânjen pătrat=1/2880 fălci
Transilvania şi Bucovina	iugăr	5754,618	stânjen pătrat = 1/1600 iugăre
Dobrogea	donum	919,302	stânjen pătrat = 1/1600 donumi

BIBLIOGRAFIE (SELECTIV)

- GRECEA C. Evaluări topo-geodezice între prezent şi viitor, Zilele academice timişene ed.VII, Simpozion internaţional: ”Îmbunătăţirile Funciare între prezent şi viitor”, Timişoara, Fac. De Hidrotehnică, 2001
- MOLDOVEANU C. Geodezie, Ed. MatrixROM, Bucureşti, 2002
- ***Colectiv Facultatea de Geodezie Bucureşti, Măsurători Terestre-Fundamente, Editura Matrix ROM, Bucureşti, 2002
- GRECEA C. Geodezie, Ed. Mirton, Timişoara, 2005
- ***Colectiv Măsurători Terestre şi Cadastru-Facultatea de C-ţii Timişoara, Complemente de Măsurători Terestre, vol.1-2, ediţia 2006, Editura Politehnica, Timişoara, 2006

GEODEZIE SPAȚIALĂ

ALINA CORINA BĂLĂ

CUPRINS

1. INTRODUCERE

1.1 GEODEZIA SPAȚIALĂ - DEFINIȚIE, OBIECT

Geodezia satelitară înglobeaza tehnici de observare și calcul care pot rezolva probleme geodezice utilizând măsurători la, de la și între sateliți artificiali, în mod deosebit, cei din apropierea Pământului.

Rezultatele geodeziei satelitare se pot regăsi în domenii ca: geofizica, oceanografia, navigația, tehnici militare, geodinamica, meteorologie și climatologie, gravimetrie, măsurători seismice, geografie, topografie și cadastru, fotogrammetrie, etc.

De-a lungul timpului, în topografie şi geodezie, numeroase sisteme de coordonate au fost folosite pentru a defini poziţia unui punct de pe suprafaţa terestră sau din apropierea acesteia , astfel că o schimbare dramatică în procesul de poziţionare s-a produs odată cu apariţia sistemelor de poziţionare şi navigare bazate pe sateliţi. Astfel la 4 octombrie 1957, Uniunea Sovietica lansa cu succes Sputnik I, primul satelit artificial al Pământului.

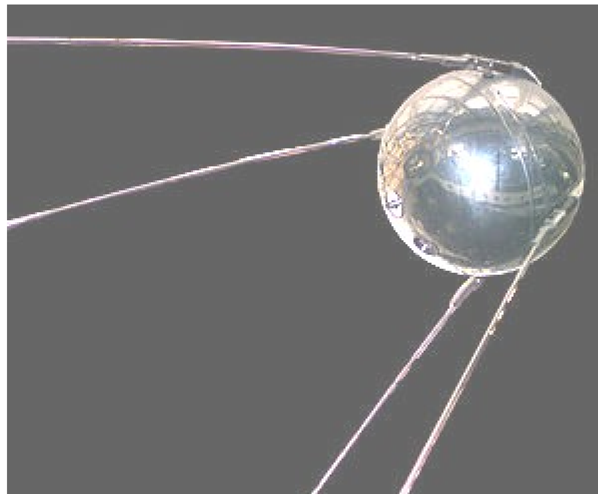


Figura 1.1 Satelitul Sputnik I, primul satelit artificial al Pământului

Succesul misiunii a determinat SUA să lanseze primul său satelit, Explorer I, la 31 ianuarie 1958.

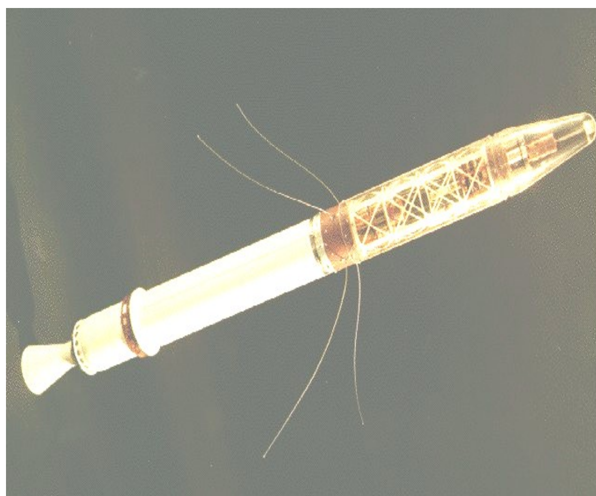


Figura 1.2 Satelitul Explorer I

Ca o consecinţă a reuşitei acestor misiunii, cele două ţări îşi începeau dezvoltarea propriilor programe spaţiale. Astfel, în anul 1960, SUA proiectează sistemul de navigaţie Navy Navigational Satellite System (NNSS), cunoscut şi sub denumirea de "Transit", care devine operaţional în 1964, şi dat în folosinţă utilizatorilor în 1967. Datorită preciziei ridicate de poziţionare, sistemul devine interesant şi pentru aplicaţiile geodezice.

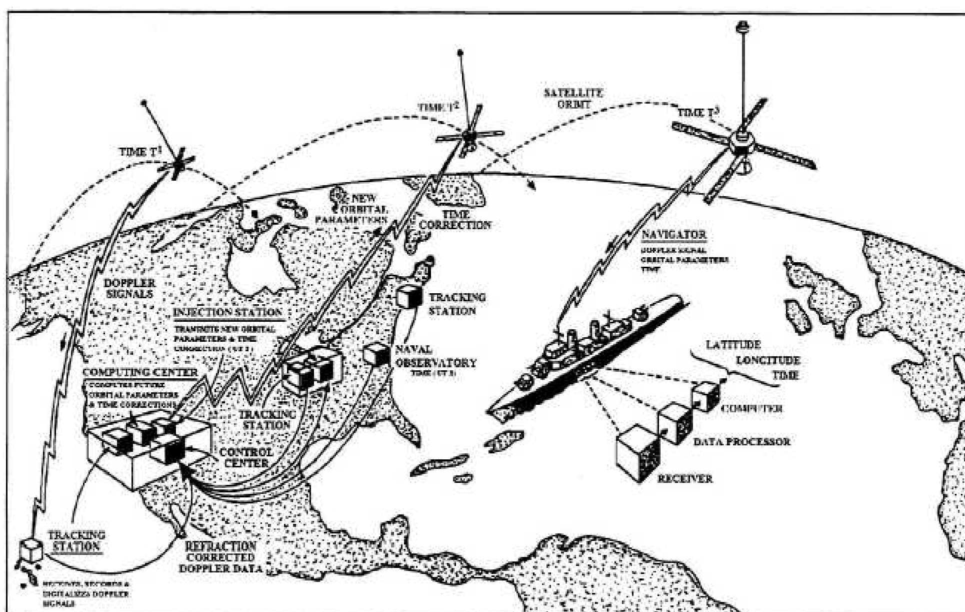


Figura 1.3 Schema sistemului de navigaţie *Navy Navigational Satellite System*

Ca o replică la sistemul Transit, în aceeaşi perioadă şi după aceeaşi concepţie, în URSS se proiectează sistemul "Tsikada". La baza acestor două sisteme se afla dezvoltarea tehnologică din anii 60.
Pornind de la rezultatele pozitive obţinute cu sistemele de poziţionare bazate pe sateliţi, în perioada anilor 70 au fost elaborate noi sisteme de poziţionare, mult mai performante. Astfel, SUA pune bazele sistemului NAVSTAR-GPS, în timp ce Rusia (fostă URSS), a sistemului GLONASS. Ambele sisteme sunt în faza de modernizare in acest moment. La sfârşitul anilor 90, Uniunea Europeană demarează construirea sistemului GALILEO. Cu o economie în plină expansiune, China începe construcţia sistemului COMPASS, odată cu trecerea în noul mileniu. Pe lângă aceste patru sisteme cu acoperire globală, alte state construiesc, sau sunt în curs de elaborare, propriile sisteme de navigaţie cu acoperire regională, sau care să îmbunătăţească sistemele globale.

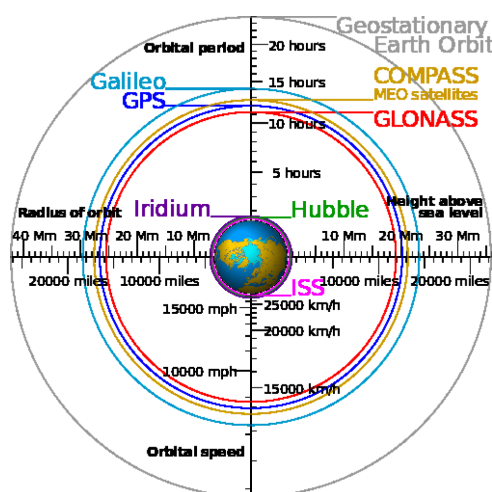


Figura 1.1 Sisteme de navigaţie bazate pe sateliţi

Acest capitol prezintă o descriere a tuturor sistemelor de navigaţie bazate pe sateliţi, curente sau aflate în curs de dezvoltare. La sfârşitul anului 2009, existau două sisteme globale operaţionale. Sistemul american NAVSTAR-GPS, este singurul sistem de navigaţie bazat pe sateliţi ajuns la maturitate şi complet funcţional. Sistemul rusesc GLONASS, se află în plin proces de reconstrucţie, după perioada de declin de la sfârşitul anilor 90. Alte două sisteme cu acoperire globală, sistemul european GALILEO, se află în fază de implementare, în timp ce China îşi extinde propriul sistem regional într-un sistem global, denumit COMPASS .
Sistemele satelitare de navigație sunt împărțite în sisteme care măsoară distanța unidirecțional sau bidirecțional. Cele unidirecționale sunt sisteme care măsoară distanțe folosind semnale trimise de pe pământ spre spațiu (uplink) sau din spațiu spre pământ (downlink). Făcând referire la sistemele bidirecționale, semnalul parcurge distanța dintre un utilizator şi un satelit sau invers de doua ori. Unele concepte de sisteme se bazează pe semnale trimise de la stații pământene prin sateliți spre utilizator şi iarăşi înapoi.

Încă o clasificare delimitează sistemele în sisteme active, care necesită echipamentul utilizatorului pentru a emite semnale, şi sisteme pasive prin care utilizatorii doar recepţionează semnale. Sistemele bidirecţionale sunt întotdeauna sisteme active. Sistemele au fost concepute pentru a oferi utilizatorului informaţii de navigare la un nivel global. Altele îşi limitează serviciile pentru anumite regiuni. Fiind dependente de diferitele metode care se aplică, sistemele au o capacitate limitată sau servesc unui număr nelimitat de utilizatori.

1.2. EVOLUȚIA SISTEMELOR DE POZIȚIONARE GLOBALĂ

1.2.1 NAVigation Signal Timing And Ranging (NAVSTAR GPS)

NAVSTAR (NAVigation Signal Timing And Ranging) Global Positioning System (GPS), este un sistem satelitar de navigaţie globală independent de condiţiile meteo, dezvoltat de Departamentul Apărării al SUA, pentru a satisface nevoile forţelor armate privind poziţia, viteza şi timpul într-un sistem de referinţă comun, în mod continuu, oriunde pe/sau în apropierea Pământului. În componenţa sa, sistemul GPS cuprinde trei segmente principale: segmentul spaţial, segmentul de control şi segmentul utilizator.
Segmentul spaţial asigură poziţionarea globală continuă. Configuraţia standard, în fază finală, cuprinde un număr de 32 de sateliţi, plasaţi pe orbite aproape circulare şi dispuşi în 6 plane orbitale, cu o înclinare de 55° faţă de planul ecuatorial. Altitudinea orbitală este de cca. 20200 km, iar timpul de revoluţie a unui satelit este de aproximativ 12 ore siderale (11 ore 58 minute 22 secunde). Prin urmare un satelit efectuează două revoluţii complete, apărând şi apunând cu 4 minute mai devreme faţă de ziua precedentă. Cu această configuraţie satelitară se pot observa simultan între 4 şi 8 sateliţi cu un unghi de elevaţie minimă de 15°, în orice moment. Dacă unghiul de elevaţie este redus la 10°, ocazional 10 sateliţi pot fi vizibili, în timp ce o reducere a unghiului de elevaţie la 5°, ridică numărul sateliţilor vizibili la 12.
Sateliţii GPS sunt vehicule spaţiale (SV) purtătoare a aparaturii radioelectronice de procesare şi emisie a semnalelor satelitare, a ceasurilor atomice, a bateriilor şi a echipamentului auxiliar. Primul satelit GPS a fost lansat în anul 1978, iar în decembrie 1993 sistemul atingea faza finală, cunoscută şi sub iniţialele IOC (Initial Operational Capability). Aceasta, presupunea ca constelaţia satelitară să dispună de toţi cei 24 sateliţi. Totuşi, din punct de vedere militar, sistemul s-a considerat finalizat, faza FOC (Full Operational Capability), in aprilie 1995. De la lansarea primului satelit, diferite generaţii de sateliţi au fost construiţi şi lansaţi după cum urmează.
Sateliţii din generaţia Block I sau sateliţii prototipi, au fost lansaţi între 1978- 1985, fiind destinaţi pentru faza de testare şi dezvoltare a sistemului. Perioada de funcţionare estimată a fost de 5 ani, dar aceasta a fost depăşită de mulţi dintre sateliţi. Ultimul satelit din această generaţie a fost retras din funcţiune la 18 noiembrie 1995.

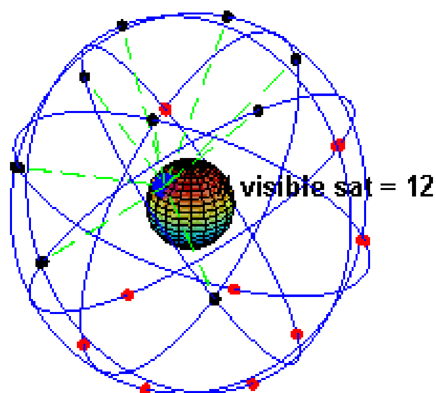


Figura 1.2 Constelaţia NAVSTAR GPS la data de 3 noiembrie 2011

Sateliţii din generaţia Block II**,** sau sateliţii operaţionali, se deosebesc de cei din generaţia precedenta prin faptul că aveau implementate tehnicile de protecţie acces selectiv SA (Selective Availability) şj A-S (Anti-Spoofing). În plus, la bordul fiecărui satelit se aflau 4 ceasuri atomice: două cu Cesiu şi două cu Rubidiu. Perioada de funcţionare a lost prevăzută a fi de 7,5 ani, dar similar celor din generaţia anterioară, mulţi sateliţi au depăşit-o funcţionând mai mult de 10 ani. Un număr total de 28 sateliţi (9 Block II şi 19 Block IIA**)** au fost lansaţi între 1989 şi 1997. Din 1990, a fost lansată o versiune îmbunătățită (Block IIA), ce avea în dotare posibilitatea de comunicare satelit-satelit. Deoarece niciun satelit Block II nu mai este funcţional, în mod curent nu se mai face nicio distincţie între Block II şi Block IIA.
Sateliţii din generaţia Block IIR au rolul de a înlocui pe cei din generaţia Block II/IIA, odată ce aceştia sunt retraşi din activitate. Block IIR au capabilitatea de navigare autonomă (AUTONAV), fară ajutorul segmentului de control, pe o perioada de pană la 180 de zile. Această capabilitate este posibilă prin includerea facilităţilor de comunicare şi măsurare satelit-satelit. Primul satelit de tip Block IIR a fost lansat in ianuarie 1997. După lansarea celui de-al 12-lea satelit din această generaţie, în septembrie 2005 se lansează o versiune modernizată (Block IIR-M**)** ce include două noi semnale satelitare: unul civil (L2C) şi unul militar (M). Ultimul satelit din această generaţie a fost lansat în 17 august 2009 (GPS World Newsletter, 20 august 2009).



Figura 1.3 Arhitectura segmentului de control al sistemului GPS

Sateliţii din generaţia Block IIF asigură continuarea evoluţiei sateliţilor din cea de-a doua generaţie. Block IIF va avea o durată de funcţionare de 15 ani, sisteme inerţiale de navigaţie şi capabilitatea de a emite semnale pe o a treia frecvenţă (L5). Primul satelit, dintr-un număr total de 12 sateliţi, este preconizat pentru lansare pe parcursul anului 2010 (GPS World Newsletter, 22 septembrie 2001)).
Sateliţii din generaţia Block III, vor reprezenta noua generaţie de sateliţi destinaţi procesului de modernizare a segmentului spaţial şi de control. Primii sateliţi din această generaţie vor fi lansaţi după 2014.
La data de 1 noiembrie 2011, constelaţia GPS era alcătuită din 36 de sateliţi IIA/IIR/IIR-M din care 32 activi, iar 4 ne-operaţionali (de rezervă).

1.2.2 GLObal'naya NAvigatsionnaya Sputnikovaya Sistema (GLONASS)

GLONASS (GLObal'naya NAvigatsionnaya Sputnikovaya Sistema) a fost iniţiat şi dezvoltat de către fosta URSS, iar astăzi este operat de către Forţele Spaţiale Ruse. Ca şi NAVSTAR-GPS*, GLONASS a fost proiectat ca un sistem militar, dar la începutul anilor 90 a fost dat liber şi utilizatorilor civili, prin câteva declaraţii emise de Guvernul Federaţiei Ruse. Sistemul a fost declarat oficial operaţional la 24 septembrie* 1993, iar faza finală FOC a fost atinsă în 18 ianuarie 1996. Datorită problemelor financiare, sistemul nu a mai fost menţinut şi a intrat într-o fază de declin, astfel încât, în anul 2001, constelaţia GLONASS mai cuprindea doar 24 sateliţi operaţionali (Feairheller şi Clark, 2006). Realizând importanţa economică, strategică şi militară. Federaţia Rusă începe un program ambiţios de reabilitare şi reconstrucţie a sistemului, astfel încât, faza FOC să fie din nou atinsă la sfârşitul anului 2010 (Revnivykh, 2008). Fiind un sistem satelitar de navigaţie globală, similar cu NAVSTAR-GPS, GLONASS este alcătuit din trei segmente: segmentul spaţial, segmentul de control şi segmentul utilizator.

Segmentul spaţial
În faza sa finală, constelaţia GLONASS este formată dintr-un număr de 24 de sateliţi dispuşi în trei plane orbitale, câte 8 sateliţi în fiecare plan orbital. Cele trei plane orbitale sunt separate între ele cu 120 de grade, în timp ce în planul orbital, sateliţii sunt distanţaţi la 45°. Funcţie de argumentul latitudinii, sateliţii sunt decalaţi pe cele trei orbite cu 15°. Orbitele satelitare sunt aproape circulare cu o înclinaţie de 64.8°, fiecare satelit având nevoie de 11 ore 15 minute 44 secunde pentru a efectua o rotaţie completă. Altitudinea orbitală la care sateliţii evoluează este de 19100 km. Modul de dispunere a sateliţilor în constelaţia GLONASS oferă o acoperire globală a suprafeţei Pământului, cu minim 5 sateliţi vizibili la orice moment, atunci când constelaţia este completă.
În cadrul constelaţiei, fiecare satelit este identificat prin numărul de identificare pe orbită (slot), definit de numărul planului orbital şi de poziţia pe care o ocupă satelitul în interiorul planului orbital (Figura 1.4). Una din caracteristicile constelaţiei GLONASS este dată de faptul, că fiecare satelit va trece exact pnt acelaşi punct de pe suprafaţa terestră la fiecare 8 zile siderale. Totuşi, având în vedere că sateliţii sunt decalaţi în planele orbitale, punctul respectiv va fi acoperit de un satelit în fiecare zi siderală.

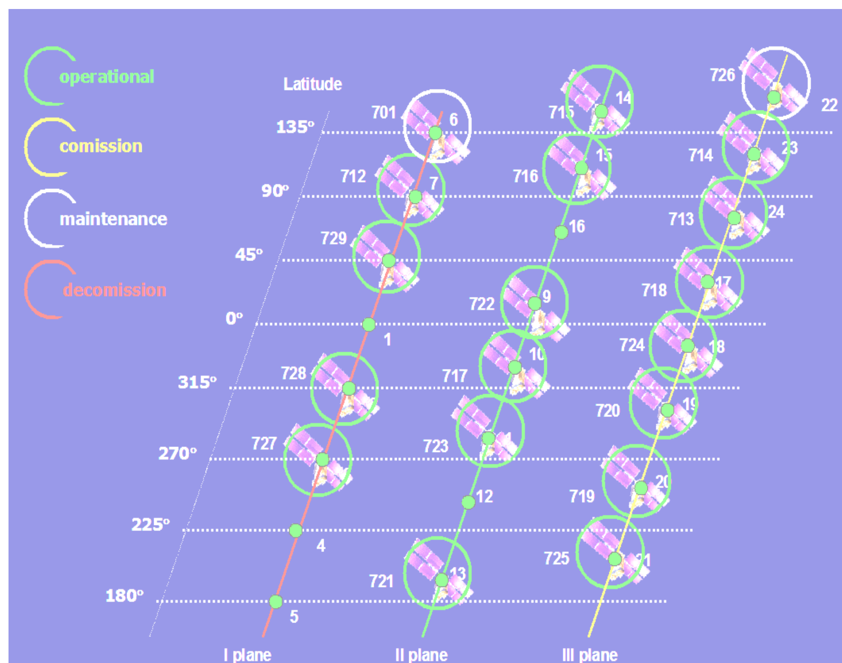


Figura 1.3 Constelaţia GLONASS la data de 3 noiembrie 2010

Segmentul de control
Segmentul de control al sistemului GLONASS are aceleaşi funcţionalităţi ca cel al sistemului NAVSTAR-GPS cu menţiunea că toate staţiile de control sunt plasate pe teritoriul Federaţiei Ruse (Figura 1.5). Ca sistem de timp, GLONASS foloseşte propriul său timp de referinţă UTC (SU). Spre deosebire de GPS, sistemul de timp

GLONASS nu este continuu, şi de aceea, trebuie ajustat la intervale de timp, cu câte o secundă de salt. Diferenţa de timp între UTC (SU) şi UTC (Greenwich) se poate determina şi transmite, ca parte a mesajului de navigaţie. Informaţia de poziţie oferită de sistemul GLONASS are ca referinţă sistemul de coordonate Parametrii Pământului 1990 {Parametri Zemli 1990 - PZ 90) şi, prin urmare, coordonatele unei măsurători folosind sistemul GLONASS vor diferi faţă de cele oferite de sistemul GPS.

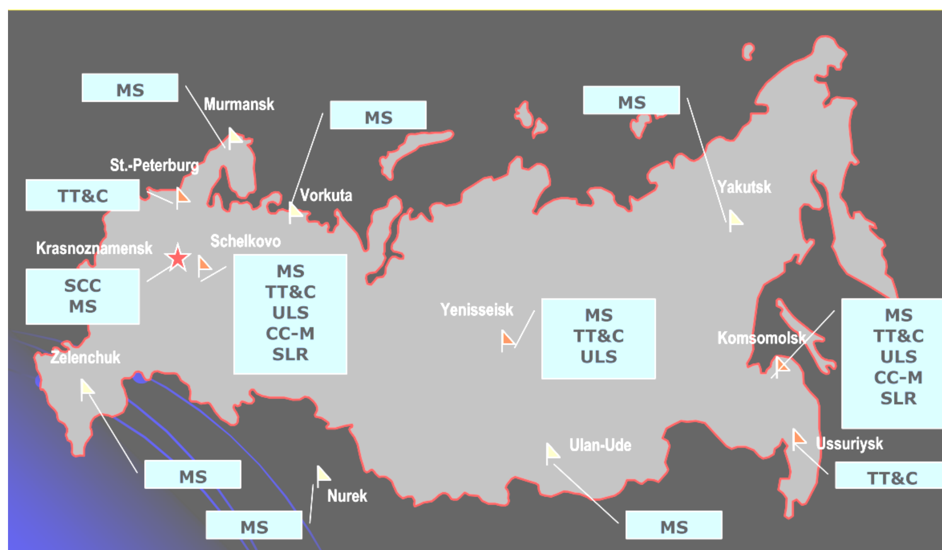
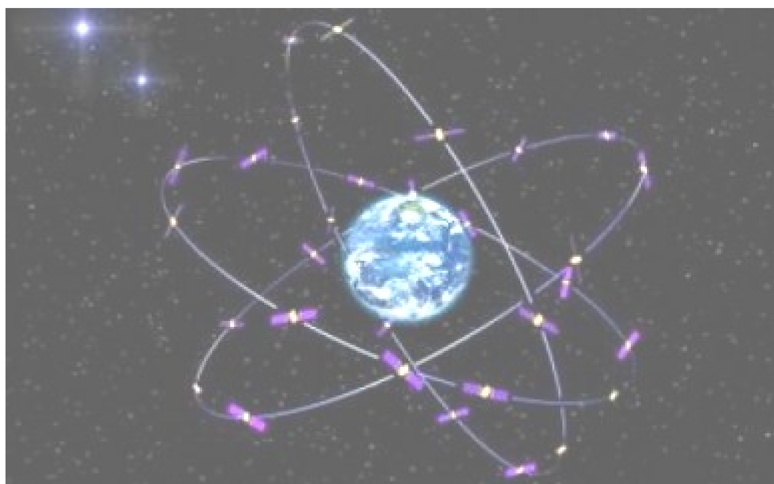


Figura 1.4 Segmentul de control al sistemului GLONASS

1.2.3 GALILEO

Comisia Europeană, împreună cu Agenţia Spaţială Europeană (ESA) şi industria europeană, recunoscând importanţa strategică, economică, socială şi tehnologică a sistemelor de navigaţie bazate pe sateliţi, au decis construirea unei versiuni europene, numită Galileo2 ca un sistem alternativ şi complementar sistemelor GPS şi GLONASS. Galileo va transmite pe doua frecvenţe şi va oferi servicii de poziţionare la diferite nivele de precizie, precum şi servicii de integritate şi valabilitate în timp real. Informaţiile prezentate în această secţiune au la bază documentul tehnic (versiunea 1) emis în luna februarie 2008 (European GNSS Supervisory Authority, 2008).


Figura 1.5 Constelaţia GALILEO

Segmentul spaţial
În faza sa finală, constelaţia Galileo va fi alcătuită dintr-un număr de 30 sateliţi din care 27 sateliţi operaţionali şi 3 sateliţi de rezervă. Sateliţii Galileo vor ti dispuşi in trei plane orbitale de înălţime medie (MEO), cu o înclinare de 56° faţă de planul ecuatorial, la o altitudine de 23200 km şi o perioadă de funcţionare de 12 ani. Perioada de revoluţie a unui satelit Galileo va fi de 14 ore 4 minute 45 secunde, cu un ciclu de repetabilitate de 10 zile. Constelaţia Galileo este optimizată pentru teritoriul european, astfel încât oferă o acoperire bună până la 75 grade latitudine nordică.
Primul satelit, denumit GIOVE-A a fost lansat la 28 decembrie 2005 şi a început să transmită la 12 ianuarie 2006. Succesul lansării lui GIOVE-A a însemnat îndeplinirea condiţiilor de atribuire a frecvenţelor şi aprobarea din partea Uniunii Internaţionale de Telecomunicaţie. Un al doilea satelit, GIOVE-B a fost lansat la 27 aprilie 2008, cu rolul de a demonstra compatibilitatea şi interoperabilitatea cu sistemul GPS. Aceşti doi sateliţi vor fi urmaţi de patru sateliţi IOV (In-Orbit Validation) care vor fi mult mai apropiaţi de varianta finală. Se preconizează că Galileo va atinge faza FOC, nu mai devreme de 2015 (Falcone, 2008).

Segmentul terestru
Galileo va dispunde de două centre de control terestre (GCC), unul responsabil cu controlul sateliţilor şi generarea datelor de navigaţie şi timp, celălalt responsabil ca controlul integrităţii sistemului. Un număr de aproximativ 40 de staţii monitoare, dispuse global, vor furniza datele către centrele de control. Transmisia datelor se va realiza prin intermediul a 9 staţii, dotate cu antene de emisie în banda C.
O caracteristică importantă a lui Galileo, este funcţia de căutare şi salvare SAR (Search and Rescue). Fiecare satelit va fi echipat cu un transmiţător capabil să transmită semnale de urgenţă spre un centru de salvare, care prin intermediul unui canal de

comunicaţie, va informa utilizatorul. Pentru Europa, serviciile de integritate sunt strâns legate de sistemul EGNOS.

Segmentul utilizator
Arhitectura receptoarelor Galileo va fi asemănătoare cu cea de la receptoarele GPS, dar cu elemente specifice procesării semnalelor emise de Galileo. Receptoarele de tipul GPS/Galileo vor avea capabilitatea de a funcţiona pe cel puţin patru frecvenţe.

Semnale emise
Oscilatoarele dintr-un satelit Galileo generează o frecvenţă fundamentală de $f_0 =$ 10.23 MHz, care stă la baza generării celorlalte semnale. Frecvenţele purtătoare folosite de Galileo, sunt listate în Tabelul 2.5.

Tabelul 1.2 Frecvenţele de undă purtătoare folosite de sistemul Galileo

Undă purtătoare	Factor	Frecvență [MHz]	Lungime de undă [cm]	Bandă alocată [MHz]
E1	154	1575.420	19.0	24.552
E6	125	1278.750	23.4	40.900
E5	116.5	1191.795	25.2	51.150
E5a	115	1176.450	25.5	20.460
E5b	118	1207.140	24.8	20.460

Două frecvenţe, **E5a** şi E1, au fost special alese, pentru a asigura **compa**tibilitatea şi interoperabilitatea cu sistemul GPS, iar E5b pentru cea cu sistemul GLONASS, prin **intemediul** undei purtătoare G3. Diferenţa de frecvenţă dintre E1 şi E5 este avantajoasă pentru determinarea efectelor ionosferice, în timp ce combinaţia dintre E5a şi E5b a măsurătorilor de fază, va genera un semnal cu o lungime de undă de 9.8 cm.

Servicii
Din punct de vedere al serviciilor oferite. Galileo va oferi patru servicii globale şi independente de alte sisteme. *Serviciul deschis OS* (Open Service) fără restricţii, disponibil pentru toţi utilizatorii, şi care va oferi o precizie mai mică de 4 metri în plan orizontal şi 8 **metri în** plan **vertical.** *Serviciul de siguranţă a vieţii SoL* **(Safety** of Life), destinat utilizatorilor din domeniul transportului (aviatic, maritim, rutier), va include şi funcţia de integritate care **presupune** alertarea utilizatorului atunci cand sistemul Galileo prezintă nefuncţionalităţi. *Serviciul comercial CS* (Commercial Service) **criptat,** de precizie ridicată, va fi oferit contra cost. În plus, serviciul va beneficia de **încă** două semnale în comparaţie cu serviciul OS. *Serviciul public regulat PRS* (Public Regulated Service), asigură utilizatorilor autorizaţi accesul la serviciile sistemului. Serviciul va beneficia de două semnale de navigaţie, cu coduri criptate. Un al **cincilea serviciu,** *serviciul căutare şi salvare SAR* **(Search** and **Rescue** Service) este contribuţia Europei la sistemul internaţional COSPAS-SARSAT. **Prin** acest serviciu, Galileo va îmbunătăţi acest sistem, **oferind** în plus: recepţia şi retransmiterea de

informaţii în **timp** real. localizarea foarte precisă a apelului de urgenţă, precum şi o arie de **acoperire** mult mai mare.

1.2.4 COMPASS

Programul de poziţionare globală Beidou, redenumit CNSS (Compass Navigation Satellite System) sau Beidou 2, este dezvoltat de China cu rolul de a asigura independenţa Chinei faţă de sistemele echivalente. Compass va fi capabil să ofere doua servicii de navigaţie: un serviciu deschis pentru utilizatorii comerciali, şi un serviciu autorizat de poziţionare, viteză şi timp. Conform Grelier ş.a. (2007), sistemul va fi constituit din 27 sateliţi MEO (Medium Earth Orbit), 3 sateliţi IGSO (Inclined GeoSynchronous Orbit) şi 5 sateliţi GEO (Geostationary Eartg Orbit). Un număr de 24 sateliţi MEO vor fi repartizaţi în mod egal în 3 planuri orbitale situate la altitudinea de 21500 km. Alţi trei sateliţi sunt consideraţi de rezervă. Sateliţii CEO vor orbita, la o altitudine de 35785 km şi vor fi poziţionaţi în trei plane orbitale cu un unghi de înclinaţie de 55°, ascensia dreaptă a nodului ascendent $\Omega = 0°, 120°, 240°$ şi argument al latitudinii de 187.6°, 67.0° şi 207.6°.
Primii trei sateliţi GEO au fost lansaţi între 2000 şi 2003, un al patrulea satelit a fost lansat la 3 februarie 2007, iar un altul va urma în cursul anului 2010. Cu aceşti ultimi doi sateliţi, poziţionaţi la 58.75°E and 160°E longitudine. China va completa prima parte a programului spaţial, denumită şi Beidou-1. În viitor, sateliţii MEO vor deveni parte integrantă a sistemului Compass.
Primul satelit MEO a fost lansat la 13 aprilie 2007, cu rolul de a valida frecvenţele de emisie. La câteva zile de la lansare, acest satelit (Compass-M1) a început să transmită semnale de navigaţie pe trei frecvenţe. Semnalele Compass au fost imediat analizate, iar rezultatele cercetărilor au demonstrat valabilitatea lor (Gao ş.a., 2007; Grelier ş.a., 2007). China a lansat un al doilea satelit (Compass-G2) la 14 aprilie 2009.

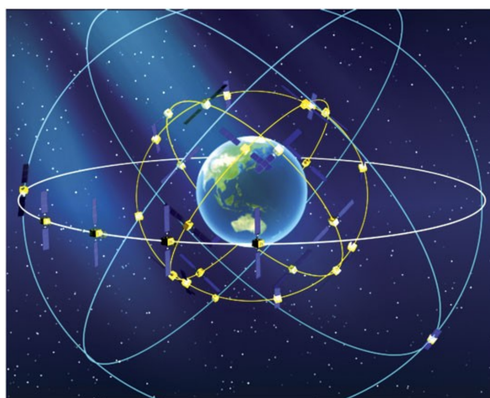


Figura 1.6 Constelaţia COMPASS

Tabelul 1.4: Frecvenţele purtătoare şi semnalele utilizate de sistemul Compass (GPS World Newsletter, 14 august, 2009)

Undă purtătoare	Frecvenţă [MHz]	Rata cip (cps)	Data rate (bps/sps)	Tipul de modulaţie	Tipul de serviciu
B1-C B1	1575.420	1.023 2.046	50/100	MBOC(6,1,1/11) BOC(14,2)	OS AS
B2a B2b	1191.795	10.23	25/50 50/100	AltBOC(15,10)	OS
B3 B3-A	1268.520	10.23 2.5575	500 bps 50/100	QPSK(10) BOC(15,2.5)	AS AS

Sateliţii Compass vor transmite în total un număr de opt semnale, în patru benzi de frecvenţă (Tabelului 1.4). Aşa cum reiese din Tabelul 1.4, semnalele Compass vor fi modulate atât în fază, cât şi în cvadratură, unele dintre ele suprapunându-se peste semnalele Galileo PRS şi GPS-M în ambele benzi de frecvenţă, L1 şi L2. Acest lucru deocamdată reprezintă o problemă nerezolvată datorită destinaţiei codului M, pentru aplicaţiile militare.

Deşi iniţial, China a avut semnate angajamente de cooperare in proiectul Galileo, dorinţa acesteia de a dezvolta un sistem propriu de navigaţie cu acoperire globală este reflectată şi de un document emis de către autorităţile chineze la data de 12 octombrie 2006, Acest document precizează, China ” va dezvolta independent aplicaţii şi echipamente tehnologice, pentru navigaţia satelitară, poziţionare şi servicii timp". Deşi o acoperire regională va fi atinsă odată ce primii 10 sateliţi Compass sunt în orbită, acoperirea globală nu va fi atinsă mai devreme de 2020 (Gibbons, 2009a).

2. SEGMENTELE SISTEMULUI DE POZIȚIONARE GLOBALĂ (GPS) - NAVSTAR

Sistemul navstar este conceput din 3 segmente principale (figura 2.1):

- segmentul spaţial:
    - sateliţii sistemului;
    - semnalul transmis de sateliţi;
- segmentul de control:
    - staţiile de control
    - staţiile master;
- segmentul utilizator:
    - aparatura utilizată.

Primele două segmente se află în exclusivitate sub controlul realizatorului sistemului (DoD-Departament of Defense - Departamentul Apărării - USA).

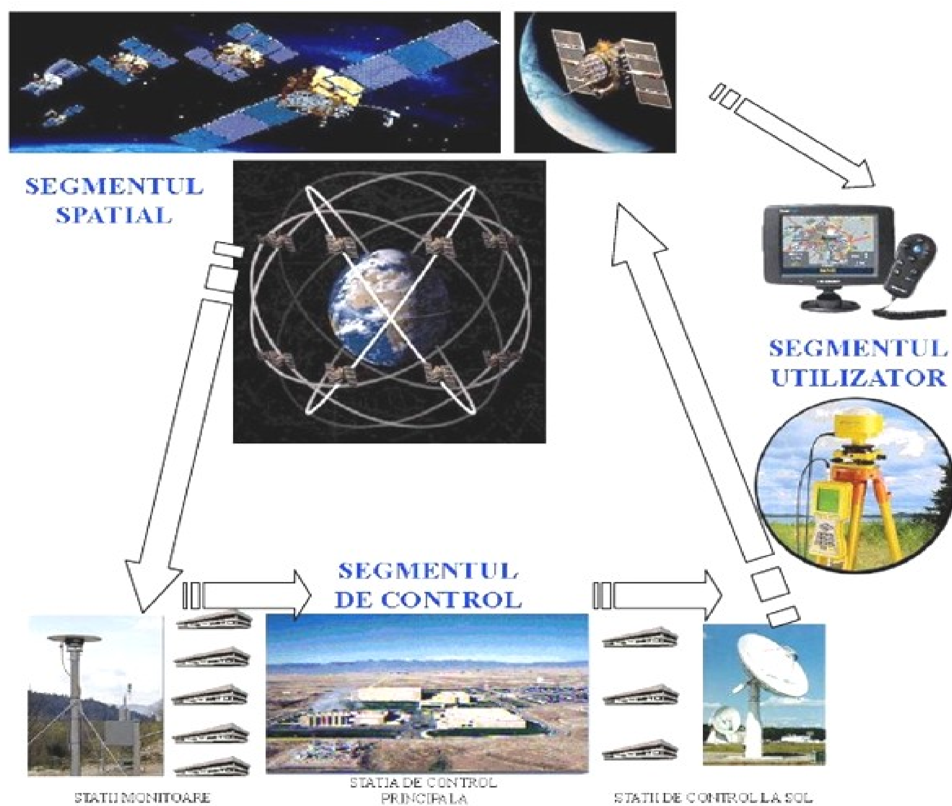
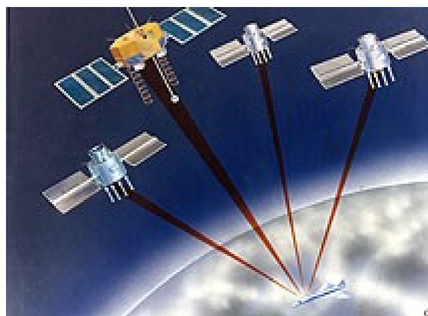


Figura 2.1 Segmentele sistemului GPS

2.1 SEGMENTUL SPAŢIAL


Figura 2.2 Sateliții sistemului NAVSTAR

❖ *Sateliţii sistemului*

Sateliţii NAVSTAR-GPS transmit semnale de timp sincronizate pe două frecvenţe purtătoare, parametri de poziţie ai sateliţilor şi informaţii adiţionale cum ar fi starea sateliţilor.

Această constelaţie garantează vizibilitatea simultană spre cel puţin 4 sateliţi, din orice punct de pe Pământ, iar dacă satelitul trece prin zenitul observatorului, atunci acel satelit va fi vizibil pentru aproximativ 5 ore.

La început a fost constituit Blocul I de sateliţi (1978- 1985) care au fost sateliţi prototip concepuţi pentru faza de testare şi dezvoltare. Greutatea lor era de 845kg şi erau prevăzuţi pentru o durată de funcţionare de 5 ani. Primul satelit a fost lansat în februarie 1978, iar ultimul din cei 11 prevăzuţi, în octombrie 1985. În general sateliţii din această generaţie au îndeplinit durata lor de funcţionare, mulţi dintre ei chiar depăşind-o, astfel în anul 1993 erau încă funcţionali sateliţi lansaţi în perioada 1983 – 1985.

Blocul II de sateliţi prevede 24 de sateliţi operaţionali şi 3 de rezervă dispuşi pe 6 plane orbitale cu înclinaţie de 55°. Ei se deosebesc esenţial de sateliţii din generaţia precedentă prin faptul că aveau implementate tehnicile de protecţie SA – Selective Availability şi AS – Anti Spoofing. Durata medie de vârstă a acestor sateliţi era preconizată la 6 ani, ceea ce a condus la începerea înlocuirii acestora începând cu anul 1995. Primul satelit din această generaţie, în greutate de cca. 1500 kg a fost lansat în februarie 1989. La bordul fiecărui satelit din „Block - II" se află patru ceasuri atomice, două cu Cesiu şi două cu Rubidiu.

Sateliţii din generaţia „Block - IIA" (A are semnificaţia „Advanced" - îmbunătăţit) sunt dotaţi cu posibilităţi de comunicare satelit – satelit. Primul satelit din această generaţie a fost lansat în noiembrie 1990.

Sateliţii din generaţia „Block - IIR" (R are semnificaţia „Replenishment" - înlocuire) asigură facilitatea de măsurare a distanţei satelit – satelit - tehnica SSR (Satelit-to-Satelit Ranging), iar ceasurile atomice (Maser - Hidrogen) sunt cu un ordin de mărime mai precise. Greutatea lor este de 2000 kg, iar durata de viaţă este estimată la 10 ani. Lansarea sateliţilor din această generaţie a început în anul 1995.

Sateliţii din generaţia „Block - IIF” (F are semnificaţia „Follow on” - a continua) vor fi lansaţi în perioada 2001 – 2010. Se preconizează că această generaţie va dispune şi de sisteme inerţiale de navigaţie.
Satelitul este constituit din două părţi:
1. Sistemul de transport;
2. Sistemul de navigaţie.

1. *Sistemul de transport propriu-zis* constă dintr-o structură compactă tip cutie, de care sunt prinse două panouri solare cu posibilitate de rotaţie.
În plus, această structură poartă:
- sistemul de control termic;
- sistemul de alimentare şi distribuţie;
- sistemul telemetric şi de telecomandă;
- sistemul de control al altitudinii şi vitezei;
- sistemul de control al altitudinii şi orbitei.

2. Sistemul de navigaţie al fiecărui satelit GPS constă în principal din:
- unitatea de amplificare a datelor de navigaţie;
- două emiţătoare de navigaţie cu antene pe frecvenţele L1 şi L2;
- ceasuri atomice;
- memorie cu datele de navigaţie pentru 14 zile.

❖ *Structura semnalului GPS*

Sarcina principală a sateliţilor este de a emite semnale, care să poată fi recepţionate cu receptoare adecvate. Pentru aceasta fiecare satelit este prevăzut cu ceasuri (oscilatoare), un microprocesor şi o antenă. Asigurarea cu energie este realizată de baterii solare.
Satelitul GPS are un oscilator de înaltă precizie cu frecvenţa fundamentală de 10.23Mhz (banda L de frecvenţe).
Toate celelalte frecvenţe derivă din aceasta:
- L1 la 1575.42 MHz $\lambda = 19$ cm
- L2 la 1227.60 MHz $\lambda = 24$ cm

Semnalul de navigaţie actual constă în: unda purtătoare din banda L modulată cu codul P sau cu codul C/A(S) şi mesajul de navigaţie.
Codul are caracteristicile unui zgomot aleator, dar este de fapt un cod binar generat cu un algoritm matematic şi de aceea este denumit "zgomot pseudo-aleator" (PRN – Pseudo Range Noise). Codul P şi codul C/A sunt defazate cu 90° unul faţă de celălalt.
Codul C/A se repetă la fiecare 1ms, pe când codul P are o perioadă de 267 zile. Această secvenţă de 267 zile este divizată astfel încât fiecărui satelit îi este asociată o porţiune unică de o săptămână din cod, care nu se suprapune cu nici o altă secvenţă a altui satelit. Pentru măsurarea precisă a timpului, fiecare satelit conţine câteva oscilatoare de înaltă precizie, cu un grad de stabilitate de ordinul 10-14. (tabelul 2.1).

Tabel 1.1 Tipuri de ceasuri

Ceas	Δf/f
Rubidiu	10-11 - 10-12
Cesiu	10-12-10-13
Hidrogen-maser	10-14-10-15

f = frecvenţa oscilatorului

Sarcina principală a sateliţilor este de a emite semnale satelitare, care să poată fi recepţionate de receptoare adecvate. La modul general, există două tipuri de semnale: militare şi civile. Semnalele militare sunt criptate şi accesibile doar utilizatorilor autorizaţi. Pe de altă parte, semnalele civile sunt accesibile tuturor utilizatorilor sistemului. Toate semnalele satelitare de navigaţie au la bază o frecvenţă nominală de 10.23 MHz. Această frecvenţă este totuşi redusă în mod intenţionat, cu aproape 0.005 Hz, pentru compensarea efectelor relativiste. Din momentul în care a devenit operaţional, sistemul GPS a emis semnale satelitare pe două frecvenţe de undă purtătoare în banda L, cunoscute sub numele de L1 şi L2, obţinute prin multiplicarea frecvenţei fundamentale cu multipli întregi (Tabelul 1.1).

Faza de modernizare a sistemului GPS, implementează o a treia frecvenţa (L5), plus alte câteva semnale de navigaţie pe toate frecvenţele, atât civile cât şi militare. Implementarea unei a treia frecvenţe este importantă din două aspecte.

În timp ce combinaţia liniară de măsurători între L1 şi L5 este avantajoasă pentru determinarea corecţiilor ionosferice, combinaţia liniară între L2 şi L5 este utilă în fixarea ambiguităţilor măsurătorilor de fază.

Tabelul 1.2: Frecvenţele de undă purtătoare şi tipuri de semnale satelitare folosite de sistemul NAVSTAR

Undă purtătoare	Factor	Frecventă [Mhz]	Lungime de undă	Cod PRN	Rata cip [Mcps]	Data rate	Tipul de modulație
f_0	1	1023.00	29.3				
L1	154	1575.42	19.0	C/A P(Y) M L1C	1.023 10.23 5.115 1.023	50/50 50/50 NP 100/50	BPSK(1) BPSK(10) BOC(10,5) MBOC(6,1,1/11)
L2	120	1227.6	24.4	P(Y) L2C M	10.23 1.023 5.115	50/50 50/25 NP	BPSK(10) BPSK(1) BOC(10,5)
L5	115	1176.45	25.5	L51 L5Q	10.23 10.23	100/50 NP	BPSK(10) BPSK(10)

În algoritmul de calcul al pseudodistanţelor se utilizează coduri pseudoaleatoare, numite coduri PRN, ce sunt modulate pe undele purtătoare ale semnalelor. În cadrul sistemului GPS, se pot identifica următoarele coduri:
- Codul C/A (Coarse/Acquisition) are o frecvenţa de 1.023 MHz şi o lungime de undă de aproximativ 300 m. Acest cod este accesibil tuturor utilizatorilor civili şi este modulat doar pe purtătoarea L1 (nefiind astfel posibilă eliminarea erorii de refracţie ionosferică).
- Codul P (precision-code) are o frecvenţă de 10.23 MHz şi o lungime de undă de aproximativ 30 m, fiind rezervat utilizatorilor autorizaţi. Folosit în operaţia de poziţionare, oferă soluţii de 10 ori mai precise în comparaţie cu codul C/A. Spre deosebire de codul C/A, codul P este modulat pe ambele purtătoare Ll şi L2. Priu urmare, receptoarele cu dublă frecvenţă oferă posibilitatea eliminării erorii de refracţie ionosferică. Pentru a asigura cerinţele militare, codul P este reconfigurat cu un cod W. Noul cod rezultat se numeşte codul Y şi este accesibil numai utilizatorilor militari, care dispun de coduri de decriptare.
- Codul L2C este un nou semnal civil transmis începând cu sateliţii din generaţia Block IIR
M. Implementarea acestuia are rolul, în primul rând, de a îmbunătăţi soluţiile de navigaţie. Spre deosebire de Codul C/A, L2C conţine două coduri distincte de lungimi diferite. Codul L2CM (Civilian Moderate) este de lungime moderată şi se repetă la fiecare 20 ms, în timp ce codul L2CL (Civilian Long) este de 75 de ori mai lung şi se repetă la fiecare 1.5 secunde. Totuşi cele două coduri sunt îmbinate (multiplexate) şi formează un singur semnal.
- Codul M (military-code) este un nou cod militar a cărui transmisie a început odată cu lansarea sateliţilor Block IIR-M. Acest cod este destinat pentru îmbunătăţirea securităţii accesului utilizatorilor militari. Spre deosebire de codul P(Y), codul M este

proiectat pentru a fi autonom, ceea ce înseamnă că utilizatorul îşi poate calcula poziţia folosind doar acest cod. Codul M este modulat, pe ambele purtătoare Ll şi L2.
- Codul L5C (safety-of-life-code) este preconizat de a fi transmis odată cu lansarea primului satelit Block IIF. Acest cod are avantajul de a oferi o mai bună rezistenţă la interferenţa cu alte semnale. Prin urmare, semnalul este util în special serviciilor de siguranţă. La 24 martie 2009, semnalul L5C a fost demonstrat cu succes odată cu lansarea celui de-al şaptelea satelit din generaţia Block IIR-M.
- Codul L1C va fi un semnal civil emis pe frecvenţa Ll. Acesta va fi al patrulea semnal civil şi va avea rolul de a îmbunătăţi performanţele codului C/A.
Întregul mesaj este divizat în 5 subsegmente, fiecare constând în zece cuvinte. Fiecare cuvânt are 30 biţi fiecare.
Subsegmentul 1: conţine parametri de corecţie de ceas pentru a da utilizatorului informaţii despre corecţia de timp GPS şi coeficienţii unui model de propagare prin ionosferă pentru utilizatori monofrecvenţă.
Subsegmentul 2-3: conţine efemeridele satelitului precalculate din informaţiile staţiilor terestre de urmărire. Pe baza acestor parametri se poate calcula poziţia satelitului, într-un sistem geocentric de coordonate.
Efemeride transmise (broadcast) – sunt calculate pe baza observațiilor effectuate în cele 5 stații ale segmentului de control al sistemului. Responsabilitatea calculării acestor efemeride și transmiterea lor spre sateliți, revine stației „Master Control Station”. Datele cele mai recente sunt folosite pentru calcularea unei orbite de referință. Împreună cu alte date înregistrate, orbitele de referință sunt extrapolate prin intermediul unui filtru Kalman, care apoi sunt transmise de 3 ori pe zi spre sateliți. Aceste orbite au o precizie de cca 5m dacă actualizarea s-a realizat de trei ori pe zi, sau de cca 10m, dacă actualizarea s-a realizat doar o singură dată.
Efemeridele transmise spre sateliți sunt parte componentă a mesajului de navigație și conțin: informații generale, informații orbitale și informații privind funcționarea ceasurilor din sateliți. Parametrii conținuți în blocul de informații orbitale sunt: momentul de referință, 6 parametrii care descriu orbita kepleriană la momentul de referință, trei termeni cu corecții seculare și 6 termeni cu corecții periodice. Termenii de corecție descriu efectele perturbatoare generate de nesfericitatea Pământului, influența directă a mareelor și influența presiunii radiațiilor solare. Efemeridele sunt transmise la fiecare oră, utilizarea lor recomandându-se până la 4 ore după momentul de referință la care ele sunt raportate.
Subsegmentul 4: este rezervat pentru mesaje alfanumerice ale unor aplicaţii viitoare.
Subsegmentul 5: conţine datele de almanah pentru un satelit. Acest subsegment conţine în mod succesiv almanahul a 25 sateliţi. Culegerea unui almanah complet necesită maximum 12,5 minute.
Almanahul- cuprinde un set de date de precizie scăzută, care permitecalculul vizibilității sateliților în diferite puncte de pe glob. Almanahul este actualizat la fiecare 6 zile. În esență el cuprinde corecții pentru parametrii orbitali ai sateliților și a ceasurilor din sateliți.

GPS (Navstar) ALMANAH-Exemplu

PRN	Date	t	e	i	dW/dt	A	LW	w	m	af0	af1
01	13.10.13	589824	0,00244	55,02345	-4,58385E-7	26559,90097	132,39794	23,85868	-158,45873	8,58307E-5	0,00000E0
02	13.10.13	589824	0,01267	53,79161	-4,70172E-7	26560,42942	130,97682	-146,07619	-110,19354	4,55856E-4	0,00000E0
03	13.10.13	589824	0,01672	53,61239	-4,72792E-7	26560,30863	63,80934	77,03815	-101,01729	2,74658E-4	3,63798E-12
04	13.10.13	589824	0,01065	53,73702	-4,70827E-7	26559,17121	131,90947	59,61431	77,93763	1,90735E-6	0,00000E0
05	13.10.13	589824	0,00336	54,34985	-4,45289E-7	26560,44452	-167,95686	17,33224	19,02375	-3,98636E-4	0,00000E0
06	13.10.13	589824	0,00816	53,98421	-4,70827E-7	26559,76508	68,42624	-12,24113	3,63948	1,09673E-4	1,45519E-11
07	13.10.13	589824	0,00700	55,84605	-4,58385E-7	26559,75502	-46,50695	-163,59398	170,02418	2,70844E-4	3,63798E-12
08	13.10.13	589824	0,01350	57,16510	-4,40705E-7	26559,99659	-41,09277	-161,47512	137,41798	8,58307E-6	0,00000E0
09	13.10.13	589824	0,01682	56,33735	-4,52492E-7	26560,27843	-47,77553	99,43487	-122,36270	2,76566E-4	0,00000E0
10	13.10.13	589824	0,01297	54,05219	-4,49218E-7	26559,83554	-166,89340	47,24711	34,13978	-9,82285E-5	0,00000E0
11	13.10.13	589824	0,01471	50,94615	-5,07498E-7	26559,68959	114,76469	70,40794	-176,29254	-4,30107E-4	0,00000E0
12	13.10.13	589824	0,00453	56,48772	-4,25644E-7	26560,69113	14,21691	19,13284	152,41466	1,62125E-4	0,00000E0
13	13.10.13	589824	0,00502	56,13238	-4,62314E-7	26559,98149	-101,88369	126,22864	-55,55812	6,77109E-5	-3,63798E-12
14	13.10.13	589824	0,00743	55,71078	-4,65589E-7	26558,75349	-103,62019	-114,39162	-40,71241	2,12669E-4	0,00000E0
15	13.10.13	589824	0,00568	53,80156	-4,83269E-7	26558,80382	-109,62356	9,51231	-68,02668	-1,42097E-4	0,00000E0
16	13.10.13	589824	0,00710	56,52514	-4,24334E-7	26560,57537	15,27338	7,76594	28,13139	-2,43187E-4	0,00000E0
17	13.10.13	589824	0,00861	55,36265	-4,57076E-7	26559,94123	74,55719	-125,36544	-26,42120	-3,24249E-5	-3,63798E-12
18	13.10.13	589824	0,01458	53,12247	-4,58385E-7	26559,53357	-167,98825	-118,89576	60,86273	2,79427E-4	0,00000E0
19	13.10.13	589824	0,00958	55,20026	-4,61005E-7	26560,50491	77,50975	22,47743	-75,43258	-4,11987E-4	0,00000E0
20	13.10.13	589824	0,00568	53,17191	-4,57076E-7	26559,69966	-171,03966	73,80255	88,34430	1,29700E-4	0,00000E0
21	13.10.13	589824	0,02063	53,38477	-4,71482E-7	26559,08062	132,06468	-120,18633	119,35345	-3,24249E-4	0,00000E0
22	13.10.13	589824	0,00674	52,99441	-4,59695E-7	26559,56880	-167,85545	-116,90796	28,00419	1,89781E-4	0,00000E0
23	13.10.13	589824	0,00887	54,65884	-4,75411E-7	26559,47821	-107,13801	-161,24917	-98,94540	3,71933E-5	0,00000E0
24	13.10.13	589824	0,00118	54,89711	-4,70827E-7	26559,56880	-48,28090	5,85915	-129,48229	-1,52588E-5	0,00000E0
25	13.10.13	589824	0,00275	55,84605	-4,32847E-7	26560,30360	11,93156	40,76722	98,31847	1,58310E-4	0,00000E0
26	13.10.13	589824	0,02109	55,98544	-4,64279E-7	26559,93620	-102,33814	71,84250	-98,64564	2,46048E-4	1,81899E-11
27	13.10.13	589824	0,00046	55,05675	-4,61660E-7	26559,64933	72,02733	48,14640	-67,95683	-4,86374E-5	-3,63798E-12
28	13.10.13	589824	0,01889	56,43794	-4,24989E-7	26559,77012	15,62056	-100,84475	19,18764	3,01361E-4	0,00000E0
29	13.10.13	589824	0,00142	55,40110	-4,57076E-7	26558,57232	75,06653	-57,71363	138,84627	4,79698E-4	0,00000E0
30											
31	13.10.13	589824	0,00802	56,13135	-4,55766E-7	26560,05195	-46,21107	-41,86119	173,98046	3,28064E-4	0,00000E0
32	13.10.13	589824	0,01161	54,37869	-4,43979E-7	26558,85918	-162,86841	-15,27894	-159,52975	-5,38826E-4	3,63798E-12

PRN-Pseudo Range Number;
Date - Base date (UTC);
t – Timpul de referință (sec);
e – Excentricitatea;
i – Înclinația orbitală (grade);
dΩ/dt – Rata ascensiunii drepte W(grade/sec);
A-Semiaxa mare (km);
LΩ – Longitudinea nodului ascedent (grade) pe 00h.00min.00sec;
base date ω – Argumentul perigeului (grade);

m- Anomalia mea (grade);
af0 – Corecția ceasului(sec);
af1 – Rata corecției ceasului af0 (sec/sec).

Măsurarea cu codul P pe ambele frecvenţe permite şi determinarea corecţiei de refracţie în troposferă. Absenţa codului C/A pe L2 este intenţionată şi este una din limitările impuse utilizatorilor neautorizaţi ai sistemului.
Codurile sunt mărci precise de timp care permit procesului intern al receptorului să calculeze momentul transmisiei semnalului satelitului.
Timpul de tranziţie este în fond reprezentat de "deplasarea" fazei între secvenţele identice de cod (P sau C/A) generate de către oscilatoarele receptorului şi satelitului.
Toate ceasurile satelitului sunt sincronizate cu timpul sistemului GPS. Dacă receptorul a fost echipat cu un ceas de înaltă precizie sincronizat cu timpul GPS, atunci el va măsura distanţa "adevărată".
Prin măsurări simultane de distanţe spre trei sateliţi, poziţia utilizatorului poate fi definită de intersecţia a trei sfere de rază cunoscută, centrate fiecare pe satelit, ale cărui coordonate sunt furnizate în mesajul de navigaţie.
În general, receptoarele sunt echipate cu ceasuri cu cristal care nu pot stabiliza timpul ca şi ceasurile stabile ale satelitului.
Implicit, distanţa măsurată va fi afectată de eroarea de ceas a receptorului.
Această cantitate măsurată este cunoscută ca ''pseudodistanță'' și de aceea utilizatorul trebuie să urmărească 4 sateliţi şi să rezolve 4 ecuaţii cu 4 necunoscute: componentele preciziei 3D(x, y, z) şi corecţia de ceas a receptorului (dT).

Segmentul de control

❖ Atribuţiile segmentului de control şi staţiile de control:

Segmentul de control are următoarele atribuţii:

- Calcularea efemeridelor sateliţilor;
- Determinarea corecţiilor pentru efemeridele satelitare (inclusiv implementarea tehnicilor SA şi AS la sistemul GPS);
- Menţinerea standardului de timp, prin supravegherea stării de funcţionare a ceasurilor satelitare şi extrapolarea mersului acestora;
- Transferul mesajelor de navigaţie spre sateliţi;
- Controlul integral al sistemului.

Datele de la staţiile de urmărire (staţii monitor), a căror poziţii sunt bine cunoscute, sunt transmise staţiei master.
Aici, orbitele sateliţilor sunt precalculate împreună cu corecţiile de ceas ale sateliţilor.
Aceste date sunt apoi transmise sateliţilor corespunzători formând o parte esenţială a mesajului satelitului. Sincronizarea timpului sateliţilor este una din funcţiile cele mai importante ale segmentului de control. De aceea, staţia master este conectată direct cu timpul standard al Observatorului Naval al USA din Washington D.C.
"Defense Mapping Agency" (D.M.A.) este serviciul care furnizează efemeride precise pentru sateliţii sistemului GPS pe o bază de calcul săptămânală. În prezent există şi alte

organizaţii care calculează efemeride precise ca de exemplu National Geodetic Survey din Rockville, Maryland etc.
D.M.A. operează cu 5 staţii monitor, distribuite global pentru a întări acoperirea sateliţilor furnizată de către cele 5 staţii monitor ale Forţelor Aeriene (U.S.A.F.). Aceste staţii sunt: Colorado Spring din Colorado care este staţia master (Master Control Station), Hawaii, Kwajalein (în insulele Marshall din Oceanul Pacific), Diego Garcia (insulă în Oceanul Indian) şi Ascension (insulă în sudul Ocenului Atlantic).
Sistemul de control include:

- Staţiile monitor care recepţionează mesajul de navigaţie;
- Staţiile master (de control) care prelucrează datele brute pentru a furniza;
- Poziţiile precise ale sateliţilor şi corecţiile de ceas;
- Staţiile care sunt folosite pentru actualizarea memoriei sateliţilor şi retransmiterea subsecventă a datelor de la satelit la utilizator.

Reţeaua de 5 staţii de urmărire furnizează observaţii pe care D.M.A. le utilizează în calculul orbitelor GPS.
Datele de la cele 5 staţii monitor ale U.S.A.F. sunt combinate cu datele de la cele 5 staţii monitor ale D.M.A.

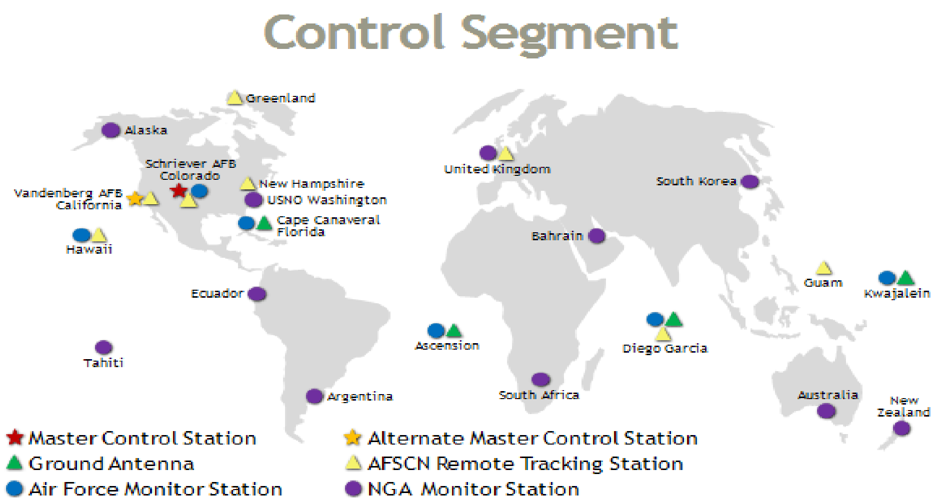


Figura 2.4 Poziţiile staţiilor de control şi monitor

Amplasarea acestor staţii monitor a ţinut cont de:

- Asigurarea acoperirii la latitudini mari în nordul şi sudul celor două emisfere;
- Asigurarea vizibilităţii spre orice satelit de la cel puţin 2 staţii monitor în orice moment;
- Asigurarea accesului în staţie pentru operare continuă şi întreţinerea echipamentului.

Vizibilitatea simultană a satelitului din două sau mai multe staţii asigură urmărirea continuă a acestuia chiar dacă una sau mai multe staţii nu funcţionează corespunzător.

În acelaşi timp, aceste observaţii asigură formarea diferenţelor simple sau duble pentru prelucrarea datelor.
Toate staţiile master au fost poziţionate în sistemul de coordonate WGS 84 cu ajutorul măsurătorilor Transit (Doppler).
Datumul sateliţilor este definit prin:
a) modele fizice(dinamice), cum este modelul adoptat al câmpului gravitaţional terestru, modele pentru forţele ce perturbã mişcarea sateliţilor şi constante fundamentale ca: viteza de rotaţie a Pãmântului, viteza luminii, etc.
b) modele geometrice, cum sunt coordonatele adoptate ale staţiilor de urmărire a sateliţilor utilizate în determinarea orbitelor şi modele ce descriu precesia, nutaţia, mişcarea polilor, etc.
Datumul sateliţilor este menţinut prin efemeridele acestora (coordonatele sateliţilor la un moment dat), exprimate într-un sistem de referinţă terestru.
Existã un număr de datumuri ale sateliţilor reflectând diferite combinaţii ale modelelor câmpului gravitaţional (constante geodezice asociate), modele ale mişcării de rotaţie a Pământului sau coordonatele staţiilor monitor care sunt utilizate.
Fiecare datum poate să difere de sistemul de referinţă terestru convenţional (CTRS) în orientare, în localizarea originii şi în scară.
Efemeridele difuzate şi cele post calculate sunt determinate în sistemul geocentric WGS`84.

❖ Politica de siguranţă a sistemului GPS:

D.o.D. îşi rezervă toate drepturile asupra întregului sistem GPS, fără să comunice în prealabil utilizatorilor unele carenţe de utilizare.
Tehnica SA (Selective Availability) – este o reducere voită a preciziei pentru poziţionarea în timp real, deci influenţează mai ales navigaţia în timp real. Diminuarea preciziei este realizată pe de o parte prin manipularea controlată a ceasului din sateliţi (procesul dither), când se produc erori controlate de perioadă lungă şi scurtă în toate mărimile măsurabile (coduri şi purtătoare), iar pe de altă parte printr-o denaturare controlată a efemeridelor transmise (procesul epsilon). Mărimea denaturării controlate a datelor poate fi dirijată de segmentul de control al sistemului. Fără tehnica SA activată, se estimează că precizia poziţionării în timp real cu codul C/A este de 15 – 30 m. Cu tehnica SA activată potenţialul de precizie se reduce la cca. 100 m în poziţie planimetrică şi cca. 140 m în poziţie altimetrică. Deşi uneori tehnica SA este dezactivată pentru o perioadă de timp, utilizatorul trebuie să procedeze în permanenţă ca şi cum ar fi activă. În mod oficial tehnica SA a fost implementată pentru prima dată la 25 martie 1990 la toţi sateliţii din generaţia „Block II”.
Tehnica A-S (Anti - Spoofing) – produce o recodificare a codului P.
Noul cod rezultat se numeşte codul Y şi este accesibil numai unui grup restrâns de utilizatori autorizaţi. Navigaţia în timp real cu codul P este substanţial mai precisă faţă de navigaţia cu codul C/A şi poate aduce avantaje substanţiale în cazul unei conflagraţii. Acesta a fost motivul principal pentru care s-a recodificat codul P. Iniţial era planificat ca tehnica A-S să fie activă după atingerea fazei finale din punct de vedere militar când segmentul spaţial era prevăzut numai cu sateliţi din generaţia „Block II”.

Segmentul utilizator

Segmentul utilizator include diferite tipuri de receptoare şi echipament periferic, necesare pentru operaţiile de teren ale receptoarelor GPS şi pentru prelucrarea datelor cu Programul de post procesare GPS (GPPS).

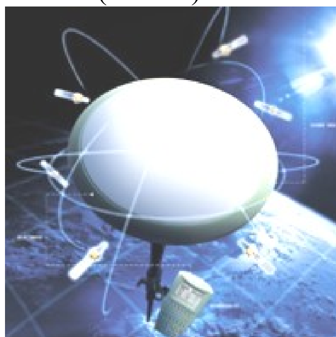


Figura 2.5 Segmentul utilizator

❖ Receptoarele GPS

Receptoarele sunt componentele principale ale segmentului utilizator şi cuprind: receptorul GPS propriu-zis; antena: platforma antenei şi preamplificator; cablu conector; apărători împotriva semnalelor reflectate; cabluri (10, 20, 30m)→ baterie (internă şi/sau externă) şi bastoane de măsurare a înălţimii antenei.

Antenele receptoarelor GPS pot fi: antene monopol; antene helix; antene spiral-helix şi antene microstrip (cu bandă îngustă).

Echipamentul periferic al segmentului utilizator constă în: calculatoare ce au implementate softuri specifice; imprimante; dischete, etc.Acest echipament periferic este necesar pentru prelucrarea datelor şi listarea rezultatelor într-o formă adecvată, cât şi pentru stocarea informaţiilor.

Antena recepţionează semnalele de la sateliţii vizibili, punctul de referinţă fizic pentru semnalele recepţionate fiind centrul de fază, care poate să difere faţă de centrul geometric al antenei. Poziţia centrului de fază depinde de modul de construcţie al antenei şi variază în funcţie de direcţia de incidenţă a semnalelor satelitare.

Semnalele sunt transmise mai întâi la amplificatorul de semnal şi ulterior la unitatea de înaltă frecvenţă ca unitate efectivă de recepţie. Aici semnalele sunt identificate şi apoi prelucrate. La majoritatea receptoarelor semnalele recepţionate de la un satelit sunt dirijate spre un canal unic de recepţie. Întreaga instalaţie de recepţie este coordonată de un microprocesor, care asigură şi stocarea datelor şi efectuează calculele pentru o poziţionare în timp real. Printr-o unitate de control, care în esenţă constă dintr-o tastatură şi un monitor, utilizatorul poate comunica cu receptorul. În memoria receptorului sunt înregistrate măsurătorile şi mesajele de navigaţie. Alimentarea cu energie electrică poate fi efectuată fie direct de la reţea, fie prin baterii externe.

Scopul prelucrării semnalului constă în a determina timpul de propagare a semnalului prin intermediul codului C/A sau P(Y), să decodifice semnalul de navigaţie şi să

reconstruiască unda purtătoare a semnalului. Dacă un receptor poate să înregistreze numai codurile şi mesajele de navigaţie, se vorbeşte de receptoare de navigaţie.
Pentru scopuri geodezice sunt necesare receptoare care pe lângă înregistrarea timpului de propagare mai permit şi măsurători de fază pe unda purtătoare. Aici se poate face din nou o diferenţiere între receptoarele care operează pe o singură frecvenţă şi receptoarele care operează pe ambele frecvenţe.

3. SCĂRI DE TIMP UTILIZATE ÎN GEODEZIA CU SATELIŢI

Timpul reprezintă forma fundamentală de existenţă a materiei în mişcare.
În general, pentru stabilirea unei scări uniforme de timp, faţă de care să se raporteze observaţiile, este necesar să se definească două mărimi: unitatea de măsură pentru timp (secunda sau ziua) şi epoca sau originea timpului ales.
Deci, trebuie să raportăm data anumitor evenimente la o epocă sau origine determinată, cu alte cuvinte să situăm această dată într-o scară de timp.
Scara de timp este constituită din originea axei timpului, definită şi recunoscută internaţional, o unitate de măsură (secunda) şi un sens. În acest scop, pentru a măsura un interval de timp, se poate utiliza perioada de vibraţie continuă şi regulată a unui instrument de măsurat.
În trecut unitatea de măsură, secunda, s-a bazat pe rotaţia Pământului în jurul axei sale, astăzi, ea bazîndu-se pe frecvenţa naturală a unui element chimic.
De asemenea, timpul are o importanţă deosebită în geodezia satelitară, datorită faptului că poziţia unui satelit şi coordonatele punctelor de pe suprafaţa Pământului, sunt funcţii de timp din cauza rotaţiei Pământului.
Odată cu dezvoltarea tehnologică, fenomenele de precesie şi nutaţie care influenţează cel mai mult rotaţia diurnă a Pământului, au început să se cunoască cât mai exact, acestea având repercursiuni remarcabile în definirea timpului şi a sistemelor de coordonate.
În geodezia cu sateliţi, întîlnim trei sisteme de timp care vor fi prezentate ulterior:
- **timp dinamic**
- **timp atomic**
- **timp sideral**

În geodezia satelitară, la o eroare de poziţie de 1 cm corespund erori de timp, funcţie de timpul utilizat:
- pentru timpul sideral, adică rotaţia Pământului, eroarea de timp este ≤ 2×10-6s
- pentru timpul atomic, adică pentru propagarea semnalelor, eroarea de timp este ≤ 1×10-10s
- pentru timpul dinamic, mişcarea orbitală, eroarea de timp este ≤ 1×10-6s

3.1. TIMP DINAMIC

Timpul dinamic reprezintă scara de timp uniformă care descrie mişcarea corpurilor întrun sistem de referinţă specificat şi care se mişcă conform unei teorii gravitaţionale (teoria generală a relativităţii sau mecanica newtoniană). Legat de teoria relativităţii timpul dynamic depinde de sistemul de coordonate utilizat ca sistem de referinţă.
De asemenea, timpul dinamic este utilizat pentru **generarea efemeridelor unui satelit GPS** (descrierea mişcării sateliţilor), fiind dat de mişcarea orbitală a Pământului în jurul Soarelui şi făcînd legătura între timpul efemeridelor (TE) şi scara de timp dată de fizică atomică terestră.

Astfel, în astronomie ecuaţiile de mişcare se raportează la baricentrul sistemului solar iar timpul (utilizat în ecuaţiile mişcării) măsurat într-un sistem aproape inerţial care are originea în centrul de masă al sistemului solar (baricentru) se numeşte timp dinamic baricentric, abreviat TDB.
De exemplu, un ceas fix pe Pământ va avea variaţii periodice cu ecartul sub 1.6 ms faţă de TDB, datorită mişcării Pământului în câmpul gravitaţional al Soarelui. Uneori, în descrierea mişcării orbitale a sateliţilor din apropierea Pământului (cu orbite joase), nu este nevoie să utilizăm TDB, deoarece atit satelitul cît şi Pământul sunt influenţate de aceleaşi perturbaţii.
De asemenea, timpul utilizat în **calculul orbitelor sateliţilor** se numeşte timp dynamic terestru, abreviat TDT şi reprezintă scara uniformă de timp pentru mişcarea în câmpul gravitaţional terestru, scară ce se raporteză la centrul de masă al Pământului. TDT este o scara de timp „idealizată" uniformă, care pentru corpurile din sistemul solar reprezintă scara efemeridelor aparente geocentrice, pe cînd timpul atomic international (TAI) este o scară de timp "statică" care se bazează pe funcţionarea unui număr de orologii de pe suprafaţa Pământului, servind la definirea practică a TDT. Astfel TDT s-a legat de TAI cu scopul de a fi utilizat foarte uşor cu timpul universal coordonat, care se bazează de asemenea pe S.I. (Sistem Internaţional).
Deoarece secunda SI s-a utilizat şi în scara timpului dinamic terestru, introdusă la 1.01.1984, diferenţa între cele două scări TAI şi TDT este constantă şi exprimată prin relaţia:

$$TDT = TE = TAI + 32s.184 \qquad (3.1)$$

Introducerea TDT ca şi legătura între TAI şi TDT s-a realizat cu scopul continuităţii cu scara de timp a efemeridelor (TE), care a fost dedusă din mişcarea Lunii în jurul Pământului.
La momentul introducerii TDT, diferenţa între TDT şi TAI era egală cu diferenţa estimată între TE şi TAI.
Inainte de timpul dinamic baricentric (TDB), s-a utilizat timpul efemeridelor TE. TDB corespunde cu timpul coordonat fiind obţinut din mişcări orbitale raportate la baricentrul sistemului solar iar TDT corespunde cu timpul propriu, mişcările orbitale în acest caz raportîndu-se la geocentru.
In anul 1991, Uniunea Astronomică Internaţională (IAU) a stabilit că timpul dinamic pentru mişcările planetare este identic cu scara de timp a fizicii atomice terestre. În general, timpul determinat din ecuaţiile de mişcare ale Soarelui, Lunii şi planetelor ar putea diferi de timpul determinat din fenomene fizice terestre, dar, deocamdată, determinările observaţionale nu sunt destul de precise pentru a scoate în evidenţă astfel de diferenţe.

3.2. TIMP SIDERAL

Timpul sideral este definit ca fiind unghiul orar al punctului vernal, eliberat de mişcările de precesie şi nutaţie, reprezentînd de asemenea o măsură a rotaţiei Pământului.

In acest moment toate observatoarele astronomice sunt dotate cu orologii siderale de mareprecizie. Timpul sideral reprezintă o măsură a rotaţiei Pământului şi poate fi determinat din observaţii asupra obiectelor cereşti.
Ca măsură a timpului sideral avem timpul sideral aparent Greenwich (GAST), definit ca unghiul orar al echinocţiului adevărat (punct vernal adevărat), şi care reprezintă intersecţia ecuatorului adevărat cu ecliptica adevărată. Se ştie că poziţia punctului vernal adevărat este afectată de nutaţia axei de rotaţie a Pământului, aceasta introducînd în măsurarea intervalelor de timp sideral aparent unele inegalităţi.
De asemenea, întîlnim timpul sideral mijlociu (GMST) definit prin intermediul mişcării diurne a punctului vernal mijlociu, afectat numai de precesia axei de rotaţie a Pământului, timpul sideral local care este raportat la meridianul locului şi timpul sideral Greenwich.
Datorită mişcării punctului vernal, care este dependent de poziţia axei de rotaţie a Pământului, trebuie să se aplice o corecţie zilei siderale pentru a se ajunge la punctul vernal mijlociu, rezultînd, bineînţeles, o zi siderală medie. Diferenţa între GAST şi GMST se numeşte ecuaţia echinocţiilor, abreviată Eq.E, conform figurii 3.1.

$$Eq.E = GAST - GMST \tag{3.2}$$

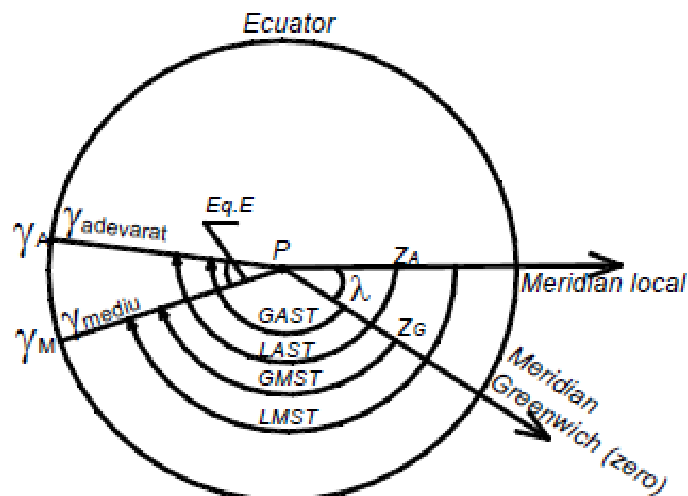


Figura 3.1 Timp sideral

Conform figurii 3.1 avem următoarele notaţii:
γA - punct vernal adevărat (afectat de precesie şi nutaţie)
γM – punct vernal mijlociu (afectat de precesie)
zG – zenitul la Greenwich
zA – zenitul locului sau a observatorului
λ - longitudinea între meridianul local şi meridianul Greenwich
GAST – timp sideral aparent Greenwich
LAST – timp sideral aparent local

GMST – timp sideral mijlociu Greenwich
LMST – timp sideral mijlociu local
Timpul sideral la Greenwich la ora zero UT, adică la miezul nopţii, se calculează prin intermediul relaţiei:

$$GMST = 6h41m50s,5481 + 8640184s,812866T + 0s,093104T^2 - 6s,2\times10^{-7}T^3 \quad (3.3)$$

Unde:
T – intervalul de timp exprimat în secoli Julieni cuprins între ora zero UT la data calendaristică respectivă şi ora zero de timp universal standard J2000;
UT este baza timpuluicivil, fiind legat de mişcarea diurnă mijlocie a Soarelui.
Se ştie că timpul sideral şi universal nu au o scurgere uniformă, cauza principală fiind viteza unghiulară a Pământului, care nu este constantă.
In general, fluctuaţiile vitezei unghiulare se datorează variaţiilor momentului polar date dedistribuţia maselor şi oscilaţiilor axei de rotaţie a Pământului. Astfel, timpul universal UTcorectat de mişcarea polară este UT1 şi cunoscut ca Greenwich Mean Time (GMT), fiind influenţat de uşoarele variaţii în rotaţia Pământului (mişcarea polilor). UT1 este obţinut din analiza observaţiilor asupra mişcării diurne a stelelor, realizate de IERS, şi se poate exprima în legătură cu UTC, prin relaţia:

$$UT1=UTC+\Delta UT1 \quad (3.4)$$

Corecţia $\Delta UT1$ este transmisă codat în semnalele de timp receptionate, UTC fiind menţinut faţă de UT1 la o diferenţă de 0.90 secunde, în valoarea absolută prin introducerea (repetarea) secundei de salt, care a fost descrisă şi la subcapitolul „timp universal coordonat”.
UT1 este scara de timp fundamentală în astronomia geodezică, geodezia satelitară şi navigaţie, scară de timp bazată pe rotaţia Pământului in jurul axei sale. UT1 este hotărîtor pentru determinarea de poziţii prin observaţii astronomo-geodezice deoarece corespunde vitezei unghiulare reale a rotaţiei sistemului de coordonate convenţional terestru.
UT1 este legat de TAI, timp definit de un număr mare de ceasuri cu cesiu în diferite laboratoare şi care a fost egală cu UT1 la 1 ianuarie 1958, existînd o diferenţă între ele datorită micşorării vitezei de rotaţie a Pământului. Aceste diferenţe au fost puse în evidenţă în cursul anilor, conform următoarelor relaţii (vezi explicaţii în subcap. TAI):

TAI-UT1=+6.1 s - 1 Ianuarie 1968
TAI-UT1=+16.4 s - 1 Ianuarie 1978
TAI-UT1=+23.6 s - 1 Ianuarie 1988 (3.5)
TAI-UT1=+24.7 s - 1 Ianuarie 1990
TAI-UT1=+26.1 s - 1 Ianuarie 1992

3.3. TIMP ATOMIC

3.3.1. Timpul atomic internaţional (TAI)

Timpul atomic reprezintă baza unei scări de timp uniforme şi este menţinut de ceasurile atomice. Scara de timp fundamentală este reprezentată de Timpul Atomic Internaţional (TAI), adoptat ca sistem de referinţă de timp mondial, fiind foarte important pentru instrumentele de măsurat timpul terestru.
TAI este o scară de timp precisă şi uniformă necesară pentru măsurători precise de timp, timp necesar parcurgerii semnalului satelitar de la satelit la receptor, fiind legată de fenomenele fizicii nucleare.
TAI corespunde necesităţilor de precizie fiind baza pentru creearea şi interpolarea altor scări de timp, avînd o stabilitate a frecvenţei, pe perioade foarte lungi.
Se ştie că acest timp atomic este ţinut de Serviciul Internaţional de Rotaţie a Pământului şi de Biroul Internaţional de Măsuri şi Greutăţi din Paris iar unitatea de timp foarte precisă aferentă acestuia, este secunda atomică, care este definită în sistemul internaţional ca fiind durata a 9192631770 perioade ale radiaţiei emisă de atomul de cesiu 133 cînd starea de bază trece de la un hipernivel la altul, neexcitat din exterior.
Astfel, la 1.01.1958 ora 0h, s-a ales arbitrar ca originea (epoca) acestei scări de timp atomic să corespundă cu timpul universal (UT). În timp, s-a modificat diferenţa între ele din cauza vitezei de rotaţie lente a Pământului, deci a nesincronizării timpului universal (care se raportează la rotaţia Pământului) cu timpul atomic (se raportează legilor naturii, care generează tranziţia între nivelele de energie a atomilor, fiind o scară de timp continuă), ajungîndu-se la 1.01.1986 la valoarea de 22,7 secunde, exprimată prin următoarea formulă:

$$TAI - UT1 = 22{,}7\ s \qquad (3.6)$$

Diferenţa între TAI şi UTC este de 32s:

$$TAI = UTC + 32s \qquad (3.7)$$

3.3.2. Timpul Universal Coordonat

UTC este scara de timp care rezolvă problema sincronizării între TAI (scară de timp continuă) şi rotaţia Pământului, şi este cunoscut ca GMT.
Deoarece rotaţia Pământului în jurul Soarelui, are o mişcare încetinită cu valoarea de 1 secundă pe an, în medie, TAI devine greu de sincronizat cu ziua solară. Astfel, pentru a rezolva această problemă s-a introdus Timpul Universal Coordonat (UTC), care e incrementat cu o secundă (secundă de salt), cînd este necesar, la sfîrşitul lui Iunie sau Decembrie în fiecare an.
UTC diferă de TAI printr-un număr întreg de secunde. Ca exemplu, în perioada iunie 1994 – decembrie 1995, a fost necesar să se adauge 29 secunde la UTC pentru a obţine TAI.

$$UTC = TAI - n \cdot (1s) \qquad (3.8)$$

Această secundă de salt, de fapt este o corecţie care se aplică diferenţei acumulate într-o anumită perioadă, între două scări de timp diferite (a se vedea exemplele de mai sus). Această inserare a unei secunde la anumite intervale de timp, nu indică o încetinire continuă a rotaţiei Pământului. Deoarece timpul rotaţional UT1 care se bazează pe rotaţia Pământului, rămîne în urmă cu 2 milisecunde de timp pe zi faţă de ceasul atomic care este considerat etalon, după 500 de zile, această diferenţă între timpul rotaţional şi atomic va creşte la 1 secundă. Deci, această diferenţă se corectează prin inserarea unei singure secunde în scara de timp atomică UTC pentru a o aduce cît mai aproape de scara rotaţională UT1, în limita de 0.9 secunde.

$$|UT1-UTC|<0^s.9 \quad (3.9)$$

Epoca fundamentală a sistemelor de referinţă cereşti este anul 2000, 1 Ianuarie ora 12 TDB.
In figura 3.2 axa verticală indică deplasările relative ale originilor scărilor de timp faţă de scara TAI. Scările UTC şi UT1 au aceeaşi origine cu scara de timp GPS. Trebuie ştiut că actualele semnale orare, emise în sistemul UTC pentru nevoile astronomiei geodezice şi geodeziei cu sateliţi se raportează la meridianul astronomic Greenwich BIH (planul origine al longitudinilor), deoarece valorile longitudinilor şi latitudinilor astronomice determinate în trecut prin raportarea la vechiul pol mijlociu CIO nu mai pot coincide cu valorile rezultate din determinările actuale raportate la noul pol mijlociu CTP. Timpul local diferă de UTC printr-un număr întreg de ore, funcţie de fusul orar în care se găseşte ţara respectivă.

3.3.3. Timpul GPS

Deoarece semnalele de timp transmise de sateliţi GPS sunt sincronizate cu ceasurile atomice de la Staţia de Control Master GPS din Colorado Springs, aceste ceasuri defines timpul GPS.
Precizia la nivel de milisecundă s-a realizat, odată ce s-au utilizat cristalele de cuarţ pentru măsurarea timpului. Creşterea preciziei măsurării timpului s-a obţinut cu ajutorul standardelor date de frecvenţele atomice, ştiindu-se că principiul fizic al timpului atomic se raportează la nivelele de energie atomică (nivele de tranziţie). Elementele utilizate pe acest principiu sunt rubidiu, cesiu sau hidrogen, iar caracteristicile de stabilitate al timpului atomic se bazează pe citarea raportului $\Delta f/f$, în care Δf reprezintă variaţia frecvenţei f. Caracteristicile de stabilitate pot fi pe termen scurt, mediu sau lung.
În acest scop, se prezintă în tabelul nr.1 stabilitatea zilnică şi timpul scurs (de ordinul a zeci de mii de ani), pentru că ceasul atomic să aibă o eroare de 1 secundă, presupunînd că stabilitatea frecvenţei rămîne aceeaşi.

Tabelul 3.1

Tip de ceas	*Frecvenţa oscilaţiei [GHz]*	*Stabilitatea / zi ($\Delta f/f$)*	*Perioadă necesară pierderii unei secunde*
Oscilator cu cristale din cuarţ	*1 005*	10^{-9}	*30 ani*
Rubidiu	*6 834 682 613*	10^{-12}	*30 000 ani*
Cesiu	*9 192 631 770*	10^{-13}	*300 000 ani*
Hidrogen	*1 420 405 751*	10^{-15}	*30 000 000 ani*

Trebuie să acordăm o atenţie deosebită şi erorilor de timp din cadrul tehnologiei GPS, deoarece timpul are un rol important în calitatea măsurătorilor. Se ştie că principiul sistemului GPS este măsurarea timpului, necesar ca semnalul electromagnetic să parcurgă distanţa de la satelit la receptor, avînd în vedere că o eroare de 10 nanosecunde în măsurarea timpului corespunde unei erori de poziţie de aproximativ 3 m. Fiecare satelit GPS , funcţie de generaţia în care a fost lansat, are mai multe ceasuri: cu cesiu, rubidiu sau hidrogen.

Sistemul GPS are de asemenea, propria lui scară de timp, care este legată de scara timpului atomic TAI, prin intermediul următoarei formule:

$$TAI=GPS+19s.00 \qquad (3.10)$$

U.S. Naval Observatory (USNO) a referit timpul GPS la UTC, fiind setat la UTC la ora 0 pe 6 ianuarie 1980, sau altfel spus, la epoca standard GPS 6d.0 Ianuarie 1980, şi nu este incrementat prin nici o secundă.

In Decembrie 1994 diferenţa între GPS şi UTC a fost de 10 secunde:

$$GPS=UTC+10s.00 \qquad (3.11)$$

In Februarie 2005 diferenţa a crescut la 13 secunde:

$$GPS=UTC+13s.00 \qquad (3.12)$$

GPS are un sistem orar propriu care fireşte este în legătură strânsă cu celelalte noţiuni de timp:

Universal Time (Timpul Universal- **U.T.**)

Este definiţia clasică a timpului, legată de mişcarea de rotaţie a Pământului, este timpul solar mediu al meridianului origine Greenwich. Datorită rotaţiei neuniforme a Pământului şi valoarea U.T. este neuniformă.

International Atomic Time (Timpul Atomic- **T.A.I**)

Se menţine luând în considerare datele globale ale ceasurilor atomice ce funcţionează în staţiile de referinţă. Scurgerea timpului atomic este uniformă.

Universal Time Coordinated (Timpul Universal Coordonat- **U.T.C.**)
Datorită rotaţiei neuniforme a Pământului, U.T. şi T.A.I. diferă din ce în ce mai mult. U.T.C. asigură concordanţa între ele, menţionând mereu diferenţa sub 1 secundă cu saltul regulat de 1 secundă. Despre acesta ne înştiinţează publicaţia Bulletin C a IERS (Serviciul de Rotaţie a Pământului).

$TAI=UTC + 1^{s}.00*n$ n=28(1993 iulie) (3.13)

Timpul GPS este un timp atomic cu scurgere uniformă şi cu valoare de precizie sub 500 nsec. Timpul GPS în 5 ian.1980 ora $0.^{00}$ a coincis cu UTC.

$TAI=GPS + 19.^{s}00$ (3.14)

Epoca GPS începe în **5 ian.1980 ora 0^{h}.00** sâmbăta. Calendarul GPS este împărţit în săptămâni pornind de la "epoca origine" zilele fiind numerotate de la 0 - 6.

3.4 ASPECTE RELATIVISTE ASUPRA ÎNREGISTRĂRII TIMPULUI

O consecinţă ce rezultă din teoria relativistă a lui Einstein constă în faptul că se poate admite un timp absolut aşa cum prevedea fizica Newtoniană. Ar exista un timp absolut dacă două fenomene s-ar realiza fie concomitent, fie la un anumit interval de timp iar relaţia de timp între fenomene ar fi independentă de măsurarea timpului celor două fenomene.

Einstein a demonstrat că un timp cu astfel de proprietăţi poate să apără numai într-un sistem inerţial special, însă la timpii inerţiali realizaţi în sisteme inerţiale, care se mişcă unele faţă de celelalte chiar la alegerea unor ceasuri identice, timpul este diferit între cele două sisteme. În plus timpul mai este influenţat şi de câmpul gravitaţional în care are loc măsurarea lui (timpului).

Pentru un ceas montat într-un satelit rezultă câteva efecte care se anulează reciproc într-o oarecare măsură.

- ceasurile satelitare datorită vitezei satelitului faţă de Pământ, au un mers mai încet decât ceasurile de pe Pământ).
- ceasurile atomice din satelit funcţionează mai rapid decât ceasurile atomice de pe Pământ datorită slăbirii câmpului gravitaţional al Pământului comparativ cu ceasurile aflate pe sol.

Diferenţa concretă a situaţiei timpului depinde de fiecare satelit în parte (de exemplu, la un satelit geostaţionar dar câmpul gravitaţional mai slab al Pământului joacă un rol important).

Efectele amintite sunt destul de reduse însă ele trebuie luate în considerare în cazul sistemelor de navigaţie GPS deoarece măsurării timpului i se acordă o atenţie deosebită.

4. ORBITA SATELIȚILOR ȘI SEMNALELE SATELITARE

4.1 ORBITA ȘI MIȘCAREA ORBITALĂ A SATELIȚILOR

4.1.1 Orbita sateliților

Planul orbitei unui satelit trece prin centrul Pământului, indiferent de forma orbitei.

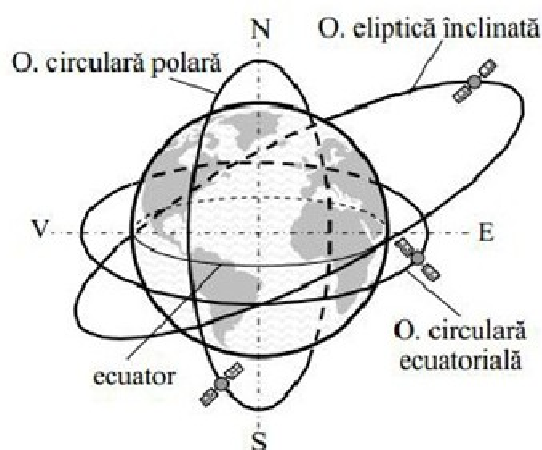


Figura 4.1 Tipuri de orbite

Orbitele sateliților sunt caracterizate de următorii parametri:

- Înclinarea orbitei – unghiul dintre planul orbitei și planul ecuatorial;
- Forma orbitei;
- Altitudinea orbitei.

În funcție de înclinarea orbitei avem următoarea clasificare:

- Orbita înclinată: reprezintă orbita a cărei înclinare în raport cu planul ecuatorial nu este 0^0;
- Orbita polară: reprezintă orbita care trece deasupra sau aproape deasupra ambilor poli ai Pământului la fiecare revoluție și atunci are o înclinare de sau aproape de 90^0;
- Orbita ecuatorială: orbita aproape polară care trece prin ecuator la același timp local de fiecare dată. Această orbită este utilă pentru sateliții care preiau imagini deoarece umbrele vor fi aproape aceleași la fiecare trece a satelitului;
- Orbita eliptică: orbita neînclinată în raport cu elipticul.

După forma orbitei putem avea următoarea clasificare:

- Orbita circulară - reprezintă orbita a cărei formă în jurul unui corp deviază de la forma de cerc perfect, și are valoarea 0, și astfel calea sa determinș un cerc;
- Orbita Hohmann de transfer - reprezintă o manevră orbitală care muă un vehicul spațial de la o orbită circulară la alta folosind impulsuri de la două motoare;
- Orbita eliptică - reprezintă orbita a cărei valoare este mai mare decât 0 și mai mică decât 1 și astfel calea sa determină o elipsă;
- Orbita geosincronă de transfer - reprezintă o orbită eliptică a cărei perigeu este
- altitudinea unui LEO (Low Earth Orbit), iar apogeul este altitudinea unei orbite
- geosincrone;
- Orbita Molnia - reprezintă o orbită eliptică foarte alungită cu înclinarea de $63^{0}4'$ și perioada orbitală de jumătate din ziua siderală (12 ore). Un satelit pe o astfel de orbită își petrece majoritatea timpului asupra a două arii desemnate ale planetei;
- Orbita coeliptică - reprezintă o referință pentru două navete spațiale sau mai multe, în general sateliți, care orbitează în același plan. Acest tip de orbită poate fi definit ca doua orbite care sunt coplanare și confocale. O proprietate a orbitelor coeliptice este aceea că diferența în modul între vectorii radiali aliniați e aproape aceeași, indiferent unde sunt plasați în raport cu orbita. Din acest motiv, acest tip de orbită e folositoare la întâlnirea navetelor spațiale;
- Orbita parabolică - reprezintă orbita în jurul unui corp care deviază de la forma de cerc perfect, și are valoarea 1. Un astfel de tip de orbită are viteza egală cu viteza de ieșire și atunci va scăpa de atragerea gravitațională a planetei. Dacă viteza unei orbite parabolice este crescută, orbita va deveni hiperbolică;
- Orbita hiperbolică - reprezintă orbita a cărei valoare este mai mare sau egală cu 1. Un astfel de tip de orbită are viteza în exces față de viteza de ieșire și astfel va scăpa de atragerea gravitațională a planetei și va continua să călătorească la infinit până când va acționa asupra obiectului aflat pe această orbită.

După altitudinea orbitei, adică distanța față de sol, putem avea următoarea clasificare:

- LEO - *Low Earth Orbit* - orbite geocentrice ce au altitudinea în intervalul 0-2000 km;
- MEO - *Medium Earth Orbit* - orbite geocentrice ce au altitudinea în intervalul 2000-35786km. Aceste orbite sunt cunoscute și ca orbite circulare intermediare. Sunt mai comune la 20200 km sau 20650 km, cu o perioada orbitala de 12 ore;
- Orbita geosincronă - este orbita cu altitudinea de aproximativ 35786 km; Orbita geostaționară - reprezintă orbita geosincronă cu o înclinare de zero. Pentru un observator terestru un satelit cu o astfel de orbită îi apare ca un punct fix pe cer.

  Toate orbitele geostaționare sunt orbite geosincrone dar nu toate orbitele geosincrone sunt orbite geostaționare, deoarece o orbită geosincronă poate avea o înclinație orbitală care nu e coplanară cu planul ecuatorial al Pământului, totuși ambele orbite, atât geosincronă cât și geostaționară, completează o orbită întreagă într-o zi siderală a Pământului;

- HEO - *High Earth Orbit* - orbite geocentrice cu altitudinea deasupra orbitei geosincrone de 35786 km.

Alte clasificări ale orbitelor sunt:

- Orbita geocentrică - reprezintă orbita în jurul planetei Pământ, cum ar fi orbita Lunii sau a sateliților artificiali. În prezent sunt aproximativ 2465 sateliți artificiali ce orbitează în jurul Pământului;
- Orbita sincronă - reprezintă o orbită pe care un satelit are o perioadă orbitală egală cu perioada de rotație a Pământului și orbitează în aceeași direcție de rotație cu a Pământului;



Figura 4.2 Tipuri de orbite sincrone

- Orbita semi-sincronă - reprezintă orbita cu altitudinea de aproximativ 20200 km și perioada orbitală egală cu jumatate din perioada de rotație a Pământului;
- Orbita supersincronă - reprezintă orbita de depozitare/eliminare aflată deasupra orbitei geosincrone sau geostaționare. Sateliții aflați pe această orbita vor aluneca spre vest;
- Orbita subsincronă - reprezintă orbita de alunecare aflată în apropiere de dar sub orbita geosincronă sau geostaționară. Sateliții aflați pe această orbită vor aluneca spre est;
- Orbita cimitir - reprezintă orbita aflată la o altitudine de câteva sute de km deasupra celei specifice orbitei geosincrone. Sateliții sunt mutați pe o astfel de orbită spre sfârșitul operației lor.

4.1.2 Mișcarea orbitală a sateliților

Elipsa Kepler nepeturbată

Teoria de bază pentru calculul orbitelor satelitare se regăsește în legile lui Kepler, care descriu mișcarea planetelor în jurul Soarelui. Aplicate la mișcarea unui satelit în jurul Pământului aceste legi au următorul enunț:

1. Orbita unui satelit este o elipsă, într-unul din focarele ei aflându-se geocentrul (central de masă al Pământului);
2. Raza vectoare a unui satelit (linia care uneţte geocentrul cu satelitul) descriere în intervalul de timp egale suprafețe egale;
3. Pătratul timpului de revoluție al unui satelit este proporțional cu semiaxa mare a elipsei la puterea a treia.

Cu ajutorul acestor legi, precum și cu completările ulterioare ale lui Newton pentru cea de-a treia lege a lui Kepler, poate fi calculată poziția unui satelit la orice moment T în planul elipsei orbitale, dacă sunt cunoscuți parametrii elipsei precum și poziția satelitului la un moment de referință T_0.

Geometria orbitei satelitului este descrisă integral prin semiaxa mare *a* și semiaxa mică *b* a elipsei orbitale (figura 4.3).

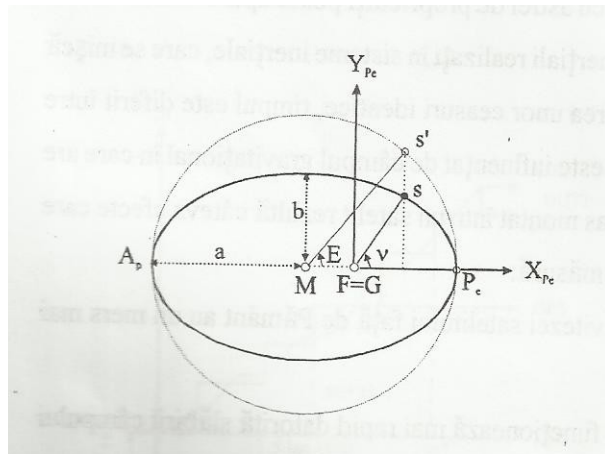


Figura 4.3 Elipsa ca orbită satelitară

Unul din focarele elipsei orbitale este geocentrul G.

Sunt valabile următoarele definiții:

- Perigeul P_e: punctul cel mai apropiat de Pământ de pe elipsa orbital;
- Apogeul A_p: punctual cel mai îndepărtat de Pământ de pe elipsa orbital;
- Linia abciselor: linia care unește P_e cu A_p;

- Anomalia excentrică E: este unghiul (P_eMS') format de perigeu cu central proiecției și proiecția satelitului;

S'- proiecția satelitului pe cercul circumscris elipsei;
M-centrul elipsei;

- Excentricitatea numerică e:

$$e = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{a^2}} \quad (4.1)$$

- Anomalia adevărată υ: unghiul P_eGS;

S-poziția satelitului pe orbită.

- Raza vectoare r: dreapta GS.

Poziția orbitei satelitului în spațiu este descrisă într-un sistem de coordonate cartezian astronomic care este definit de:

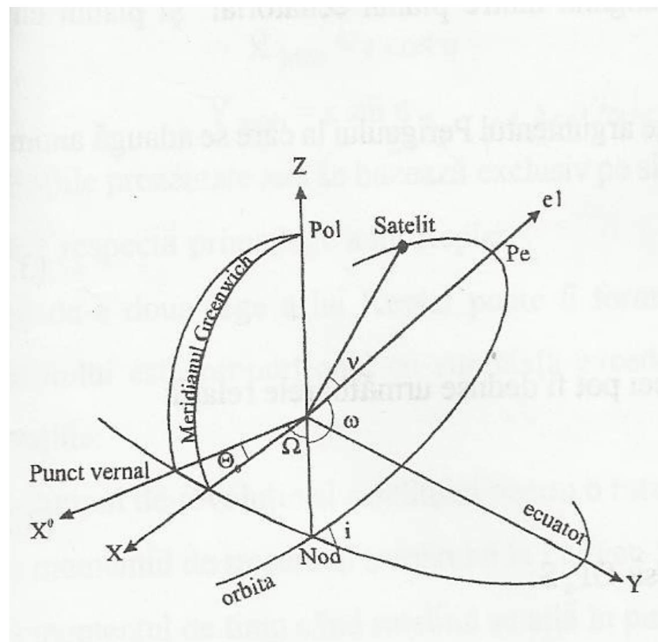


Figura 4.4 Poziția spațială a orbitei satelitare

- Originea sistemului de coordonate – geocentrul;
- Axa Z – axa de rotație a Pământului;
- Planul XZ definit de axa Z și punctual vernal γ.

Punctul vernal este un punct fictive care se află pe direcția linie de intersecție a planului orbital al Pământului (ecliptica) cu planul ecuatorial (pe acea parte unde Soarele străpunge de la Suds pre Nord planul ecuatorial).

Poziția spațială a unei elipse în acest system de coordonate poate fi descrisă cu ajutorul unghiurilor (figura 4.4):

- o Ω – ascensia dreaptă a nodului ascedent;
- o ω – argumentul Perigeului;
- o i – înclinarea.

În această situație (conform figurii 4.4) vom defini:

- nodul ascedent: acel punct al elipsei orbitale în care satelitul traversează de la Sud spre Nord planul ecuatorial;
- ascensia dreaptă a nodului ascendent Ω: unghiul dintre axa X a sistemului de coordonate stronomic și linia care unește geocentrul cu nodul ascedent;
- argumentul Perigeului ω: unghiul KGP_e;
- înclinarea orbitei i: este unghiul dintre planul ecuatorial și planul elipsei orbitale;
- argumentul latitudinii u: este argumentul Perigeului la care se adaugă anomalia adevărată:

$$u=\omega+\upsilon \quad (4.2)$$

Cele prezentate mai înainte se bazează exclusiv pe situația că planul orbital este o elipsă, adică respectă prima lege a lui Kepler.
Cea de-a doua lege a lui Kepler poate fi formulată astfel:timpul de revoluție al satelitului este proporțional cu suprafața excedentă descrisă de raza vectoare, cu notațiile:
U-

4.1.3 Determinarea orbitelor

Determinarea oficială a orbitelor satelitilor GPS revine segmentului de control al sistemului care, prin cele 5 statii monitoare, pune la dispozitia utilizatorilor sistemului orbitele în timp real, numite orbite ***„Broadcast”.***
Inainte de anul 2000, fãrã **SA** activat si dupã anul 2000 când sistemul **SA** a fost dezactivat, oferã pentru aceste orbite o precizie de +/- 5m. care conform relatiei (1.27) asigurã o precizie în determinarea vectorilor cu lungime de 100 km, de pânã la +/- 25mm.
Separat de aceste orbite, la anumite intervale de timp în functie de nivelul de precizie al acestora, agentii internationale specializate, pun la dispozitia utilizatorilor asa numitele ***„orbite precise”*** care se pot determina cu o acuratete de pânã la +/-0.05m, care asigurã valori deosebit de precise pentru vectorii determinati, de sub 1mm, pentru baze de cca.1000 km.
Utilizarea acestei tehnologii în diverse domenii de activitate tehnologicã si de cercetare, a fãcut ca numãrul de statii terestre, de urmãrire a satelitilor GPS, sã creascã ajungându-se ca în 1988 sã fie realizatã prima retea globalã de statii la sol, care independent de segmentul de control al sistemului, prin monitorizarea segmentului spatial a ajuns sã determine orbite precise de un deosebit nivel calitativ, puse la

dispozitie în timp util, cca. douã sãptãmâni, utilizatorilor civili.
Reteaua cunoscutã sub denumirea *Global Orbit Tracking Experiment* **(GOTEX)** cuprinde statii la sol VLBI si SLR în care au fost amplasati si receptori GPS, ca statii permanente.
Dupã 1990 *International Association of Geodesy* **(IAG)** a înfiintat *Serviciul GPS Interna tional pentru Geodinamicã* **(IGS)** care printre altele, are ca scop determinarea orbitelor precise pentru aplicatii în geodinamicã. Reteaua de urmãrire a segmentului spatial este compusã din peste 100 de statii distribuite pe tot globul a cãror pozitionare este definitã prin coordonate spatiale în sistemul *International Terrestrial Referance Frame* **(ITRF)**, sistem de referintã realizat si întretinut de *International Earth Rotation Service* **(IERS)**.
Datele GPS, preluate de aceste statii ale **IGS**, sunt prelucrate de 7 agentii printre care este de amintit *National Geodetic Survey* **(NGS)** din USA, *Canadian Space Geodesy Forum* **(CANSPACE)** din Canada, *Australian Surveyng and Land Information Group* **(AUSLIG)** din Australia , *Centre for Orbit Determination in Europe* **(CODE)** din Elvetia si altele.
Pentru exemplificare, este de remarcat faptul cã pe baza observațiilor preluate de **IGS**, **CODE** furnizează diverșilor utilizatori tipurile de orbite prezentate în tabelul 3.1 de mai jos:

Tabel nr. 4.1

Nr. crt.	**Tipul orbitei**	**Precizia [m.]**	***Intervalul de timp* după care sunt disponibile**	**Sursa**
1.	Orbite difuzate	***+/-3.00***	în timp real	mesajul de navigație
2.	Orbite prognozate de CODE	***+/-0.20***	în timp real	CODE
3.	Orbite rapide ale CODE	***+/-0.10***	după 16 ore	CODE
4.	Orbite rapide ale IGS	***+/-0.10***	după 24 ore	centrele IGS
5.	Orbite finale ale IGS	***+/-0.05***	după 11 zile	centrele IGS

4.2 PROPAGAREA SEMNALELOR SATELITARE ÎN ATMOSFERĂ

O undă electromagnetic emisă de un satelit, străbate atmosfera care are un effect perturbator asupra propagării, întrucât nu există un indice de refracție constant pe toată grosimea atmosferei.
Indicele de refracție **n** este dat de relația:

$$\mathbf{n}=c/v \tag{4.3}$$

unde: c – viteza undei în vid,
v – viteza undei în mediul considerat.

Într-un mediu cu indice de refracție constant drumul parcurs de un semnal este o dreaptă, aceasta reprezentând drumul cel mai scurt între două puncte. Dacă în această situație determină lungimea traseului dintre două puncte pe baza măsurării timpului de propagare, trebuie cunoscut doar indicele de refracție „**n**”.
În atmosferă însă, indicele de refracție este variabil și ca urmare, semnalul electromagnetic își caută acel traseu ca să ajungă în timp cel mai scurt de la un punct la altul. Acest drum nu este o dreaptă, ci o curbă spațială și deci nu reprezintă drumul cel mai scurt.
Toate măsurătorile pentru determinarea timpului de propagare în atmosferă au aceeași problemă generală, faptul că indicele de refracție în atmosferă este cunoacut doar cu o precizie limitată, el fiind o funcție de spațiu și timp, și deci dependent de indicele de refracție concret din diferitele zone ale atmosferei. Esențial rămâne însă faptul, că indicele de refracție într-un mediu este dependent de frecvența semnalului și de structura mediului.
Atmosfera Pământului poate fi descrisă prin straturi aproape concentrice cu structură și proprietăți diferite. Legat de propagarea undelor și semnalelor satelitare prin atmosferă, straturile pot fi grupate în Troposferă și Ionosferă, întrucât aici există condiții de propagare foarte diferite.



Figura 4.5 Atmosfera Pământului

Partea inferioară a atmosferei cu o înălțime de la 0-40 km deasupra Pământului este considerată Troposfera, în care vaporii de apă și temperatura influențează propagarea undelor. În troposferă au loc toate fenomenele meteorologice, temperatura descrește în medie cu cca 6,5^{o}C/km. Moleculele și atomii neîncărcați electric, sunt foarte bine amestecați, iar cele cu o încărcare electric nu au aproape nici o influență, fapt pentru care în această zonă atmosfera este considerată un gaz neutru. Indicele de refracție este puțin mai mare ca 1 și descrește odată cu înălțimea, atingând valoarea 1 în straturile superioare ale troposferei.

Ionosfera este partea superioară a atmosferei, începând de la cca 70 km – 1000 km, în care propagarea undelor este influențată de ionizarea atomilor din aceste straturi. Repartiția electronilor și ionilor este influențată de două grupe de factori:

- procese fotochimice generate de radiațiile solare, care condiționează volumul de ioni;
- procese de transport, care produc mișcarea ionilor.

Propagarea undelor în ionosferă este deci dependentă în mare măsură de activitatea solară dar și de influențe geomagnetice. Energia radiației solare eliberează electroni din molecule de gaz ale atmosferei superioare și rămân ioni pozitivi. Ionii negativi se formează prin atașarea electronilor liberi la particulele neutre. Prin recombinarea particulelor, acestea se neutralizează, electronii și ionii dispar procesul devenind reversibil. Ziua există echilibru foarte labil între procesul de ionizare și cel reversibil, iar noaptea, prin dispariția influenței radiațiilor solare, efectul de ionizare este foarte redus.

În geodezia satelitară o importanță mare o are legătura între fenomenul de ionizare și parametrii: timp local, anotimp și latitudinea geografică:

- dependenţa ionizării faţă de timpul local rezultă din variaţia intensităţii iradierii solare în decursul unei zile. În jurul orei 14^{00} (timp local) ioniyarea atinge un maxim, iar minimul diurn este atins între miezul nopţii şi ora 6^{00} dimineaţa;
- dependenţa ionizării faţă de anotimp este caracterizată prin valori TEC (Total Electronic Content- mărime ce caracterizează gradul de ionizare, utilizată în geodezia satelitară) ridicate în lunile de iarnă, inclusiv primăvara şi toamna, şi valori TEC mai reduse în lunile de vară;
- dependenţa faţă de poziţia geografică este caracterizată prin valori TEC ridicate în zonele 20^0-30^0 nord şi sud faţă de ecuatorul geomagnetic, care sunt de două ori mai mari faţă de valorile TEC din zonele geografice de latitudine medie. Foarte reduse sunt valorile TEC în timpul iernii în zonele cuprinse între latitudinile 60^0-70^0.

În geodezia satelitară refracţia joacă un rol deosebit, întrucât generează variaţii în viteza de propagare a semnalelor satelitare şi deci influenţează direct măsurarea timpului de propagare a semnalului.

În ionosferă semnalele satelitare sunt supuse unor influenţe destul de complicate, datorită electronilor liberi, a câmpului gravitaţional al Pământului şi a coloziunii electronilor liberi cu alte particule. În special în timpul perturbaţiilor ionosferice efectul asupra semnalelor satelitare poate deveni atât de puternic, încât receptoarele care recepţionează aceste semnale nu sunt capabile să prelucreze aceste date.

Ionosfera este un mediu dispersiv pentru undele radio emise de sateliţi, adică viteza de propagare a semnalului care străbate straturile ionosferei este dependentă de frecvenţa semnalului. Această proprietate poate fi însă exploatată, pentru determinarea refracţiei atmosferice.

Deci ionosfera fiind un mediu dispersiv, deci propagarea undelor este dependentă de frecvenţă, a condus la faptul ca sateliţii sistemelor satelitare de navigaţie să emită pe două frecvenţe: L_1 şi L_2. Efectul ionosferic se face resimţit mai ales în măsurătorile cu coduri. La măsurarea fazei undei purtătoare, prin combinaţii liniare între înregistrările celor două semnale se poate elimina efectul ionosferic.

Spre deosebire de ionosferă, troposfera nu conţine electroni sau ioni liberi.

Troposfera este un mediu nedispersiv pentru undele radio, în spectrul de frecvenţă până la 15 GHz şi deci refracţia troposferică este independentă faţă de frecvenţa undelor, iar viteza de fază şi de grup în acest mediu sunt egale. Parametrii atmosferici care influenţează aici refracţia sunt: presiunea atmosferică şi presiunea relativă a vaporilor de apă şi temperatură. Troposfera este formată din mai multe gaze, însă refracţia în aceste gaze este aproape aceeaşi şi deci este suficient, ca ea să fie modelată prin trei componente:

- bioxide de carbon;
- vapori de apă;
- alte componente.

Măsurarea cantităţii bioxidului de carbon în atmosferă este o operaţie destul de dificilă, fapt pentru care, în modelare se alege de regulă o valoare medie de 0,03%. Abaterile de la această valoare se regăsesc oricum în a treia componentă, ceea ce

conduce ca în modelele generale pentru troposferă, să se prevadă doar două componente:

- componenta uscată (totul exceptând vaporii de apă);
- componenta umedă (vaporii de apă).

Pentru semnalele radio se poate afla indicele de refracție cu formule empirice, prin măsurarea: presiunii atmosferice, a presiunii vaporilor de apă și a temperaturii. Componenta presiunii și a temperaturii față de înălțimea deasupra solului se poate estima relativ simplu. Mult mai complicate sunt relațiile dintre presiunea vaporilor de apă și înălțime, care descrește și ea ca temperatura și presiunea. Acest lucru nu este deosebit de important, întrucât contributul vaporilor de apă la refracția troposferică este de doar 10%. Pe baza unor studii teoretice și experimentări practice, a fost posibilă, elaborarea unor modele pentru estimarea refracției troposferice.

Modelele oferă rezultate cu atât mai bune, cu cât sateliții care emit semnalele se află mai aproape de zenit. La elevații sub 15^{o} majoritatea modelelor sunt neutilizabile. Erorile reziduale în pseudodistanțe după aplicarea unui model de refracție troposferică se estimează de ordinul decimetrilor.

Modelele pentru estimarea efectelor refracției ionosferice și troposferice sunt implementate în softurile de prelucrare a observațiilor satelitare.

5. SISTEME DE REFERINŢĂ ŞI SISTEME DE COORDONATE

Pentru definirea unui sistem de referinţă este necesară cunoaşterea a două elemente: datumul geodezic şi sistemul de coordonate asociat. Datumul geodezic reprezintă un set de convenţii, algoritmi şi parametri necesari definirii originii, scării şi orientării axelor de coordonate la orice moment din timp, pentru asigurarea legăturii dintre sistemul de referinţă şi suprafaţa Pământului. Sistemul de coordonate descrie modalitatea de exprimare a coordonatelor in cadrul datumului. De-a lungul timpului, în topografie şi geodezie, numeroase sisteme de coordonate au fost folosite pentru a defini poziţia unui punct de pe suprafaţa terestră sau din apropierea acesteia. Fie că se folosesc coordonate carteziene, coordonate elipsoidale sau coordonate plane exprimate într-un sistem de proiecţie, toate aceste seturi de coordonate vor furniza informaţiile necesare poziţionării în sistemul de coordonate ales.

6.1 SISTEME DE COORDONATE

6.1.1 Coordonate rectangulare şi coordonate polare sferice

Poziţia unui punct P în spaţiu poate fi exprimată prin coordonate rectangulare într-un sistem O-XYZ (conform figurii 4.1). În acelaşi timp poziţia punctului P poate fi exprimată şi prin coordonate polare sferice (r, Φ, λ).

Trecerea dintre cele două tipuri de coordonate este asigurată de relaţiile:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r\cos\phi\cos\lambda \\ r\cos\phi\sin\lambda \\ r\sin\phi \end{bmatrix} \qquad (6.1)$$

unde:

- r – distanţa radială de la origine la punctul P;
- ϕ – latitudine geocentrică;

- λ – longitudine.

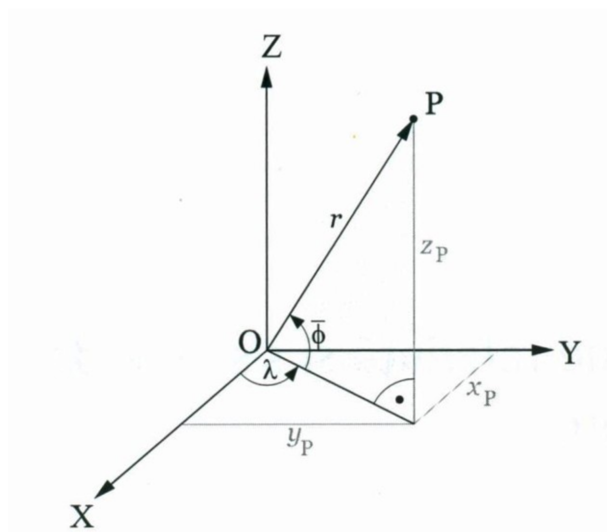


Figura 6.1 Coordonate rectangulare (x,y,z) şi coordonate polare sferice (r, Φ, λ)

Cel mai folosit sistem de coordonate în geodezie este sistemul de coordonate terestru global geocentric, definit astfel:

- originea este situată în centrul de masă al Pământului (geocentru);
- axa Z orientată de-a lungul direcţiei către Polul Nord;
- axa X definită de origine şi punctul de intersecţie al ecuatorului cu meridianul Greenwich;
- axa Y este aleasă astfel încât să se formeze un sistem cartezian cu orientarea spre dreapta.

Această definiţie este influenţată de mai mulţi factori, printre care se pot menţiona:

- poziţia geocentrului este afectată de variaţiile in distribuţia masei Pămîntului;
- Polul Nord nu este fix, poziţia acestuia fiind dependentă de mişcarea polară a Pământului;

- direcţia axei de rotaţie a Pământului se schimbă în spaţiu, datorită fenomenelor de precesie şi nutaţie;
- activitatea tectonică, mişcările regionale ale scoarţei terestre, efectul post-glacial dar şi atracţia Soarelui, a Lunii sau a altor planete, afectează în timp poziţia punctelor de pe suprafaţa terestră.

6.1.2 Coordonate geodezice sau elipsoidale

Poziţia unui punct poate fi definită şi prin coordonate geodezice sau elipsoidale Φ, λ, h (figura 6.2).

- latitudinea geodezică Φ – unghiul format de planul ecuatorial cu normala la elipsoid prin punctul P;
- longitudinea geodezică λ – unghiul format de planul meridianului Greenwich şi planul meridianului local;
- înălţimea elipsoidală h – înălţimea punctului P faţă de suprafaţa elipsoidului, de-a lungul normalei la elipsoid în punctul P.

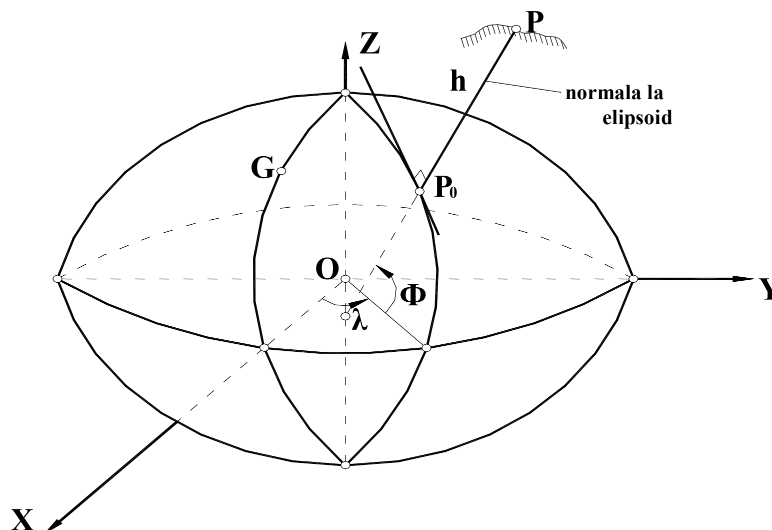


Figura 6.2 Coordonate geodezice (Φ, λ, h)

Primele doua, Φ şi λ, sunt numite şi coordonate geografice ale punctului considerat.

6.1.3 Coordonate topocentrice

Coordonatele topocentrice sunt definite ca un set de coordonate rectangulare cu originea localizată în punctul P. Ţinând seama de acest lucru, un sistem de coordonate local topocentric (P – NEU) se poate defini astfel (figura 4.3):

- originea sistemului este localizată în punctul P;
- axa U este de-a lungul normalei prin punctul P, având direcţia pozitivă orientată în sus;
- axa N, orientată către nord;
- axa E orientată către est.

Un alt exemplu, în care sistemul de coordonate locale îşi gaseşte aplicaţie, este acela de determinare a orbitelor unui satelit artificial. În acest caz sistemul (S – uvw) este definit astfel:

- originea sistemului este reprezentată de centrul de masă al satelitului;
- axele u şi w se definesc în planul orbital al satelitului, u fiind de-a lungul direcţiei de deplasare a satelitului (tangenta la elipsa orbitală), iar w este perpendiculară pe direcţia de deplasare;
- axa v este perpendiculară la planul orbital.

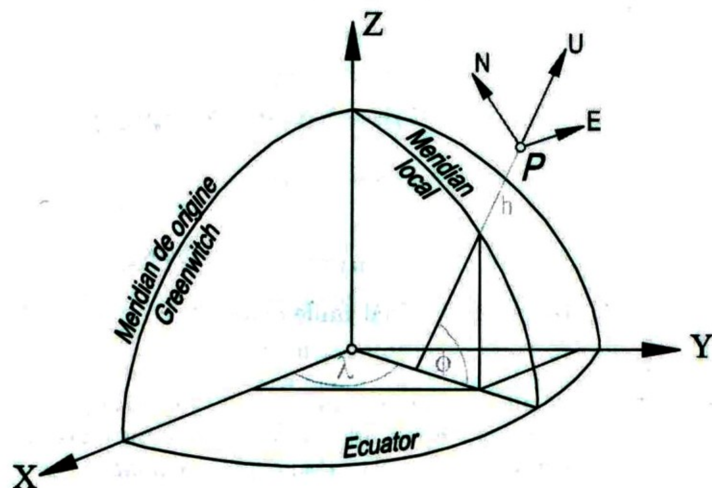


Figura 6.3 Coordonate topocentrice

6.1.4 Sisteme de altitudini

Altitudinea sau înălţimea, în geodezie, a reprezentat dintotdeauna o provocare a oamenilor de ştiinţă în domeniu. Intuitiv, când se vorbeşte de noţiunea de altitudine, aceasta este asociată cu o oarecare suprafaţă de referinţă. Astfel, atunci când elipsoidul este ales ca suprafaţă de referinţă, se numeşte altitudine sau înălţime elipsoidală h, aceasta reprezentând una din cele trei componente a setului de coordonate geodezice. În trecut, folosirea înălţimii elipsoidale a fost limitată datorită, fie lipsei de relevanţă fizică (fiind o noţiune teoretică), fie acurateţei deficitare de determinare a acestei mărimi, prin măsurători trigonometrice.

În cele mai multe cazuri, suprafaţa mărilor sau oceanelor s-a considerat ca suprafaţă de referinţă, iar altitudinea corespunzătoare a fost denumită altitudine ortometrică H. Aceasta se defineşte ca fiind lungimea de la geoid (nivelul mediu al mărilor şi oceanelor prelungit pe sub continente) până la punctul P, de-a lungul verticalei la geoid în punctul considerat (direcţia firului cu Pb).

Cele două tipuri de altitudini diferă între ele deoarece suprafaţa de referinţă este diferită. În condiţiile în care se neglijează diferenţele între normala la elipsoid şi verticala la geoid, relaţia dintre aceste două mărimi poate fi scrisă sub formă simplificată (figura 6.4):

$$h = H + N, \qquad (6.2)$$

unde N reprezintă separaţia verticală dintre geoid şi elipsoidul de referinţă ales (ondulaţia geoidului).

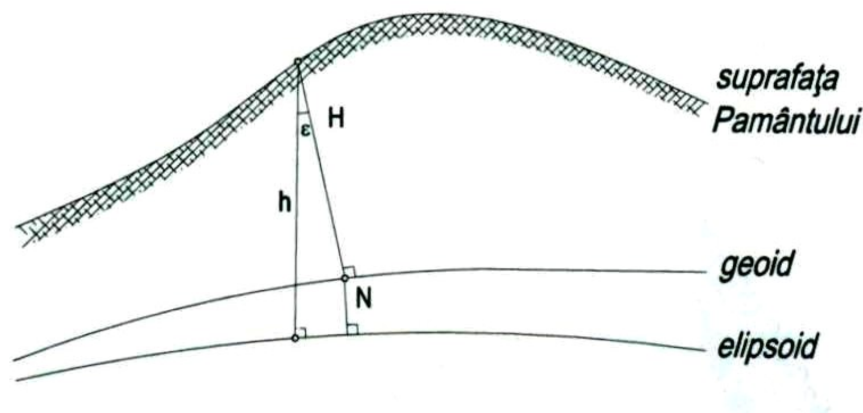


Figura 6.4 Relaţia dintre înălţimile ortometrice şi elipsoidale

Plecându-se de la dificultăţile reale pe care le prezintă utilizarea altitudinilor ortometrice (de exemplu cunoaşterea gravitaţiei medii în lungul liniei de forţă), Moldenski a propus ca în locul gravitaţiei sa se utilizeze câmpul gravitaţiei normale de-a lungul normalei la elipsoid. Pe baza acestei ipoteze este introdusă noţiunea de altitudine normală (figura 4.5) pentru care suprafaţa de referinţă este cvasigeoidul, apropiată de geoid, diferenţele dintre aceste două suprafeţe de referinţă fiind de ordinul centimetrilor, în zonele de câmpie, şi ajungând până la un metru în zonele de munte (Torge, 2001).

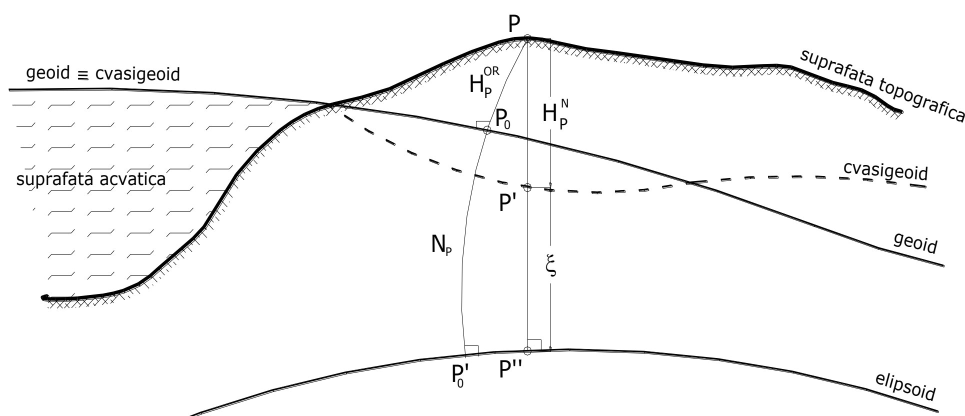


Figura 6.5 Sistem de înălţimi normale (Ghiţău, 1983)

6.2 SISTEME GEODEZICE DE REFERINŢĂ

Din motive istorice, sistemele de referinţă terestre, in marea lor majoritate, au la bază doua componente:

- componenta orizontală – constituită dintr-o reţea bidimensională de puncte care are la bază utilizarea metodelor de triangulaţie;
- componenta verticală – compusă dintr-o reţea verticală unidimensională de puncte determinate prin nivelment de înaltă precizie.

Simpla însumare a celor două componente nu conduce la formarea unei reţele tridimensionale, în adevăratul sens al cuvântului, datorită necunoaşterii separaţiei dintre geoid şi elipsoidul de referinţă adoptat. Pentru a modela şi calcula geoidul este nevoie de măsurători gravimetrice terestre, acestea implicând la rândul lor existenţa unei reţele gravimetrice bine determinată. Mai mult, pentru menţinerea unui sistem de referinţă geodezic de înaltă precizie, în ţările nordice trebuie să se ţină seama şi de variaţiile scoarţei terestre, generate de efectul post-glaciar ("land uplift").

Două din realizările internaţionale ale sistemelor de referinţă sunt sistemul de referinţă terestru internaţional şi sistemul de referinţă geodezic global WGS 84.

6.2.1 Datum geodezic global şi local

În cadrul aplicaţiilor geo-topo-cadastrale se pot identifica două tipuri de datum (Nistor şi Sălceanu 2008):

- datumul geodezic global, la care centrul elipsoidului de referinţă este fixat în centrul de masă al Pământului;
- datumul geodezic local, pentru care elipsoidul este ales tangent la geoid, în scopul aproximării unei regiuni în jurul unui punct fundamental.

În cazul datumului local centrul elipsoidului diferă de centrul geoidului datorită orientării datumului cu o singură staţie astronomică, ceea ce face ca în acest punct fundamental deviaţia verticalei şi ondulaţia să fie definite în mod arbitrar ca egale cu zero. Prin urmare, această aproximaţie afectează poziţiile celorlalte puncte din interiorul reţelei geodezice. Începând din 1951, în România, este folosit datumul geodezic definit de elipsoidul Krasowski 42, care este un datum local.

Spre deosebire de datumul geodezic local, datumul global, caracterizat de un elipsoid de referinţă, este ales astfel încât să aproximeze în condiţii optime geoidul în ansamblul său. Un astfel de datum global este modelul geodezic al Pământului, în care se fac toate determinările GPS, şi definit de elipsoidul WGS 84.

Adoptarea şi utilizarea datumului geodezic global şi local prezintă unele avantaje, din care se enumerează: asigurarea unei referinţe unice a unui punct pe suprafaţa Pământului, stabilirea clară a algoritmilor pentru transformările de coordonate între datumuri, crearea premizelor tehnice de corelare a diferitelor date geo-spaţiale prin realizare de programe specializate.

6.2.2 Sistemul de referinţă terestru internaţional ITRS

Pe baza recomandărilor şi specificaţiilor prevăzute de rezoluţia nr. 2 a Uniunii Internaţionale de Geodezie şi Geofizică (IUGG) din 1991, Serviciul Internaţional de Rotaţie al Pământului (IERS) a pus bazele sistemului de referinţă terestru internaţional convenţional ITRS (figura 6.6).

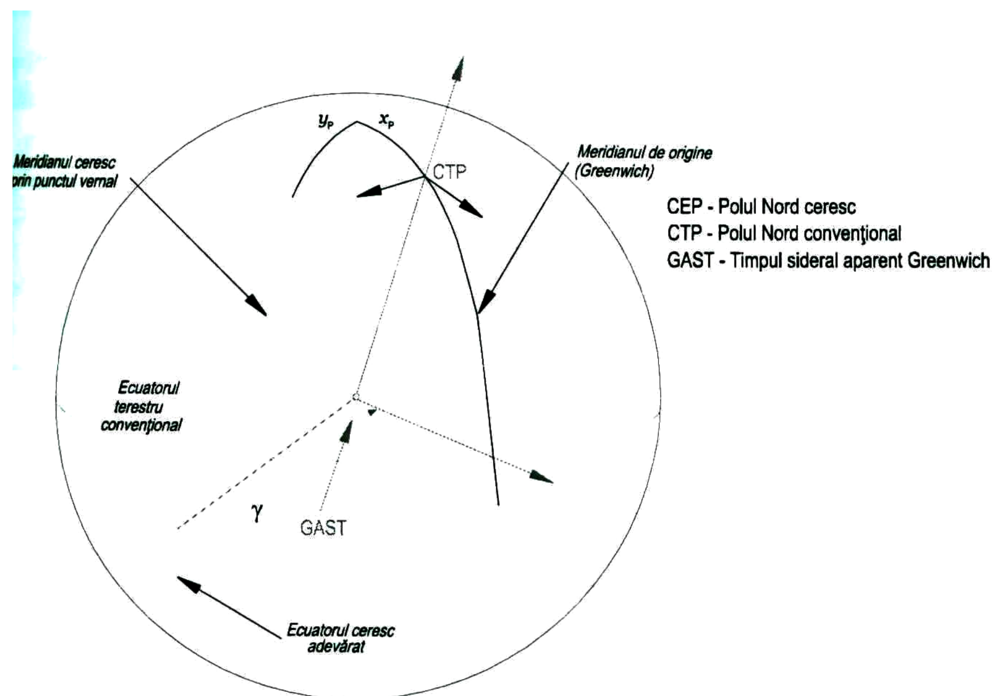


Figura 6.6 Sistemul de referinţă terestru internaţional convenţional ITRS

Sistemul de referinţă terestru internaţional are următoarea definiţie:

- originea sistemului ITRS este în centrul de masă al Pământului (geocentru);
- axa Z, este direcţionată de la geocentru către Polul Nord (terestru) convenţional – CTP (centrul figurii determinate de mişcarea polară pentru intervalul 1900-1905);
- axa X, este intersecţia planului meridianului Greenwich cu planul ecuatorial;
- axaY, este poziţionată în planul ecuatorial, astfel încât, împreună cu celelalte două axe, să formeze un sistem de coordonate cartezian cu orientarea spre dreapta.

Realizarea practică a ITRS constă într-un set de coordonate rectangulare împreună cu variaţia lor anuală, pentru o reţea de puncte materializate pe suprafaţa terestră, în zone

fără activitate ale plăcilor tectonice şi a căror poziţie este determinată utilizând diferite tehnici de geodezie spaţială.

6.2.3 Sistemul de referinţă european ETRS 89

Europa a avut dintotdeauna un rol important în cooperarea internaţională, în ceea ce priveşte activităţile geodezice. Primele iniţiative s-au materializat prin definirea unor sisteme de referinţă, precum ED 50 (European Datum 1950) sau ED 87 (European Datum 1987), acestea fiind realizate pe baza triangulațiilor astronomice existente la nivelul continentului european. Mai mult, în anul 1987, în cadrul Adunării Generale a Uniunii Internaţionale de Geodezie şi Geofizică s-a propus definirea, realizarea şi menţinerea unui sistem de referinţă european, ca bază geodezică pentru diferitele proiecte multinaţionale, în care este necesară geo-referenţierea (ex.: poziţionarea 3D, geodinamică, navigaţie, geoinformatică, etc.), în strânsă legătură cu celelalte structuri componente ale IAG, EuroGeographycs sau Agenţiile Naţionale de Cartografie din Europa. Conform celor prevăzute de documentele tehnice, prin sistem de referinţă european se avea în vedere:

- un număr de staţii de referinţă care folosesc tehnici geo-spaţiale precum VLBI sau SLR;
- reţea de staţii GPS permanente, la nivelul continentului european, denumită EPN (EUREF Permanent Network);
- reţea de puncte geodezice de referinţă, determinate cu o precizie ridicată, în urma a numeroase campanii GPS/GNSS;
- realizarea unei reţele de altimetrie europene unificate UELN (Unified European Levelling Network) şi integrarea acesteia în reţeaua verticală europeană EUVN (European Vertical GPS Network).

În 1990, pe baza rezoluţiei 1, adoptată la întâlnirea de la Firenze, subcomisia Sisteme de Referinţă Europene recomandă ca sistemul de referinţă terestru adoptat de către EUREF, şi menţinut cu ajutorul EPN, să fie unul tridimensional (3D) şi să coincidă cu sistemul ITRF la epoca 1989.0, fiind fixat pe partea stabilă a plăcii euro-asiatice. Acest

sistem poartă denumirea de Sistemul de Referinţă Terestru European 89 (ETRS 89 – European Terrestrial Reference System 89).

ETRS 89 este alcătuit din datumul geodezic ETRS 89, bazat pe elipsoidul GRS 80 (Geodetic Reference System 1980 – Sistem de Referinţă Geodezic 1980) şi sistemul de coordonate geodezice elipsoidale. Elementele definitorii ale ETRS 89 sunt prezentate în tabelul 6.1.

Tabelul 6.1 Parametrii elipsoizilor WGS 84 şi GRS 80

Parametri de definiţie	**WGS 84**	**GRS 80**
Semiaxa mare a (metri)	6378137,00	6378137,00
Constanta gravitaţională GM (m^3s^2)	0,3986004418 * 10^{14}	0,3986005 * 10^{14}
Inversul turtirii (1/f)	298,257223563	298,2572210 1
Viteza unghiulară ω ($rads^{-1}$)	0,7292115 * 10^{-5}	0,7292115 * 10^{-5}

Realizarea practică poartă denumirea de ETRF 89 (Eutopean Terrestrial Reference Frame 89) şi poate fi făcută pe baza realizărilor ITRF existente, prin campanii de măsurători GNSS sau prin utilizarea reţelei de staţii permanente existente. Ultima realizare este ETRF 2000.

6. PRINCIPIUL MĂSURĂTORILOR ŞI POZIŢIONAREA CU AJUTORUL TEHNOLOGIEI SATELITARE

6.1 PRINCIPIUL MĂSURĂTORILOR GPS

Receptorul GPS măsoară timpul necesar unui semnal pentru a se propaga de la satelit la receptor.

Distanţa satelit-receptor (figura 6.1) o putem determina înmulţind acest timp cu viteza luminii (c).

$\rho = \tau c$ 6.1

ρ = distanţa;

c = viteza luminii;

τ = întârzierea dintre codul generat şi codul recepţionat;

Măsurătorile de distanţe pe care receptorul le face sunt afectate de către eroarea de ceas a satelitului şi a receptorului, de aceea acestea sunt denumite pseudodistanţe.

Utilizând ceasuri sincronizate şi în absenţa altor influenţe perturbatoare, măsurând o singură distanţă spre satelit putem determina poziţia receptorului undeva pe o sferă centrată pe satelit având raza egală cu distanţa măsurată.

Efectuând măsurători simultane spre cei doi sateliţi, poziţia receptorului va fi pe un cerc care reprezintă locul de intersecţie al celor două sfere centrate pe aceşti sateliţi.

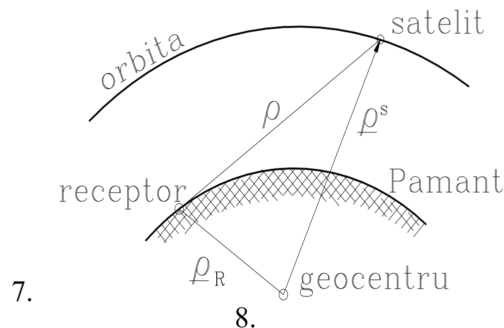
Efectuând o a treia măsurătoare simultană de distanţă, rezultă o a treia sferă care intersectează pe celelalte două numai în două puncte.

Unul dintre aceste puncte poate fi eliminat imediat ca fiind poziţia receptorului, deoarece el se va găsi undeva departe în spaţiu.

În principiu, determinările simultane de distanţe spre trei sateliţi asigură suficiente informaţii pentru a putea determina o poziţie fixă în trei dimensiuni.

Dacă presupunem existenţa erorii ceasului receptorului Δt şi considerând că ceasul receptorului nu este sincronizat cu ceasul satelitului în timp GPS, atunci nu este matematic posibil să determinăm în mod unic valorile celor 4 parametri $(x, y, z, \Delta t)$ dându-se numai trei măsurători. Aceasta implică faptul că trebuie să măsurăm simultan o pseudodistanţă adiţională spre un al patrulea satelit presupunând că eroarea de ceas a satelitului a fost eliminată.

Observatorul Naval al S.U.A urmăreşte ceasurile sateliţilor GPS şi determină abaterile (erorile) faţă de timpul GPS. Aceşti parametri sunt actualizaţi în memoria sateliţilor şi transmişi ca parte a mesajului de navigaţie difuzat de sateliţi.



7.

8.

Figura 6.3 Principiul măsurătorilor GPS

Receptorul GPS utilizează valorile acestor corecţii ale ceasului satelitului pentru a corecta pseudodistanţa măsurată.

Ecuaţia observaţiei va fi:

$\rho r\ s = | xs - xr | + \Delta trc$ 6.2

unde:

x s = defineşte coordonatele satelitului;

xr = defineşte coordonatele (necunoscute) receptorului;

Δtr = eroarea ceasului receptorului;

c = viteza luminii;

Dacă introducem în modelul ecuaţiei (6.2) şi corecţia ceasului (Δts) atunci este necesar să avem măsurători simultane efectuate cu două sau mai multe receptoare.

Dacă una sau mai multe coordonate ale receptorului sunt deja precis cunoscute, atunci celelalte coordonate şi corecţia ceasului receptorului pot fi determinate utilizând mai puţin de patru pseudodistanţe.

6.2 POZIŢIONAREA CU AJUTORUL TEHNOLOGIEI SATELITARE

Ca problemã practicã, poziţionarea cu ajutorul tehnologiei satelitare se realizezã prin determinarea distanţelor dintre punctul de staţie şi sateliţii vizibili, matematic fiind necesare mãsurãtori la minimum 4 sateliţi. Acest numãr de sateliţi este necesar pentru a ne putea poziţiona cât se poate de precis, numai pe baza distanţelor mãsurate la sateliţi.

Dacã am avea mãsurãtori la un singur satelit şi am cunoaşte poziţia acestuia, cu o singurã distanţã, poziţia noastrã în spaţiu ar fi pe o sferã cu centrul în poziţia satelitului şi cu raza, distanţa mãsuratã.

Mãsurând distanţe la doi sateliţi poziţia noastrã se „îmbunãtãţeşte”, în sensul cã ne aflãm pe un cerc generat de intersecţia celor douã sfere care au în centru cei doi sateliţi şi în funcţie de distanţa dintre aceştia, cercul nostru de poziţie are o razã mai mare sau mai micã. Poziţia noastrã se îmbunãtãţeşte substanţial în momentul în care avem mãsurãtori şi la un al treilea satelit, care deja ne localizeazã în douã puncte din spaţiu. Aceste douã puncte sunt date de intersecţia ultimei sfere, cu centrul în cel de al treilea satelit, cu cercul generat de primele doua sfere determinate. Sigur cã în acest moment

putem, relativ uşor, sã ne stabilim punctul în care ne aflãm, însã pentru a fi riguroşi este necesarã a patra mãsurãtoare faţã de un al patrulea satelit şi atunci în mod cert puncul poziţionãrii noastre va fi unic.
Poziţionarea se realizeazã cu ajutorul retrointersecţiei spaţiale de distanţe, în sistemul de referinţã, reprezentat de elipsoidul ***WGS84***. Faţã de coordonatele spaţiale care definesc permanent poziţia fiecãrui satelit **GPS** **(S^j)** , în acest sistem de referinţã, coordonatele spaţiale ale oricãrui punct de pe suprafaţa Pãmântului **(P_i)** se pot determina cu deosebitã precizie prin intermediul mãsurãrii unui numãr suficient de distanţe de la sateliţii receptionaţi de receptorul din punctul P.

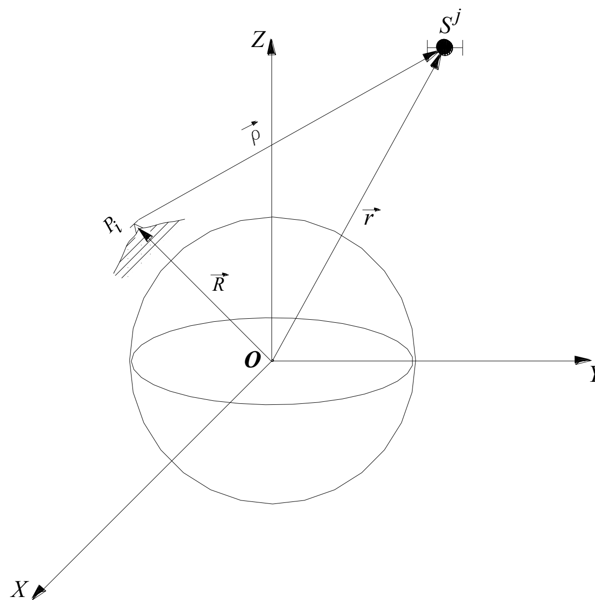


Figura 6.1 Vectorul spaţial care se mãsoarã

Poziţionarea cu ajutorul tehnologiei satelitare se poate face în diferite modalităţi:

- ***Poziţionare absolutã:*** coordonatele punctului P sunt determinate într-un sistem de poziţionare globalã, mãsurãtorile pentru determinarea coordonatelor spaţiale ale punctului P fãcându-se cu două receptoare **GPS**, din care unul amplasat pe un punct care are deja coordonate tridimensionale determinate într-un sistem de referintã global (***WGS84, ITRFxx, EUREF, etc***);
- ***Poziţionare relativã:*** sunt determinate diferenţele de coordonate între două puncte sau componentele vectorului (***baseline***), ce uneşte cele două puncte staţionate cu receptoare **GPS**. Prin această modalitate se reduc sau se eliminã erorile sistematice (***bias***), de care este afectatã distanţa dintre cele două puncte;

- ***Poziţionare diferenţialã:*** este asemãnãtoare,ca procedeu, cu poziţionarea absolutã cu deosebirea cã eroarea care afecteazã distanţa de la satelit la receptor este calculatã şi aplicatã în timp real, ca o corecţie diferenţialã, datã de cãtre receptorul care staţioneazã pe un punct de coordonate cunoscute (***base***), cãtre receptorul care staţioneazã în punctul nou.

Ca şi la poziţionarea relativã, sunt eliminate sau diminuate erorile sistematice care afecteazã mãsurãtorile satelitare.

Mãsurãtorile GPS, în geodezie sau ridicãri topografice, se pot executa prin douã metode principale, care în func.ie de situa.ie, de aparaturã, etc. au fiecare diferite variante:

În toate cazurile problema de bazã este de a determina distanţa (***range***) între receptor şi sateliţi, care se poate realiza prin douã douã tipuri de observaţii:

- **Mãsurarea fazei codurilor** din componenta activã a semnalului;
- **Mãsurarea fazei** purtãtoarei semnalului (carrier phase).

Aceastã a doua metodã de realizare a mãsurãtorilor, prezintã o importanţã deosebitã pentru aplicarea acestei tehnologii în domeniul geodeziei.

6.1.1 Poziţionarea prin mãsurarea fazei codurilor

Aceastã metodã de determinare a a intervalului de timp necesar pentru parcurgerea de cãtre semnalul emis de satelit, a distanţei de la satelit la receptor, se realizeazã utilizând componenta semnalului conţinutã de codul disponibil, respectiv **C/A** sau **P**.

Determinarea se realizeazã prin intermediul unui procedeu de corelare încrucişatã a douã semnale, respectiv cel care soseşte de la satelit la receptor şi cel generat de receptor care este o replicã identicã cu cea a satelitului care a emis-o, recunoscut de receptor prin intermediul secvenţei **PRN,** numitã şi amprentã a satelitului recepţionat.

Aceste douã semnale sunt identice între ele dar, se gãsesc decalate de timpul necesar pentru ca semnalul sã parcurgã spaţiul de la satelit la receptor (~ 20200km. în ~ 0.067 sec.).

Timpul de zbor ***„Δt”*** (*Figura 6.2*), reprezintã decalajul de timp necesar pentru ca replica generatã de receptor sã se alinieze perfect cu semnalul transmis de satelit.

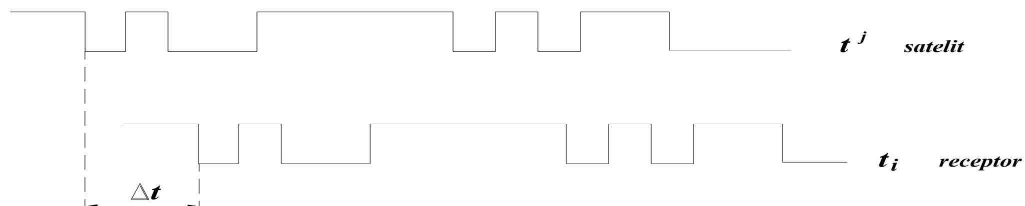


Figura 6.2 Timpul care se mãsoarã

Distanţa determinatã în acest mod nu reprezintã aşa numita *„pseudodistanţã”*, deoarece ceasurile receptorului şi satelitului nu sunt sincronizate, între ele existând o eroare de ceas (*offset*).

Mãsurarea pseudodistanţelor poate fi realizatã numai prin utilizarea codurilor, deoarece

numai acestea pot da indicaţii asupra momentului când marca de timp este emisã de satelit şi poate fi detectatã de receptor.
Dacã se considerã cã toate ceasurile atomice de la bordul sateliţilor sunt sincronizate, în această ipoteză, totuşi, nu se poate ca să nu apară un decalaj între ele, decalaj care să aducă o eroare de ***ns*** (10^{-9}sec.), eroare care afectează distanţta satelit–receptor, cu cca. ***30cm***.
Ceasurile receptoarelor GPS sunt ceasuri cu cuart, ceasuri a cãror stabilitate în funcţionare este mult mai mică, cu câteva ordine de mãrime, decât ale ceasurilor atomice de la bordul sateliţilor.
Se poate considera cã şi aceste ceasuri pot fi sincronizate dar cu o eroare de aproximativ o ***ms*** (10^{-3}sec.), eroare care ar afecta distanţa satelit – receptor cu cca.***300 km***.
Ca în orice orice alt gen de mãsurãtori geodezice, observaţiile satelitare, prin care se determinã poziţiile relative sau absolute ale unor puncte pe suprafaţa terestrã, pot fi prelucrate prin ***metoda celor mai mici pãtrate.***
Modelul matematic al prelucrãrii se bazează pe condiţia cunoscută, în care numărul de observaţii, este mult mai mare decât numărul de necunoscute.
Având în vedere cele douã metode principale de efectuare a observaţiilor, respectiv metoda statică şi metoda cinematică, în ambele cazuri numărul de observaţii este dat de parametrii ***nj*** si ***nt*** , unde:
nj = numãrul de sateliti receptionaţi;
nt = numãrul de epoci recepţionate de la fiecare satelit vizibil (receptorul, în timpul observaţiilor este în contact permanent cu toţi sateliţii şi inregistreazã epocile mãsurate la anumite intervalle de timp, de exemplu în mãsurãtorile statice la interval de 15 sau 30 secunde, în funcţie de tipul de mãsurãtorile care se execută).
In cadrul ***metodei statice*** de determinare a coordonatelor, cu ajutorul tehnologiei satelitare, receptoarele staţionează pe punctele care urmează a fi determinate, pentru diverse epoci de mãsurare în funcţie de preciziile care se doresc în determinarea punctelor, necunoscutele fiind reprezentate de:

- ***corecţii***, ce se calculează pentru cele trei coordonate tridimensionale ale fiecãrui punct;
- ***1 corecţe*** pentru eroarea de ceas a fiecãrui receptor pentru fiecare epocă, pentru un total de 3+nt necunoscute;

Numãrul minim de sateliţi care conduc la o soluţie este ***nj = 2*** sateliţi, care necesitã un numãr minim de ***nt = 3*** epoci de mãsurãtori. Cu acest model este posibilã o soluţie instantanee de poziţionare, unde cele 4 necunoscute sunt rezultatul fiecãrei epoci generată de cel puţin 4 sateliţi.
Modelul care coincide cu **nj = 2** sateliţi şi ***nt =3*** sau ***nt > 3*** epoci de mãsurãtori, pentru metoda de poziţionare statică, teoretic este posibil .
În practicã, totuşi rezultatul nu este acceptabil din cauza unei condiţii proaste de configurare a sistemului de ecuaşii de observatii care necesitã epoci de mãsurare dispersate în timp, cum ar fi de exemplu la anumite ore, pentru a asigura o conformaţie geometricã cât mai bunã a constelaţiei de sateliţi vizibili.
În timp ce receptorul achiziâionează 3 epoci la un interval de câteva secunde, satelitul

parcurge într-adevãr o porţiune scurtã de orbitã, aceastã situaţie fiind comparabilã cu o intersecţie clasicã cu o bazã foarte scurtã în care rezultatele sunt slabe.
O altã situaţie posibilã constã în recepţionarea a cel puţin 3 epoci de mãsurãtoare de la 2 sateliţi, împreunã cu cel puţin 3 epoci de la alţi 2 sateliţi. Aceastã situaţie este de asemenea destul de rarã, dar este utilã în circumsanţe speciale, cum ar fi de exemplu masurãtorile **GPS** în centrele urbane, unde vizibilitatea la constelaţia satelitarã este obstrucţionatã de construcţii.
În cazul metodelor cinematice de determinare a coordonatelor punctelor, modelul de bazã se obţine direct din consideraţiile date de mişcarea receptorului şi din numãrul de coordonate necunoscute ale staţiilor care devine ***3nt*** .Impreunã cu cele ***nt*** necunoscute aferente corecţiilor de ceas ale receptoarelor, numãrul de necunoscute ajunge la ***4nt*** .
În metoda cinematicã, poziţia şi viteza de deplasare a receptorelor mobile poate fi determinatã în timp real dacã se obţin, simultan, mãsurãtori de la cel puţin aceeaşi 4 sateliţi.

6.1.2 Poziţionarea prin mãsurarea fazei undei purtãtoare mixate

Lungimea (*range*), receptor – satelit, poate fi obţinutã şi prin mãsurarea fazelor portantelor ***L1*** si ***L2***, metoda presupunând urmãrirea unui satelit ***"j"*** în lungul orbitei sale la o epocã iniţialã ***"t0 "*** şi respectiv la o epocã oarecare *„t"*.
La momentul ***„t0"*** distanţa *(range)* de la satelitul ***„j"*** la receptorul ***„i"*** poate fi exprimatã ca o sumã, datã de numãrul întreg de cicli ai undei de la satelit la receptor, plus o fracţiune de lungime de undã, care exprimã o fracţiune de ciclu întreg de lungime de undã.
În realitate, aceasta este mãrimea care se mãsoarã, în timp ce numãrul de cicli întregi denumit ***„ambiguitate de faze"***, rãmâne ca o nouã necunoscutã pentru fiecare satelit observat.
Dacã observaţiile au început la epoca ***„t_0"***, la epoca ***„t"***, satelitul a parcurs o porţiune de orbitã şi la noua mãsurãtoare (epocã) a distanţei de la satelit la receptor, se va mãsura fracţiunea de ciclu întreg de lungime de undã la momentul ***„t"*** şi va apare necunoscuta aferentã momentului ***„t"***, pentru numãrul care va exprima ciclii întregi de lungime de undã, respectiv ambiguitatea la momentul ***„t"***.
În acest caz, receptorul este în situaţia de a determina fracţiunea de ciclu întreg dar nu şi ambiguitatea de fazã, chiar dacã aceasta se presupune cã rãmâne la aceeaşi valoare.
Dacã se presupune cã *„ambiguitatea"* rãmâne la aceeaşi valoare trebuie menţinut contactul cu satelitul între diferite epoci de mãsurare şi pe urmã conţinutul numãrului întreg de cicli se schimbã datoritã mişcãrii relative a satelitului faţã de receptor.

7. ASPECTE ALE ÎNTOCMIRII UNUI PROIECT PRIN MĂSURĂTORI SATELITARE

7.2 PLANIFICAREA UNEI SESIUNI GPS

Când o determinare este făcută cu ajutorul tehnologiei GPS, vizibilitatea dintre receptoare nu constituie o cerinţă a măsurătorii întrucât aceste receptoare nu transmit şi nu recepţionează semnale între ele, ci le primesc de la sateliţii care se mişcă în jurul Pământului. Singura condiţie ce trebuie îndeplinită pentru a putea recepţiona aceste semnale se referă la obţinerea unui *orizont liber spre cer*.

Semnalele emise de sateliţii GPS sunt asemenea razelor solare, astfel încât, orice obstacol aflat în calea acestora reduce considerabil intensitatea semnalului putând chiar împiedica recepţionarea lui.

Prima fază a planificării se referă la alegerea unei perioade pentru efectuarea măsurătorilor, care se va subdivide în sesiuni de lucru.

Perioada optimă este caracterizată printr-un număr suficient de mare de sateliţi vizibili şi o valoare PDOP cât se poate de mică.

Un alt criteriu de alegere a perioadei optime de lucru se referă la influenţa refracţiei atmosferice, care, noaptea este mult mai redusă decât ziua.

La stabilirea sesiunilor de lucru în poziţionarea relativă trebuie luaţi în considerare 4 factori :

- lungimea bazei;
- numărul sateliţilor vizibili;
- geometria constelaţiei satelitare (PDOP);
- raportul semnal/zgomot pentru semnalul satelitar (SNR).

Unele valori informative pentru durata sesiunilor de lucru, când se dorește o precizie ridicată sunt date în tabelul 7.1.

Tabelul 7.1

Lungimea bazei (km)	Durata sesiunii (minute)
0-1	10-30
1-5	30-60
5-10	60-90
10-15	90-120

Durata sesiunilor se diminuează în funcţie de precizia care se doreşte să fie atinsă, dar nu trebuie omis nici factorul economic. Foarte importantă este şi dimensionarea justă şi optimă a timpului dintre sesiuni, când receptoarele sunt reinstalate în alte puncte ale reţelei. De asemenea trebuie prevăzut cel puţin un punct de legătură între sesiuni,

pentru a putea reduce rezultatele la cel puţin un punct de referinţă, care să asigure interconectarea bazelor GPS din diferite sesiuni.
A doua fază a planificării pentru măsurătorile satelitare se referă la distribuirea receptoarelor la echipe şi programarea punctelor pentru fiecare echipă. De regulă se întocmeşte un tabel, în care se prevede ce echipă , în ce sesiune trebuie să staţioneze într-un punct.
Numărul minim de sesiuni s într-o reţea cu p puncte şi la folosirea a r receptoare se determină cu relaţia:

$$s = \frac{p-n}{r-n} \tag{7.1}$$

unde n reprezintă numărul punctelor de legătură între sesiuni.
Relaţia are sens numai pentru $n \geq 1$ *şi* $r \geq n$. Dacă raportul nu oferă un număr întreg, se va rotunji valoarea raportului în plus la valoarea întreagă superioară.

- ***Amplasamentul***

Este indicat ca staţiile să nu fie obstrucţionate din punct de vedere al vizibilităţii peste elevaţia de 15-20 grade; în cazul în care staţia este portabilă, este bine de găsit zona cu gradul de obstrucţie cel mai redus.
Vegetaţia prea densă poate crea probleme de vizibilitate pentru staţiile GPS; frunzele copacilor şi crengile pot bloca semnalele sateliţilor. Se procedează la defrişări în zona respectivă, pe baza acordului obţinut de la organele în drept. De asemenea, se va evita amplasarea staţiilor în apropierea clădirilor înalte sau a pereţilor verticali ce pot interfera cu semnalul recepţionat, cât şi a emiţătorilor de înaltă putere (TV). În această fază se întocmeşte o diagramă de obstrucţie sau o diagramă polară, în vederea determinării perioadei optime de staţionare pe punct, atunci când vizibilitatea sateliţilor este cea mai bună.

- ***Recunoaşterea terenului***

Recunoaşterea staţiilor se face obligatoriu pentru fiecare punct ce urmează a fi staţionat, înainte de începerea propriu-zisă a proiectului de măsurători.
Este indicat ca toţi membrii echipei să participe la această recunoaştere în teren şi totodată să se analizeze la faţa locului diagrama de obstrucţie.
Pe baza acestei recunoaşteri a terenului se pot determina cu precizie:

- accesul cel mai comod la punct
- schiţa completă a terenului cu direcţiile importante de acces
- modul de marcare, pentru uşurarea recunoaşterii punctului
- obţinerea acordului de acces în zonă, în cazul proprietăţilor private

Pe tot parcursul acestei identificări a staţiilor, se va ţine cont de condiţiile meteo care nu afectează sistemul GPS sau receptoarele, dar în schimb poate afecta accesibilitatea la staţie.

Tot în faza de recunoaştere se identifică sistemele de semnalizare a punctelor, luându-se măsuri de precauţie pentru cele aflate pe şosele (prin săgeţi direcţionale) sau cele ce vor fi staţionate pe timp de noapte (sisteme de iluminare corespunzătoare).

- ***Puncte de control planimetric***

Un minim de trei puncte de sprijin sunt necesare pentru o compensare completă 3D. Cu cât proiectul este mai mare, cu atât trebuie incluse mai multe puncte de sprijin. În cazul suspectării anumitor puncte cu precizie scăzută, este recomandat să se extindă numărul lor, pentru control suplimentar - în această situaţie se estimează rezultatele cu un grad ridicat de precizie.
Amplasarea acestor puncte de sprijin se face astfel:

- se desenează linia N-S prin centrul proiectului; apoi se desenează şi linia E-V, obţinându-se patru cadrane egale. Trei dintre acestea trebuie să conţină, fiecare, cel puţin un punct de sprijin;
- ele pot fi atât în interiorul cât şi în exteriorul perimetrului proiectat.

Pentru a avea un control mai bun asupra reţelei, se recomandă a se păstra o distanţă de 60 km sau chiar mai mică între un punct de sprijin şi unul necunoscut.

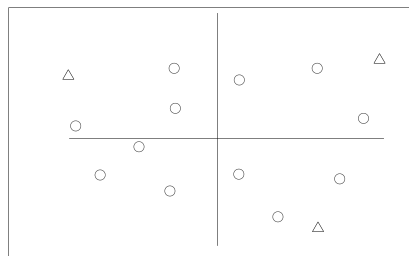


Figura 7.1 Reperajul punctelor de sprijin. Metoda cadranelor

În cazul drumuirilor, aceste trei puncte de sprijin vor fi amplasate la capetele traseului şi unul la mijlocul acestuia. Pentru drumuiri întinse, punctele de sprijin se vor găsi la o distanţă de maximum 60 km.

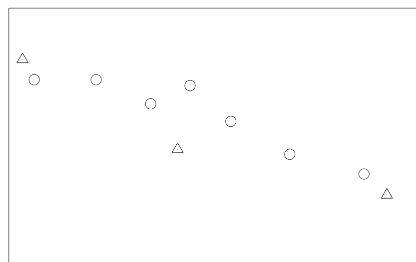


Figura 7.2 Reperajul punctelor de sprijin. Metoda pasajului

- ***Puncte de control altimetric***

Cotele ortometrice nu trebuie confundate cu cele obţinute din măsurători GPS. Cum este ştiut, cotele punctelor suprafeţei fizice a Pământului sunt raportate la nivelul mediu al mării, adică la geoid, pe când cotele GPS sunt raportate la suprafaţa elipsoidului WGS'84. Cu alte cuvinte, cotele GPS şi cotele topometrice (cote ortometrice) nu sunt raportate la aceeaşi suprafaţă zero. O asemenea situaţie este în mod schematic exemplificată în figura 3.3.
În acest exemplu s-a presupus măsurarea denivelării GPS dintre două puncte fixe de nivelment A şi B. Cu aceeaşi figură se pune în evidenţă faptul ca valoarea ondulaţiei geoidului variază de la punct la punct. Pentru transformarea cotelor elipsoidice în cote ortometrice ar fi necesară cunoaşterea diferenţei dintre cote raportate la cele două sisteme de referinţă (adică valoarea ondulaţiei geoidului). Din păcate, cum am mai amintit deja, valoarea ondulaţiei geoidului nu este constantă.
Dacă valoarea ondulaţiei geoidului ar fi cunoscută (şi de multe ori nu este), pentru a corecta cota GPS şi a determina cota ortometrică este necesar să fie luate în considerare alte puncte cu cote cunoscute (atât cotele elipsoidice cât şi cele ortometrice).

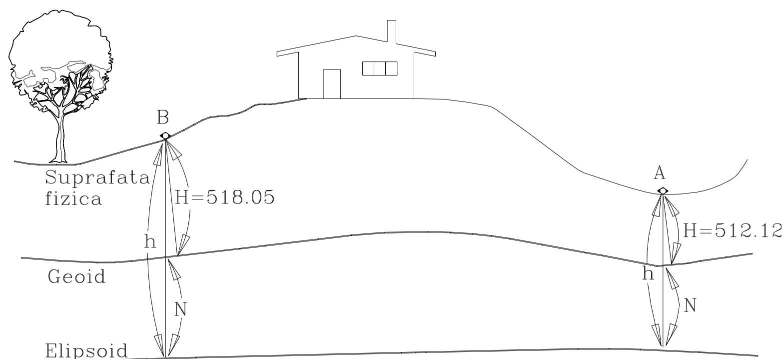


Figura 7.3 Relaţii de legătură Geoid-Elipsoid

Notaţii: N - ondulaţia geoidului
H - altitudinea ortometrică
h - altitudinea elipsoidală

$$N+H=h \qquad (7.2)$$

Precizia determinării cotei h depinde de precizia cu care este cunoscut N.
Amplasarea punctelor de sprijin pentru altimetrie se face în modul următor:

- se împarte proiectul în 4 cadrane egale; în fiecare din cele 4 cadrane, trebuie să existe cel puţin un punct de sprijin pe verticală (figura 7.4).
- pentru reţele mai mari (depăşind 100 km2), se vor introduce mai multe puncte de sprijin, aproximativ la intervale de 10 km (figura 7.5).

- pentru trasee de drumuire nivelitică, se foloseşte metoda pasajului, punctele fiind amplasate atât la capetele traseului cât şi pe parcursul acestuia, de o parte şi de cealaltă a axului drumuirii. Se obţine astfel un minim de 4 puncte ce mărginesc proiectul (figura 7.6).
- în cazul reţelelor întinse, un punct de sprijin trebuie regăsit la fiecare 10 km distanţă, pe ambele părţi ale axului de drumuire. Se vor evita punctele aliniate (toate) pe aceeaşi parte a axului (figura 7.7).

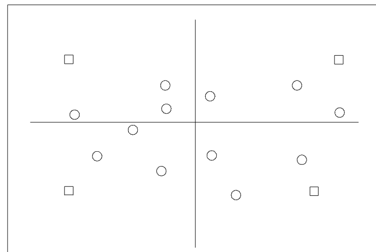


Figura 7.4 Reperajul punctelor de control altimetric. Metoda cadranelor

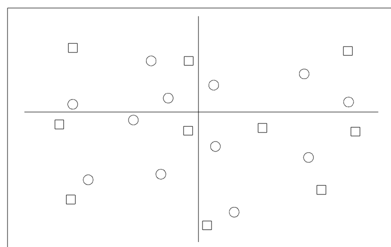


Figura 7.5 Reperajul punctelor de control altimetric pentru reţele mari

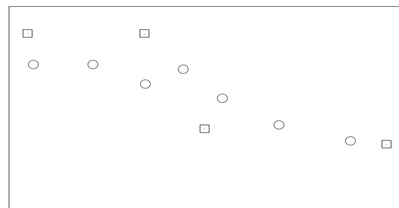


Figura 7.6 Reperajul punctelor de control altimetric. Metoda pasajului



Figura 7.7 Reperajul punctelor de control altimetric. Metoda pasajului pentru reţele mari

- ***Alegerea distanţelor***

Pentru obţinerea unei precizii ridicate a determinărilor se folosesc de regulă distanţe mici, între 5-15 km; traseele cu lungimi mari (>30km) implică erori absolute mai mari. Orice distanţă mare poate fi segmentată în mai multe componente care să asigure precizia dorită pe fiecare porţiune a ei în parte.
În cazul metodei pasajului, pentru drumuiri având trasee lungi, cu cât acestea au valori mai mari, cu atât eroarea transmisă punctului următor este mai mare.

Se impune menţinerea acestor lungimi la cotele minime. Dacă este necesar să se lucreze cu distanţe mari, atunci se vor înmulţi punctele de sprijin pe traseu.

- ***Planificarea unei sesiuni de măsurători***

Sesiunea se defineşte ca perioada când două sau mai multe receptoare colectează simultan datele furnizate de sateliţi. Începutul acestei "sesiuni" depinde de mai mulţi factori, cel mai important fiind legat de disponibilitatea satelitului, adică de perioada lui optimă de emisie.
Pentru obţinerea unor rezultate bune ale determinărilor trebuie să se ţină cont de:

- selectarea corectă a perioadelor de observaţii, aceasta însemnând ca 4 sau mai mulţi sateliţi să poată fi exploataţi simultan;
- verificarea constelaţiilor sateliţilor (dacă o constelaţie a fost modificată, satelitul respectiv devine, indisponibil şi nu emite nimic);
- verificarea PDOP-ului, reprezentând un parametru al geometriei satelitului; pentru determinări statice; un PDOP<5 indică o bună geometrie satelitară (sateliţii sunt dispuşi în poziţie optimă). Trebuie evitate configuraţiile ce au un PDOP>7;
- perioada sesiunilor depinde de distanţe; cu cât acestea sunt mai mari cu atât şi sesiunile sunt mai de durată. Pentru lungimile mici (sub 10km), campania durează cam 45 minute iar cele ce depăşesc 20 km determină o durată de aproximativ 1,5 ore sau chiar mai mult;
- identificarea sesiunii se face prin numerotarea zilelor în care se execută (Julian Day). Această zi a anului se defineşte în raport cu 1 Ianuarie (ex: 10 ianuarie = a 10-a zi Juliană; 21 martie = a 80-a zi Juliană).

Aceste notaţii se fac pe formulare tip, pe care se înregistrează şi observaţiile din ziua respectivă (tabelul 7.2);

- verificarea integrităţii echipamentului de teren.

Sesiunea de măsurători se încheie atunci când au fost preluate toate datele necesare pentru staţia respectivă şi înregistrate pe dischetă pentru prelucrarea ulterioară de birou.

Tabelul 7.2 Exemplu de fişă de măsurători satelitare

Fisa de măsurători statice GPS			
Denumirea lucrării:	REŢEA DE ÎNDESIRE	Tipul aparatului:	LEICA
Punct staţie nr./denumire:	B20	Număr instrument:	SR20
Judeţ:	TIMIŞ	Tip antenă:	Leica
Localitate:	TIMIŞOARA-CALEA ŞAGULUI	Număr antenă:	
Operator:			
Data:			
Zi calendar iulian:			
Măsurătoarea s-a efectuat pe una sau două **X** frecvenţe		Timp de integrare:	4623 sec
Coordonatele punctului de staţie			
WGS 84		STEREO 70	
Latitudine Geografică /lat/ϕ:		**X:**	
Longitudinea Geografică /lon/ λ:		**Y:**	
Înălţime Elipsoid:		**Z:**	
Datele antenei			
$h = \sqrt{C^2 - r^2}$ r = 0, ... m Înălţimea verticală /h /: m		Înălţimi înclinate /c/: 1. 1,423 2. .... 3. .... 1.	
Măsurătoare **x** centrată excentrică			
Ostacole introduse în receptor: 5°, 10°, 15°, 20°, 25°			
Obstacole în punctul de staţie în timpul măsurătorii:			
N (0°) V (270°) 10° 30° 60° E (90°) S (180°)			

Datele perioadelor de măsurare				
File/session				
Momentul Start":	10			
Momentul Stop":	13.46			
Timp total de măsurare	3h.46min			

7.2 METODE DE DETERMINARE A POZIŢIEI PUNCTELOR PRIN MĂSURĂTORI GPS

Există mai multe tehnici de măsurare care pot fi folosite de majoritatea receptorilor pentru măsurători GPS. Geodezul ar trebui să aleagă cea mai adecvată tehnică pentru realizarea măsurătorilor.

- *Metoda statică* – folosită pentru linii lungi, reţele geodezice, studiul plăcilor tectonice, etc. Oferă o precizie mare pentru distanţe lungi, dar comparativ este lentă.
- *Metoda static rapidă* – folosită pentru organizarea reţelelor de control locale, îndesirea de reţele, etc. Oferă o precizie ridicată pentru măsurarea bazelor de până la 20 km lungime şi este mult mai rapidă decât metoda statică.
- *Metoda cinematică* – folosită pentru măsurarea de detalii şi măsurarea de mai multe puncte într-o succesiune rapidă. Este o modalitate foarte eficientă pentru măsurarea mai multor puncte situate aproape unul de altul. În orice caz, dacă există obstrucţii spre cer ca şi poduri, copaci, clădiri înalte etc, şi mai puţin de 4 sateliţi pot fi observaţi, echipamentul trebuie reiniţializat, fapt care poate lua 5-10 minute. O tehnică de procesare cunoscută ca On The-Fly (OTF) a făcut un mare progres în minimizarea acestei restricţii.
- *Metoda de măsurare în timp real RTK – RTK (Real Time Kinematic)* foloseşte o legătură de transmitere a datelor radio pentru a transmite datele de la satelit, de la bază la mobil. Aceasta face posibilă calcularea coordonatelor şi afişarea acestora în timp real, în timpul desfăşurării măsurătorilor. Este folosită pentru aplicaţii similare metodei cinematice.

Metoda de măsurare combinată - Combinarea primelor trei metode poate asigura executarea oricărui proiect oricât de amplu, cu condiţia cunoaşterii şi aprecierii corecte a locului şi momentului unde se pretează a fi utilizată fiecare metodă. Rolul impactului planificării lucrărilor se va evidenţia în acest caz în mod deosebit.
Poziţiile diferitelor puncte de pe suprafaţa terestră pot fi determinate utilizând tehnici şi tehnologii multiple de măsurare.
Astfel, poziţionarea se poate face în raport cu un anumit sistem de coordonate care se alege de obicei ca fiind geocentric în raport cu un alt punct determinat anterior sau, în contextul existenţei unei reţele de puncte predeterminate. Noţiunea de poziţionare poate fi atribuită atât elementelor aflate în mişcare (mobile) cât şi celor fixe (statice). Determinările pot fi făcute relativ la un sistem de coordonate bine definit, de regulă tridimensional, la care originea o constituie chiar centrul de masă al Pământului, fie în raport cu un alt punct ce reprezintă originea unui sistem de coordonate locale, diferit de centrul de masă al Pământului şi stabilit conform scopului şi destinaţiei urmărite.

Metoda de măsurare statică

Aceasta a fost prima metodă dezvoltată în cadrul măsurătorilor GPS. Poate fi utilizată pentru măsurarea bazelor lungi, de obicei de 20 km) şi mai lungi.

Un receptor este amplasat pe un punct ale cărui coordonate sunt cunoscute cu precizie în sistemul WGS'84. Acesta este cunoscut sub denumirea de receptor bază (mamă). Celălalt receptor este amplasat la celălalt capăt al bazei şi este cunoscut sub denumirea de mobil (rover).
Datele sunt apoi înregistrate de ambele staţii simultan. Este important ca datele să fie înregistrate la acelaşi interval de timp de către fiecare staţie. Durata de timp între înregistrările de date poate fi setată la intervale de 15, 30 sau 60 de secunde.
Receptorii trebuie să colecteze datele pentru o perioadă precisă de timp. Această perioadă este influenţată de lungimea bazei, de numărul sateliţilor observaţi şi de geometria sateliţilor. Ca regulă de bază, timpul de observaţie este de minim o oră pentru o lungime a bazei de 20 km cu 5 sateliţi şi un GDOP predominant de 8. Bazele mai lungi necesită un timp de observaţie mai îndelungat.
Odată ce au fost colectate date suficiente, receptorii pot fi opriţi. Mobilul (rover-ul) poate fi apoi mutat pe următoarea bază şi măsurătorile pot începe din nou.
Este foarte importantă introducerea redundanţei în reţeaua care este măsurată. Aceasta implică măsurarea punctelor cel puţin de două ori şi creează verificări de siguranţă împotriva unor probleme care altfel ar putea trece neobservate.
O creştere a productivităţii poate fi realizată prin adăugarea unui receptor mobil suplimentar. Buna coordonare este necesară între echipele care execută măsurătorile pentru a putea maximiza efectul de folosire a trei receptori. Un exemplu este dat în figura de mai jos.
Ca o estimare empirică a preciziei măsurătorilor relative, se poate considera ±5 mm (3 mm) +1 ppm din lungimea bazei. Aceasta este metoda principală pentru crearea reţelelor geodezice de sprijin.
O reducere substanţială a duratei sesiunilor de lucru, la 5 – 20 minute pentru o sesiune, este atinsă cu metoda Static rapidă, fiind folosită pentru estimarea ambiguităţilor. Metoda oferă rezultate foarte bune la determinări de baze scurte (maxim 5 – 10 km), cu constelaţii satelitare foarte bune şi cu receptoare care măsoară pe ambele frecvenţe. Precizia potenţială este estimată la (±5 mm +1 ppm). Metoda se utilizează des la îndesirea reţelelor de sprijin şi reperaj fotogrametric.

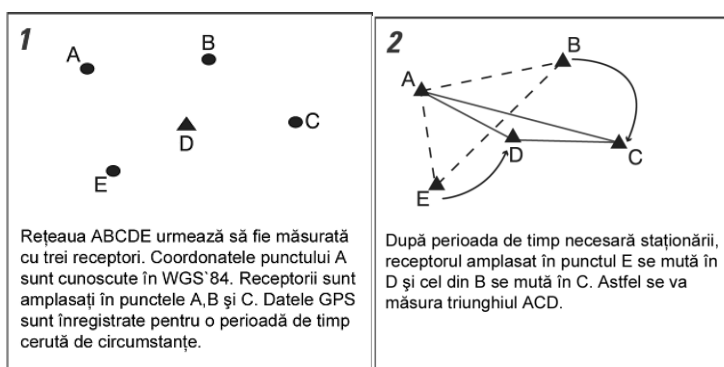


Figura 7.8 a Realizarea măsurătorilor GPS în metoda statică.

Etapele 1, 2

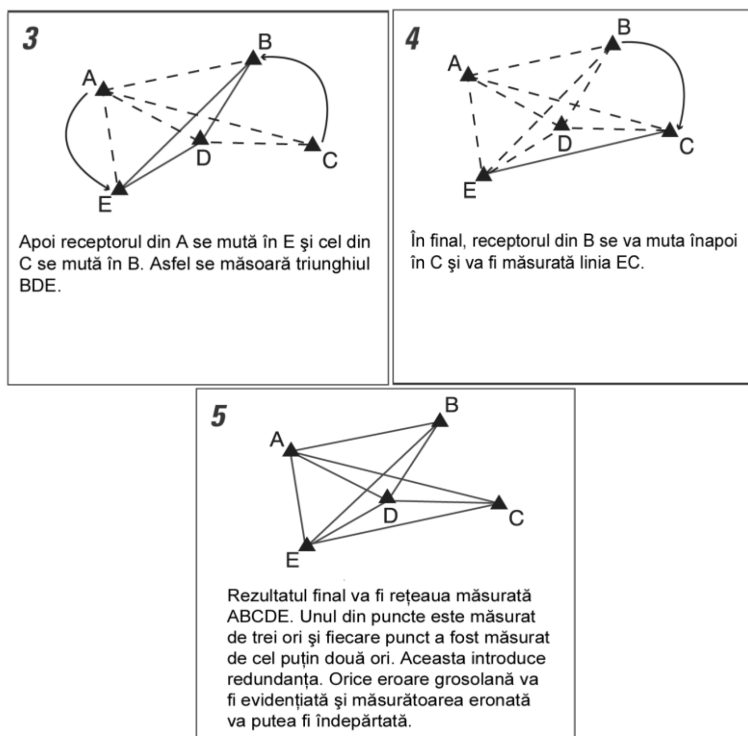


Figura 7.8 b Realizarea măsurătorilor GPS în metoda statică.
Etapele 3, 4, 5

Metoda static rapidă

În metoda de măsurare static rapidă, este ales un punct de referinţă şi unul sau mai mulţi roveri lucrează în raport cu el.

Caracteristic, metoda static rapidă este folosită pentru îndesirea reţelelor existente, stabilirea controlului, etc.

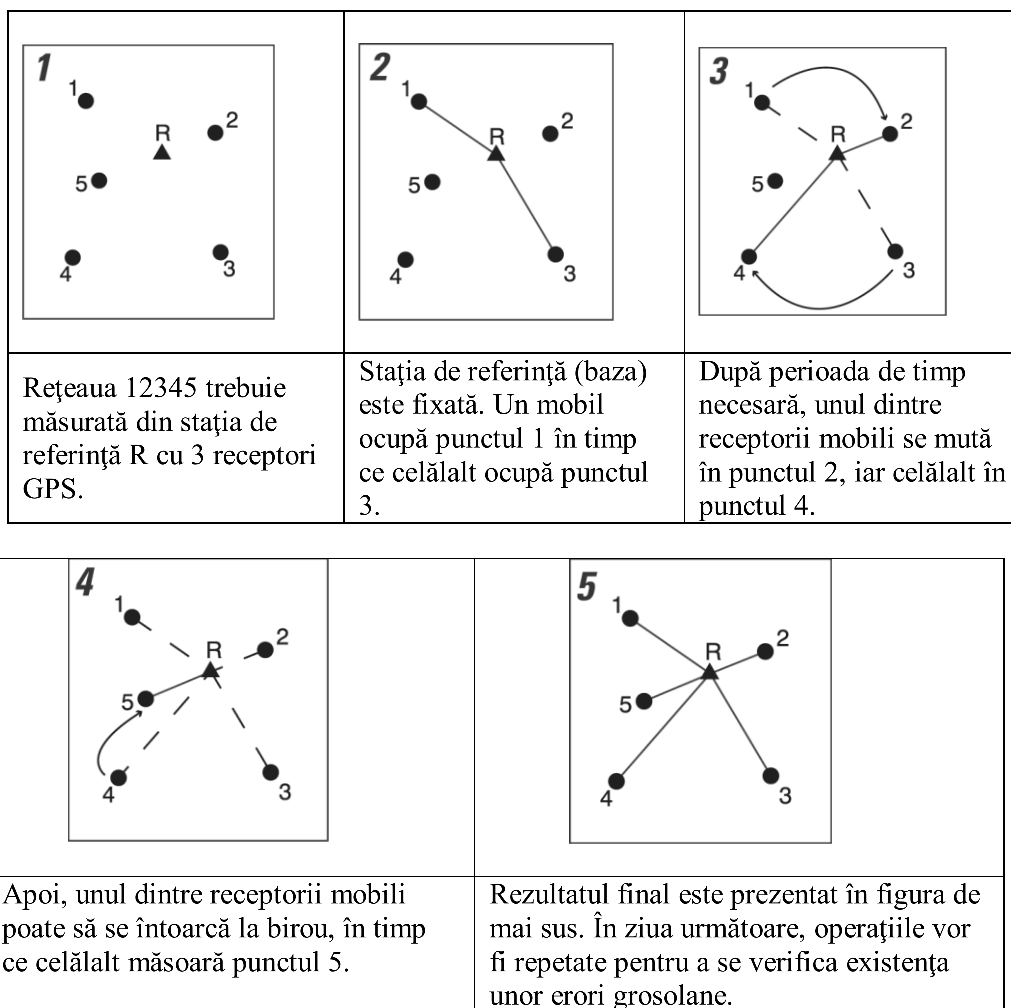


Figura 7.9 Realizarea măsurătorilor GPS cu metoda static rapidă (fast-static)

Trebuie realizate verificări pentru a ne asigura de faptul că nici o eroare grosolană nu a intervenit în măsurători. Acest lucru poate fi realizat prin remăsurarea punctelor într-un alt moment al zilei.

Atunci când lucrăm cu doi sau mai mulţi receptori mobili, o alternativă este aceea să ne asigurăm că toţi mobilii funcţionează în fiecare punct ocupat simultan. Astfel este permis ca datele de la fiecare staţie să fie folosite ori ca referinţă ori ca rover pe durata postprocesării fiind cea mai eficientă metodă de lucru dar de altfel şi cea mai greu de sincronizat.

O altă cale de introducere a redundanţei este aceea de a stabili două staţii fixe şi de a folosi un mobil pentru staţionarea pe puncte aşa cum este arătat în figura de mai sus.
Sau varianta alternativă

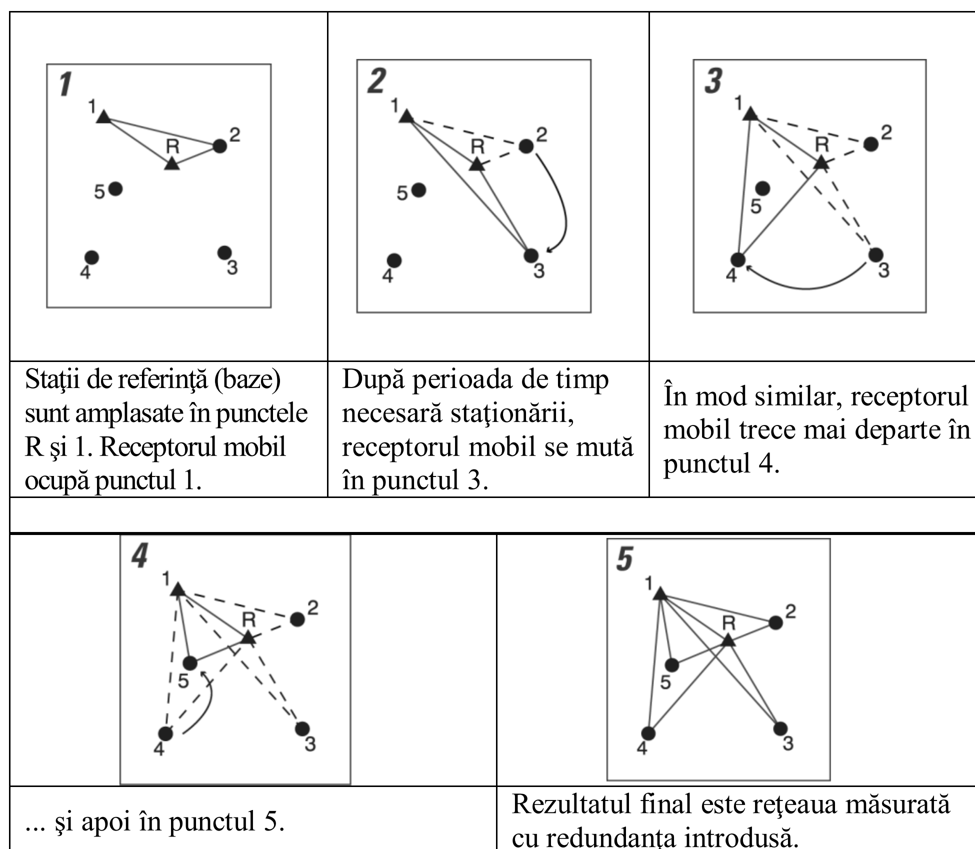


Figura 7.10 Variantă alternativă de realizare a măsurătorilor GPS cu metoda static rapidă

Metoda cinematică

Metoda cinematică este de obicei utilizată pentru măsurători de detaliu, înregistrarea traiectoriilor, etc., deşi odată cu apariţia metodei RTK popularitatea ei este pe o pantă descrescătoare.
Tehnica implică mutarea receptorului mobil (rover) a cărui poziţie poate fi calculată relativ la receptorul fix (bază).
În primul rând, mobilul trebuie să îndeplinească ceea ce este cunoscut ca iniţializare. Aceasta este în fond acelaşi lucru ca şi principiul de măsurare a unui punct cu metoda static rapidă şi a permite soft-ului postprocesarea pentru rezolvarea ambiguităţii odată ajunşi la birou. Baza şi mobilul sunt porniţi şi rămân nemişcaţi pentru 5-20 de minute,

înregistrând date. Timpul de staţionare depinde de lungimea bazei de la receptorul fix şi de numărul sateliţilor observaţi.
După această perioadă, după această perioadă mobilul poate fi mutat nestingherit.
Utilizatorul poate înregistra poziţiile la o rată de înregistrare predefinită, poate înregistra poziţii distincte, sau o combinaţie a celor două. Această parte a măsurătorii este denumită în mod comun lanţul cinematic.
Un aspect important de urmărit este acela că pe tot parcursul măsurătorii să se evite apropierea de obiecte care ar putea bloca semnalul sateliţilor spre receptorul mobil. Dacă oricând pe parcursul măsurătorii mobilul observă mai puţin de 4 sateliţi, măsurătoarea trebuie oprită, receptorul trebuie mutat într-o poziţie în care 4 sau mai mulţi sateliţi sunt observaţi şi trebuie refăcută iniţializarea înainte de continuarea măsurătorilor.

 *Metoda cinematică OTF*

1	2	3
Iniţializarea este realizată de la bază la mobil.	Mobilul poate apoi să se deplaseze. Poziţiile sale pot fi înregistrate la intervale de timp predefinite...	...şi în alte puncte distincte dacă se doreşte.

Figura7.11 Realizarea măsurătorilor GPS în metoda cinematică

Aceasta este o variantă a metodei cinematice şi înlătură cerinţele de iniţializare şi cele următoare iniţializării când numărul sateliţilor observaţi scade sub 4.
Metoda cinematică OTF este o metodă de procesare care este aplicată măsurătorilor pe parcursul postprocesării. La începutul măsurătorilor, operatorul poate pur şi simplu să se deplaseze cu receptorul şi să înregistreze datele. Dacă va trece pe sub coroana unui copac şi va pierde sateliţii, la momentul intrării în aria de acoperire a sateliţilor, sistemul se va reiniţializa automat.

Metoda cinematică în timp real
Prescurtarea de RTK provine de la măsurători cinematice în timp real. Este o metodă de măsurare cinematică OTF ce se derulează în timp real.
Staţia fixă are ataşată o legătură radio şi retransmite datele pe care le recepţionează de la sateliţi.
Şi mobilul are o legătură radio şi recepţionează transmis de staţia fixă. Mobilul recepţionează de altfel date şi direct de la sateliţi prin intermediul propriei sale antene GPS. Aceste două seturi de date pot fi procesate împreună de receptorul mobil în scopul rezolvării ambiguităţii şi prin urmare se va obţine o precizie ridicată relativ la receptorul fix.

Odată ce receptorul fix a fost instalat şi transmite date prin legătura radio, receptorul mobil poate fi activat.
Atunci când urmăreşte sateliţii şi recepţionează date de la fix, poate începe procesul de iniţializare. Acesta este similar cu iniţializarea realizată în cazul unei măsurători cinematice OTF, diferenţa principală fiind faptul că este dusă la capăt în timp real.
Odată ce iniţializarea este completă, ambiguităţile sunt rezolvate şi mobilul poate înregistra puncte şi coordonate. În acest moment precizia de determinare a bazei este de cuprinsă în intervalul 1-5 cm.
Este importantă menţinerea contactului cu receptorul fix, căci altfel mobilul ar putea pierde ambiguitatea. Aceasta duce la calcularea unei poziţii a punctului mult depărtată de realitate.
În plus, probleme ar putea fi întâlnite la măsurarea punctelor aflate aproape de obstrucţii ca şi de clădiri înalte, copaci, etc. unde semnalul sateliţilor ar putea fi blocat.
RTK a devenit foarte repede cea mai întâlnită metodă de obţinere a unor precizii ridicate, măsurători GPS de acurateţe mare pe arii restrânse şi poate fi utilizat şi pentru aplicaţii similare celor la care se folosesc staţiile totale. Aceasta include şi măsurători de detaliu, supraveghere, aplicaţii COGO, etc.

❖ *Legătura radio*

Majoritatea sistemelor GPS RTK, folosesc mici modemuri radio pe frecvenţa UHF.
Comunicaţia radio este acea parte a sistemului RTK cu care majoritatea utilizatorilor întâmpină dificultăţi. Merită luată în considerare influenţa următorilor factori în momentul încercării optimizării performanţei legăturii radio:
Puterea transmiţătorului radio. În general vorbind, mai multă putere înseamnă performanţă mai bună. Oricum, majoritatea ţărilor restricţionează legal puterea de emisie la 0,5-2W.
Înălţimea antenei transmiţătorului. Comunicaţiile radio pot fi afectate de linia de vizare. Cu cât mai sus este poziţionată antena, cu atât este mai puţin probabil să fie probleme cu linia de vizare. De asemenea va creşte raza de acţiune a comunicaţiilor radio. Acelaşi lucru este valabil şi în cazul antenei receptoare.

Alţi factori de influenţă ce afectează performanţa includ lungimea cablului până la antena radio (cabluri mai lungi înseamnă pierderi mai mari) şi tipul de antenă radio folosită.

8. SURSE DE ERORI ÎN MĂSURĂTORILE SATELITARE

Sistemul GPS a fost conceput ca un sistem de navigaţie în special în scopuri militare. În acest domeniu de aplicare interesează în mod deosebit poziţionarea în timp real cu măsurarea şi prelucrarea pseudodistanţelor.
Tehnica satelitară, ca şi orice altă tehnică de măsurare, este afectată de erori sistematice şi de erori aleatoare.
Principalele surse de erori ce influenţează măsurătorile satelitare sunt legate de:
- efectele instrumentale;
- efectele mediului de propagare;
- deficienţele în modelele dinamice utilizate pentru determinarea mişcărilor relative ale sateliţilor GPS.

Aceste surse de erori pot provoca:
I. Erori sistematice (eliminate sau estimate în procesul de calcul):
- erori sistematice de reprezentare a orbitelor;
- erori sistematice ale modelului de funcţionare a ceasului satelitului;
- coordonatele (cunoscute) staţiei;
- eroarea sistematică a ceasului receptorului;
- eroarea troposferică şi ionosferică;
- ambiguitatea fazei purtătoare.

II. Erori aleatoare (remanente în procesul de calcul):
- erori sistematice reziduale;
- "cycle-slip" necorectaţi;
- excentricitatea centrului de fază;
- eroarea datorată reflexiei semnalelor (multipath);
- eroarea aleatoare de măsurare.

Principalele erori şi modul de eliminare sau reducere a lor

- ***<u>Erori ale satelitului</u>***

Erorile datorate sateliţilor sistemului GPS au ca sursă erorile efemeridelor şi cele ale ceasurilor din sateliţi.
Este evident că erorile efemeridelor influenţează precizia poziţionării. Unii autori estimează, foarte optimist, eroarea poziţionării la 1,5 m, datorită impreciziei efemeridelor. Alţii afirmă ca valoarea amintită reprezintă doar efectul impreciziei poziţiei radiale al sateliţilor pe orbite, eroarea totală fiind de două sau de trei ori mai mare. Estimările se referă la soluţia de navigaţie obţinută cu efemeridele transmise în mesajul de navigaţie al semnalelor GPS şi recepţionate de utilizator.
Existenţa unor servicii specializate care se ocupă de determinarea efemeridelor sateliţilor GPS au condus, în prezent, la o evaluare mult mai precisă a efemeridelor. Aceste date pot fi puse la dispoziţia utilizatorilor autorizaţi prin internet şi cuprind:
- Constelaţia actuală a sateliţilor (Satellite Health Data);

- Starea şi dezvoltarea planificată a sistemului;
- Efemeridele precise;
- Almanahul;
- Vizibilităţi;
- Ondulaţia geoidului;
- Parametrii rotaţiei Pământului;
- Firme constructoare de echipamente GPS, etc.

❖ ***Erori sistematice ale ceasurilor***

Acestea reprezintă efectele instrumentale ale ceasurilor sistemelor emiţătoare şi receptoare.

În funcţie de modul de prelucrare a datelor, influenţa acestor erori este diferită:

- pentru faza oscilaţiei purtătoare (nediferenţiată) şi ecuaţii de fază simplu diferenţiate: fluctuaţii ale oscilatoarelor (satelitului şi receptorului)
- în ecuaţiile dublu diferenţiate utilizate uzual, efectele fluctuaţiilor oscilatoarelor sunt reduse considerabil, dar nu este eliminată influenţa negativă a:
  - o abaterii timpului epocii faţă de UTC- aceasta este specifică receptoarelor şi provoacă interpolarea efemeridelor pentru un moment de timp eronat. Eroarea introdusă în măsurarea bazei este determinată de produsul erorii de timp cu viteza unghiulară a satelitului.
  - o Pentru a obţine măsurători de baze cu precizie de sub 1ppm este necesară sincronizarea ceasurilor receptorului cu timpul UTC sub ~7ms.
  - o 2. abaterii timpului înregistrat pentru o epocă, de două receptoare.
  - o Pentru a obţine o eroare sub 1cm, eroarea ceasului receptorului trebuie să fie menţinută sub 3μs. Această eroare este critică pentru măsurători de înaltă precizie şi baze scurte.
  - o driftul între două receptoare: - în general driftul dintre oscilatoarele a două receptoare nu constituie o problemă.

Probleme pot apare dacă oscilatoarele nu sunt bine calibrate sau nu se pregătesc corespunzător. În orice caz, drifturile pot fi estimate din diferenţa ecuaţiilor de fază dintre staţii.

❖ ***Efectul datorat reflexiei semnalelor (efectul multipath)***

În măsurătorile GPS se presupune că semnalul ajunge direct de la satelit la receptor. Dar acest lucru nu este întotdeauna adevărat, alături de semnalul direct ajungând la receptor şi semnale reflectate datorate contactului cu solul sau alte obiecte, înainte de a atinge antena. Dacă diferenţa de drum parcursă de cele două semnale (direct şi reflectat) este considerabil de mare (mai mare de 10 m) atunci se poate face o diferenţiere între semnalul care ajunge direct la receptor şi semnalul care a fost reflectat. În cazul în care diferenţa de drum este mică, apare o incertitudine de determinare a semnalului direct si deci implicit a momentului de timp la care acesta a fost receptat.

Mărimea erorii este de aproximativ:

- 10 m pentru cod şi variază încet;
- 0.01 m pentru faza purtătoare şi variază rapid.

Pentru a reduce această eroare se poate alege atent amplasarea antenei sau se prelungeşte perioada observaţiilor. De asemenea există metode de diminuare a efectului de multipath cum ar fi: tehnica procesării semnalului si utilizarea unor inele de respingere a efectului de multipath (numite choke rings).

Tehnica procesării semnalului constă în analiza separată a semnalului direct faţă de semnalul reflectat. Acest procedeu este ineficient dacă diferenţa de drum parcursă de semnalul direct şi cel indirect este mai mica de câţiva metrii. Eliminarea semnalului reflectat implică uneori eliminarea unei părţi din semnalul direct fapt ce duce la mărirea zgomotului (ceea ce nu este de dorit).

Folosirea inelelor de respingere a efectului de multipath funcţionează doar în cazul în care semnalul a fost reflectat de obiecte aflate sub nivelul antenei. Semnalul reflectat atinge partea inferioară a antenei şi el este respins. Această tehnică nu este eficientă în cazul în care semnalele au fost reflectate de obiecte aflate deasupra antenei.

Totuşi, majoritatea semnalelor care sunt reflectate de obiecte aflate deasupra antenei determină o diferenţă mai mare de 10 m între drumul parcurs de semnalul direct şi cel reflectat şi eroarea poate fi eliminată prin tehnica procesării semnalului. Deoarece cele două metode prezentate sunt complementare ca natură este posibilă diminuarea erorii de multipath atât în cazul în care diferenţa de drum parcursă de semnalul direct şi de cel indirect este mare cât şi în cazul în care aceasta este mică.

❖ ***Erorile sistematice ale orbitei***

Aceste erori sunt datorate interpolării greşite a efemeridelor sau efectului de disponibilitate selectivă (S.A) introdus de către proprietarul sistemului sau pot fi datorate manevrelor sateliţilor.

Mărimea erorilor este de aproximativ:

- 10-20 m pentru efemeridele difuzate;
- 100 m pentru efemeridele difuzate şi efectul de disponibilitate selectivă activat (SA).

Metodele de evaluare a erorilor sistematice ale orbitelor sunt:

- presupunerea că poziţiile satelitului sunt puncte cunoscute (efemeridele sunt considerate a fi perfecte);
- lucrul în mod diferenţial: - diferenţe de fază (ecuaţii de fază nediferenţiate cu estimarea erorii de ceas a satelitului). În acest caz eroarea orbitei va fi ţinută sub 20 m (nivel 1ppm).
- calculul orbitei - se presupune că sateliţii sunt noi şi se caută rezolvarea acestei probleme prin:
    - introducerea unor erori sistematice geometrice şi estimarea a trei translaţii (se pot introduce şi rotaţii);
    - introducerea unui model dinamic cu parametri keplerieni (ca şi condiţii iniţiale) pentru un model de forţe.

❖ ***Erori sistematice ionosferice***

Aceste erori sunt datorate influenţei mediului de propagare (mediul conţine particule încărcate electric) la o altitudine între 50-1000 km.

Mărimea acestor erori sistematice depinde de variaţiile elevaţiei sateliţilor, variaţiile anuale ale ionosferei, exploziile solare, etc.

Influenţa ionosferei este mai mare pe timpul zilei şi mai redusă pe timpul nopţii. De asemenea se poate observa o ciclicitate a mărimii erorii datorate ionosferei în funcţie de timp. În ciclul actual valoarea maximă a influenţei ionosferei a avut loc în anul 1998 iar cea minimă în anul 2004. Acest ciclu se repetă.

Valoarea erorii datorate ionosferei este mai mare de 10 m şi din această cauză ea trebuie diminuată.

Unii receptori utilizează modele matematice ale efectelor ionosferei. Cunoscând cu aproximare densitatea de particule încărcate electric din ionosferă (aceste date sunt transmise de către sateliţi), eroarea datorată ionosferei poate fi diminuată cu aproximativ 50%.

Eroarea ionosferei este invers proporţională cu frecvenţa semnalului. Cu cât frecvenţa semnalului este mai mare cu atât impactul ionosferei asupra preciziei măsurătorilor este mai mic. Deci, dacă se folosesc două frecvenţe, este posibil să se elimine eroarea datorată ionosferei. Din această cauză sateliţii GPS transmit informaţii pe două frecvenţe numite L1 şi L2. Receptorii de precizie recepţionează ambele semnale pentru a putea elimina eroarea ionosferică. Receptorii de precizie scăzută receptează doar pe frecvenţa L1. Aceasta este una dintre modalităţile principale de diferenţiere între tipurile de receptori, cei care recepţionează două frecvenţe se numesc receptori de dublă frecvenţă iar ceilalţi receptori de simplă frecvenţă.

❖ ***Erori sistematice troposferice***

Aceste erori sunt datorate efectelor mediului de propagare între suprafaţa Pământului şi altitudini de aproximativ 50-80 km şi au două componente:

- componenta uscată;
- componenta umedă;

Mărimea erorii este de ordinul a 2-3 m pentru zenit şi aproximativ 20 m pentru o elevaţie de 10°.Pentru estimarea (sau eliminarea) acestor erori putem:

- să le ignorăm;
- să utilizăm modele troposferice standard cum ar fi:
  - modelul cu atmosferă standard;
  - modelul cu atmosferă standard şi parametri de scară;
  - modelul cu atmosferă standard şi date meteo de suprafaţă;
  - modelul cu atmosferă standard, parametru de scară şi date meteo de suprafaţă;
  - modelul profilului local de refracţie pe verticală.

❖ ***Erori sistematice ale ambiguităţii (N)***

Eroarea sistematică de ambiguitate este o eroare sistematică cu o amplitudine ce depinde de lungimea de undă a purtătoarei (λ). Valoarea ambiguităţii este $N\lambda$.

Valoarea ambiguităţii este mult mai complexă în măsurătorile cu două frecvenţe decât în cazul măsurătorilor cu o frecvenţă.
În primul caz este foarte greu de a fixa ambiguitatea pentru baze lungi.
Dacă parametri ambiguităţii sunt estimaţi în procesul de compensare, ei vor fi afectaţi de erori sistematice nemodelate ca eroarea orbitei, erori troposferice, etc. Influenţa acestor erori exprimată în fracţiuni de ciclu (λ) scade cu creşterea lungimii de undă. În lucrul cu două frecvenţe se pot utiliza combinaţii liniare pentru a îmbunătăţi estimarea ambiguităţii.
Opţiunile de modelare sunt:

- soluţia geometrică (pentru observaţii cu durata mai mare de 1 oră);
- combinaţia purtătoarei şi codului numai pentru receptoare cu codul P pe benzile L1 sau / şi L2.
- Fixarea ambiguităţii este posibilă numai dacă erorile remanente (ΔN) sunt mai mici decât jumătate din lungimea de undă ($\Delta N < \lambda/2$).
- Propagarea erorilor sistematice şi aleatoare în coordonatele staţiei depinde de:
- distribuţia pe cer a sateliţilor (geometria constelaţiei);
- latitudinea punctului de staţie;
- unghiul minim de elevaţie impus;
- orientarea bazei.

Propagarea erorilor pentru soluţiile cu ambiguităţile fixate, soluţiile cu ambiguităţile libere şi direcţiile zenitale ale observaţiilor, trebuie luată în considerare.
Pentru soluţiile cu ambiguităţi libere trebuie considerate în plus lungimea arcului şi orientarea traiectoriei fiecărui satelit.
Pentru a îmbunătăţi rezultatele măsurătorilor GPS este importantă cunoaşterea geometriei sateliţilor şi a tipului de compensare prin metoda celor mai mici pătrate (ambiguităţi fixate sau libere). În prezent, au fost dezvoltate tehnici de simulare care ajută utilizatorii GPS pentru o înţelegere mai bună a propagării efectelor erorilor sistematice şi aleatoare în coordonatele geodezice.
În tabelul 8.1 sunt prezentate pe scurt principalele erori, cauzele ce le produc şi modul în care ele pot fi reduse sau chiar eliminate.
Trebuie explicat ce se înţelege prin folosirea metodelor diferenţiale deoarece aceasta este cea mai frecvent utilizată metodă de eliminare a erorilor. Presupunând că dispunem de doi receptori relativ apropiaţi unul de celălalt. În acest caz erorile orologiilor sateliţilor, erorile orbitelor sateliţilor, eroarea ionosferei, a troposferei şi disponibilitatea selectivă influenţează în acelaşi mod ambii receptori. Dacă se cunoaşte poziţia exactă a unuia dintre receptori atunci putem folosi aceste date pentru a calcula erorile ce au intervenit în cadrul măsurătorii iar aceste valori pot fi folosite pentru a corecta datele obţinute de la celălalt receptor.
Receptorul care se găseşte pe punctul cunoscut se numeşte receptor fix sau bază iar cel care se găseşte pe punctul ce trebuie determinat se numeşte receptor mobil sar rover. În determinarea corecţiilor ce se aplică receptorului mobil este importantă cunoaşterea cu precizie a poziţiei punctului fix.

Distanţa dintre receptorul fix si cel mobil se numeşte bază. Când baza este scurtă (distanţa dintre cei doi receptori este mică) domeniile de erori ai celor doi receptori sunt aproape identice şi în acest caz se pot folosi corecţiile determinate pentru receptorul fix şi pentru receptorul mobil. Cu cât lungimea bazei este mai mare cu atât corelaţia dintre domeniile de erori ale celor doi receptori este mai slabă rezultând erori reziduale. Ca şi regulă ne putem aştepta la o scădere a preciziei de determinare cu 1 mm atunci când baza se măreşte cu 1 km şi se utilizează pentru măsurători receptori de dublă frecvenţă. Pe scurt putem spune că eroarea creşte cu 1 ppm (o parte pe milion). În cazul receptorilor de simplă frecvenţa eroarea creşte cu 2 ppm.
Prin metode diferenţiale se pot elimina majoritatea erorilor excepţie eroarea de multipath şi eroarea receptorilor.
Eroarea receptorului (sau zgomotul) este de aproximativ 10 cm pentru măsurarea prin cod şi de 1 mm pentru măsurarea cu ajutorul fazei purtătoare. Pe de altă parte eroarea de multipath poate fi de ordinul metrilor în cazul determinărilor cu ajutorul codului şi de ordinul centimetrilor pentru faza purtătoare. Astfel, eliminarea erorii de multipath combinată cu folosirea metodelor diferenţiale duce la o precizie de ordinul milimetrilor în cazul utilizării fazei purtătoare şi de ordinul decimetrilor în cazul utilizării codului.

Tabel 8.1 Tipuri de erori

Tipul de eroare	Cauze	Corectare
Diminuarea preciziei geometrice a rezultatelor	Proasta configuraţie a constelaţiilor în momentul observaţiilor	Executarea observaţiilor în perioada în care configuraţia sateliţilor este cea mai bună
Eroarea efemeridelor	Variaţia poziţiei teoretice a sateliţilor de-a lungul orbitei lor	Folosirea metodelor diferenţiale
Întârzierea ionosferică	Încetinirea vitezei semnalului datorată traversării ionosferei	Folosirea metodelor diferenţiale
Întârzierea troposferică	Încetinirea vitezei semnalului datorată traversării troposferei	Folosirea metodelor diferenţiale
Defazajul orologiilor sateliţilor	Eroarea în măsurarea timpului din partea orologiilor la bordul satelitului	Folosirea metodelor diferenţiale
Eroarea orologiului de la receptor	Eroarea în măsurarea timpului de parcurgere al semnalului din partea receptorului	Este calculat şi eliminat folosind observaţiile a patru sateliţi
Receptor zgomotos	Obstrucţii sau alte cauze locale	Dificil de eliminat
Starea de funcţionare a satelitului	Erori cu privire la un satelit determinat datorită proastei sale funcţionări	Satelitul nu poate fi folosit

9. ALTE SISTEME GLOBALE DE NAVIGAȚIE PRIN SATELIȚI

Pe lângă sistemele de navigaţie bazate pe sateliţi cu acoperire globală, prezentate în paragrafele anterioare, există alte două sisteme cu acoperire regională, dezvoltate de Japonia, respectiv India.

9.1 SISTEMUL REGIONAL DE POZIŢIONARE PRIN SATELIŢI, QZSS

Sistemul satelitar Quasi Zenith Satellite System (QZSS) este dezvoltat de Japonia ca un sistem regional, care să acopere regiunea din partea de est a Asiei și Oceania, având ca zonă centrală Japonia. Sistemul QZSS are rolul de a asigura servicii de poziționare în zone cu clădiri înalte (canioane urbane) și zonele muntoase. Deşi în primul rând QZSS este un sistem de augmentare şi completare pentru GPS, are potenţialul de a opera în mod de sine statător oferind un serviciu regional, însă cu performanţa de poziţionare redusă. Cu toate acestea, sistemul are potenţialul de a fi extins în viitor la un sistem Japonez regional de înaltă performanţă. Informațiile prezentate în această secțiune au la bază documentul tehnic, emis în martie 2009 (Japan Aerospace Exploration Agengy. O actualizare al acestui document a fost disponibil la mijlocul anului 2007, incluzând şi reacţii venite din partea utilizatorilor.

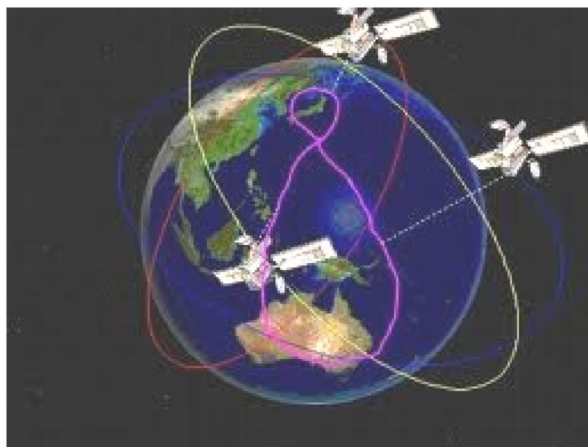


Figura 9.1 Sistemul de navigaţie satelitar QZSS

Japonia a cerut un sistem satelitar de poziţionare autonom în cazul în care performanţa celorlalte GNSS scade din cauza unei anomalie neprevizibilă sau a unei erori. Un astfel de sistem a fost considerat esenţial pentru securitatea naţională şi gestionarea situaţiilor de criză.

QZSS este o iniţiativă comună a guvernului, reprezentat de patru miniştrii, şi a sectorului privat. Diverse companii au fondat Corporaţia modernă de afaceri spaţiale (Advanced Space Business Corporation), care este implicată în principal în serviciile de comunicaţie şi transmisie oferite de QZSS. Responsabilitatea entităţii publice consta în componenta poziţionării. Un grup tehnic de muncitori GPS\QZSS a fost înfiinţat în Octombrie 2002 pentru îmbina specificaţiile semnalelor QZSS în scopul de a garanta interoperabilitatea cu semnalele GPS.
În 2003, faza studiilor conceptuale a început. Faza de definire şi de proiectare a urmat în anii 2004 şi 2005. Dezvoltarea sistemului a urmat în 2006 şi se încheie în 2008. Primul satelit a fost lansat în 2008 iar al II-lea şi al III-lea în 2009. Faza de verificare din 2009 preceda fazei de operare şi de comercializare a lui QZSS care a început în 2010 (Gomi 2004).

9.1.1 Arhitectura sistemului regional QZSS

Constelaţia de bază a sistemului QZSS este constituită din trei sateliţi QZS (Quasi-Zenith Satellite), plasaţi pe orbite eliptice foarte înclinate, care au forma „cifrei 8", centrate la o longitudine de 135°E.Acestă configuraţie are rolul ca, în orice moment unul dintre cei 3 sateliţi să fie în poziţie aproape zenitală, astfel încât să poată oferi servicii pentru unghiuri de elevaţie mai mari de 70°. Sateliţii QZS vor avea în dotare ceasuri atomice cu Rubidium, şi o periodă de funcţionare de 10 ani.
Segmentul terestru se compune din 10 staţii de monitorizare distribuite în Japonia, Asia de Est şi Oceania, (MS monitoring stations) , staţia de control principală, (MCS- master control station), cu rolul de a colecta informaţiile de la staţiile monitoare, de a calcula efemeridele şi corecţiile ceasurilor satelitare, de a genera mesajele de navigaţie şi staţiile de control al urmăririi (TCS- tracking control stations). MS-urile monitorizează semnalele QZS şi al tuturor celorlalţi sateliţi GNSS. Aproximativ 10 MS vor fi distribuite în Japonia, Asia de Est şi Oceania. Observaţiile sunt procesate şi transmise mai departe către MCS. Aici parametrii orbitei satelitare şi ai sincronizării timpului sunt determinaţi.
În plus MCS-ul determină orice anomalie în semnalele operaţionale sau recepţionate ale satelitului. MCS-ul generează mesajul de navigare trimis la TCS, care transmite informaţia prin uplink la QZS. Spre final mesajul de navigare este modulat în satelit pe semnalul de distanţă al benzii L.
Cel puţin trei sateliţi în trei planuri orbitale cu geosincrionizare periodică garantează prezenţa semnalului chiar şi în arii urbane, montane şi canioane. Parametri orbitali sunt afişaţi în tabelul 2.1. Din cauza distanţei dintre axa de rotaţie şi cea de simetrie, constelaţia HEO generează o figură caracteristică asimetrică de opt orbite de urmărire terestră cu o longitudine centrală medie de 135°E.
Unul din cei trei sateliţi va fi poziţionat întotdeauna deasupra Japoniei, astfel oferind servicii de la unghiuri de elevaţie mai mari de 70°. Figura 2.2, în plus, indică, că pentru latitudinile mai înalte sateliţi au o viteză de urmărire a solului mai slabă.

Sateliţii transmit semnale de navigare în mod continuu, acoperind pământul într-un singur ambalaj de egală putere. Ceasuri atomice din rubidiu sunt folosite ca standard de frecvenţă la bordul sateliţilor.

Tabelul 9.1. Parametrii orbitei sistemului QZSS

Parametru	Valoare
Semiaxa mare (medie)	a = 42164 km
Distanţa dintre axa de rotaţie şi cea de simetrie (maxima)	e = 0.09
Înclinarea orbitei	i = 45°
Ascensia dreaptă a nodului de ascensiune	Ω = 88.09°, 208.09°, 328.09°
Argumentul peringeului	ω = 270°
Longitudinea nodului de ascensiune	ℓ = 146.3°E

A fost specificat timpul de viaţă a unui QZSS ca fiind zece ani. Frecvenţa maximă relativă între sateliţi şi un utilizator staţionar este 600 ms^{-1} rezultând din metoda Doppler maxima de 3.2 MHz pentru o frecvenţă a distribuitorului de 1575,42 MHz.

9.1.2 Structura semnalelor

Sateliţii QZS vor emite semnale în benzile de frecvenţă L1,L2 şi L5, pentru ca QZSS să fie compatibil şi interoperabil cu semnale existente şi viitoare ale sistemului GPS (Terada, 2008).
În plus, sateliţii vor transmite un semnal, denumit LEX, pe o a patra frecvenţă, pentru a asigura interoperabilitatea cu semnalul GALILEO, E6.În total sateliţii QZS vor emite opt semnale diferite, în patru benzi de frecvenţă. Prin transmiterea de semnale care sunt compatibile cu cele emise de GPS, sistemul QZSS va îmbunătăţi serviciile GPS oferite, prin creşterea disponibilităţii, îmbunătăţirea performanţelor de precizie şi a factorului de integritate a semnalelor GPS. Acest lucru va fi realizat odată cu recepţia unuia sau a mai mulţi sateliţi QZS.
Conform unui document oficial, publicat de guvernul japonez la data de 31 martie 2006, QZSS va fi implementat în două faze. Faza I, presupune lansarea primului satelit QZS pe perioada anului fiscal 2010, validarea tehnică şi demonstrarea aplicabilităţii programului. Faza II, va include lansarea celorlalţi doi sateliţi şi va demonstra funcţionalitatea sistemului.
Toate semnalele QZS sunt semnale de mâna dreaptă circulare polarizate. Ca şi GPS, QZS se va alinia conceptului CDMA. Nivelul puterii semnalelor recepţionate a fost specificat ca fiind undeva între 152 - 160 dBW depinzând de semnalul şi de poziţia satelitului.

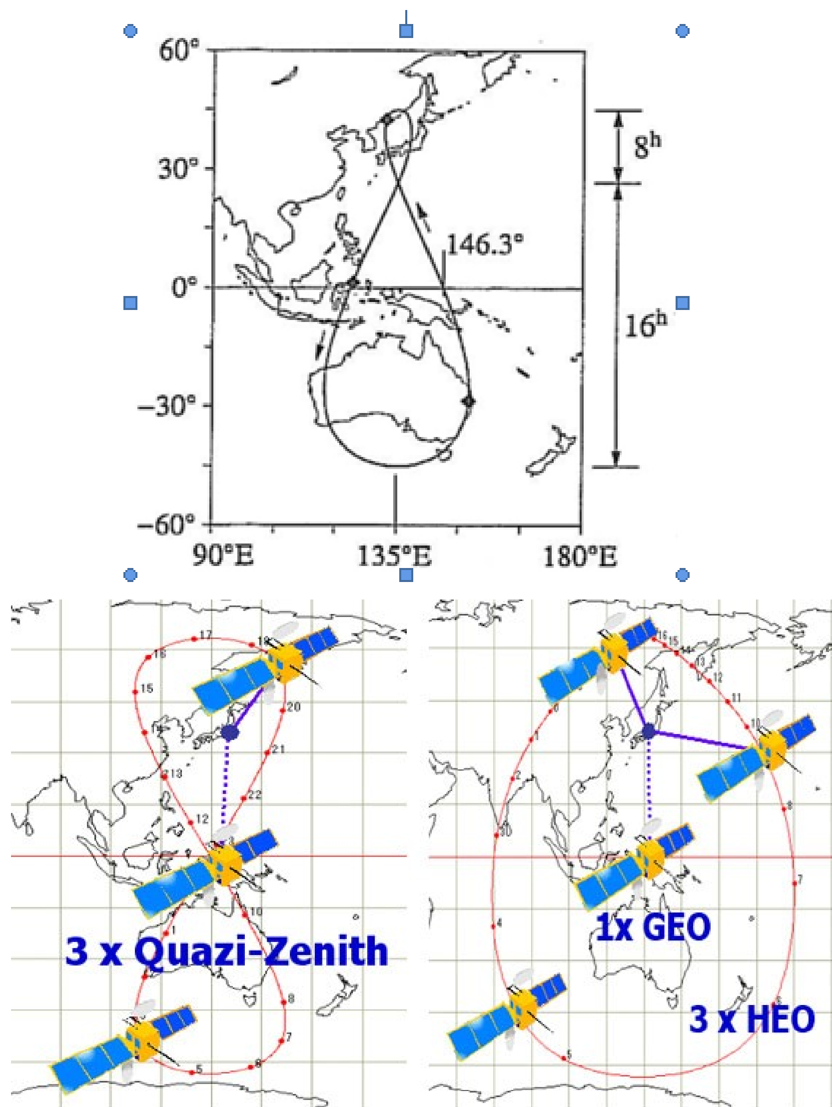


Figura 9.2 Arhitectura sistemului QZSS

Frecvenţele operatorului

Frecvenţele operatorului sunt arătate în tabelul 2.2. QZSS va folosi şi semnalele altor benzi în diferite scopuri, ca de exemplu, comunicare de mare viteză sau transmiterea bidirecţionala a timpului şi a frecvenţei satelitare.

Pentru a compensa efectele relativiste, frecvenţa fundamentală f_0 = 10.32 MHz va fi decalată intenţionat prin Δf ~ 5.5232 *10-3 Hz. Orbita eliptică a satelitului cauzează o

variaţie a efectului relativist care este responsabil pentru parametrii ceasului satelitar, transmişi în mesajul de navigare.

Codurile PRN şi modularea

Sateliţii QZSS transmit opt semnale de distanţă. Şase din ele sunt considerate semnale de sporire a disponibilităţii poziţionării deoarece completează semnalele GPS. Celelalte două (L1-SAIF, LEX) oferă informaţii de augmentare, astfel ele sunt numite în comun semnale de sporire a performanţei poziţionării. QZSS ii se aplică semnalului L1C/A aceiaşi modulare a codului de distanţă ca şi GPS-lui . Codurile PRN sunt asignate în coordonate cu GPS. În plus acelaşi mesaj de navigare, cum este specificat în GPS, este modulat pe semnalul L1C/A (Serviciul de inginerie ARINC 2006a). Codurile de distanţă QZSS L1C şi mesajele de navigare sunt în acord cu codurile si mesajele prevăzute pentru semnalele GPS, L1C. Semnalul QZSS, L2C va fi o replica a semnalului GPS L2C cum este specificat în Serviciul de inginerie ARINC (2006b), şi în mod similar semnalele QZSS L5I şi L5Q vor fi replici ale componentelor GPS L5C cum este specificat de Serviciul de inginerie ARINC (2005).

Semnalul QZSS L1-SAIF (precizie sub metru cu funcţie de integritate) va fi folosit pentru a transmite informaţii augmentate pentru semnalul satelitului de navigare. Astfel variaţiile codului vor fi similare cu GPS C\A, având în vedere că mesajul de navigare codificat stă la baza specificaţilor făcute de Comisia Radio Tehnică pentru Servicii Aeronautice (2006). Semnalul QZSS LEX va fi generat folosind doua secvenţe de determinare a distanţei diferite. Un cod de măsurare a distanţei lung şi unul scurt vor fi multiplexate în timp BPSK modulate pe frecvenţa operatorului. Codul scurt va fi folosit pentru a transmite date cu o rata a acestora de 2000 bits pe secundă.

Tabelul 9.2 Semnalele QZSS de măsurare a distanţei

Link	Frecvenţa (MHZ)	Factor (·f_0)	Cod PRN	Cod rata (Mcps)	Tipul modulării	Rata de date [sps/bps]
L1	1575.42	154	L1C/A	1.023	BPSK(1)	50/50
			L1C*D*	1.023	BOC*s*(1,1)	100/50
			L1C*P*	1.023	BOC*s*(1,1)	-
			L1-SAIF	1.023	BPSK(1)	500/250
L2	1226.60	120	L2C	1.023	BPSK(1)	50/25
L5	1176.45	115	L5I	10.23	BPSK(10)	100/50

			L5Q	10.23	BPSK(10)	-
L6	1278.75	125	LEX	5.115	BPSK(5)	2000 bps

Mesajele de navigare

TCS-urile încarcă mesajul de navigare în intervale depinzând de conţinutul mesajului. Conform Agenţiei Japoneze de Explorare Aerospaţială (2007) datele efemeridelor şi almanahului, excluzând parametrii de ceas satelitari şi datele diferenţiale, sunt actualizate o data la fiecare 3600s. Parametrii ceasului sunt actualizaţi o data la fiecare 750s, datele diferenţiale o data la 300s. Datele despre integritate sunt actualizate cu o frecvenţă mare pentru a garanta un timp redus la alarma. De exemplu, pentru semnalele L1C/A, timpul maxim de notificare, în cel mai grav scenariu, va fi de 24s (Agenţia Japoneză de Explorare Aerospaţiala 2007)

Mesajul de navigare SAIF este similar cu unul al sistemelor de augmentare satelitară. Tipurile de mesaj 52-60 sunt folosite pentru parametrii specifici lui QZSS conform celor descrise de Agenţia Japoneze de Explorare Aerospaţiala. Despre structura de mesaje LEX încă nu sunt disponibile informaţii.

9.1.3 serviciile sistemului QZSS

QZSS va oferi trei servicii majore. Primul este de a completa GPS-ul prin emiterea semnalelor de navigare compatibile şi interoperaţionale cu GPS. Acesta va spori disponibilitatea, continuitatea şi acurateţea serviciului de navigare. Performanţa de poziţionare realizabilă este comparabilă cu GPS-ul de sine stătător.

Adiţional sistemul va transmite informaţii de augmentare pentru corectarea semnalelor GNSS de efectele atmosferice, orbitale şi erori ale ceasului. Pe aceasta cale acurateţea poziţionării ar trebuie sa fie submetru (1σ). Informaţia augmentări va conţine şi informaţii de integritate. Al treilea serviciu care va fi oferit este un serviciu de emisie şi de comunicare, cu scopul de a face posibil, similar obiectivelor navigării, comunicaţia în medii urbane dense şi montane. Canalul de comunicare poate fi folosit şi pentru a transmite informaţii de suport, astfel facilitând colectarea si urmărirea semnalelor de navigare.

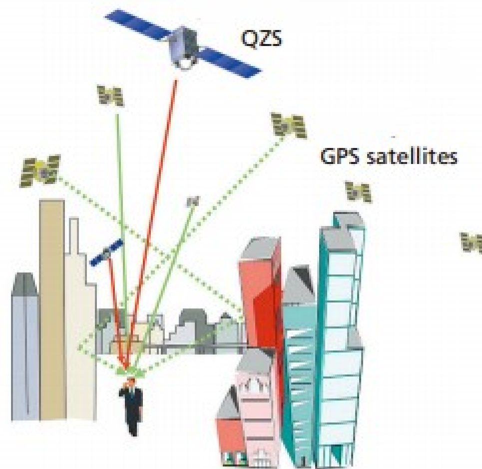


Figura 9.3 Folosirea serviciilor sistemului QZSS în mediul urban

9.2 SISTEMUL REGIONAL DE POZIŢIONARE PRIN SATELIŢI INDIAN REGIONAL NAVIGATION SATELLITE SYSTEM (IRNSS)

În mai 2006, India a demarat programul IRNSS (Indian Regional Navigation Satellite System), pentru dezvoltarea unui sistem de navigaţie independent, care să acopere subcontinentul Indian. Segmentul spaţial va fi constituit din 3 sateliţi geostaţionari şi alţi 4 sateliţi geosincronizaţi. Sateliţii GEO vor fi amplasaţi la 34°E, 83°E şi 132°E. Sateliţii GEO vor intersecta ecuatorul la 55°E (doi sateliţi) şi 111°E (doi sateliţi) sub un unghi de înclinaţie de 29° şi diferenţă relativă de 56°(Kibe,2006). Sistemul va avea o arie de acoperire cuprinsă între meridianele de 40° şi 140° longitudine E şi paralele de 40° latitudine nordică şi sudică. Primul satelit este preconizat a fi lansat în prima parte a anului 2010. Faza finală a constelaţiei va fi atinsă după 2015.
IRNSS va oferi servicii de poziţionare în benzile de frecvenţă L (1191.795 +/-12 MHz), S (2491.005 +/-8.25 MHz) şi C (3400-3425 MHz) Acest lucru va permite precizii de poziţionare de 20 m deasupra regiunii Oceanului Indian şi precizii de 10 m pentru teritoriul indian şi ţările învecinate.

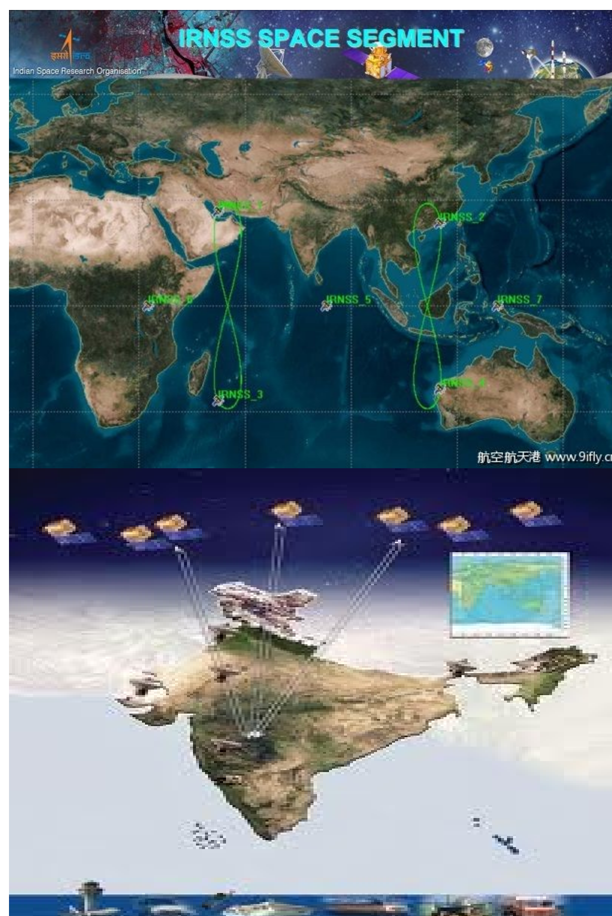


Figura 9.4 Sistemul de navigaţie satelitar IRNSS

9.3 SISTEME DE AUGMENTARE

Actualele servicii de poziţionare GPS şi GLONASS nu sunt potrivite pentru, de exemplu aviaţia civilă, mai precis pentru acţiunile periculoase de zbor. La fel şi acţiunile periculoase maritime, de exemplu intrarea în port, apropierea de port sau deplasarea pe căile navigabile din teritoriu, acestea neputându-se baza doar pe performanţa GPS sau GLONASS. Nici acurateţea poziţionării nici integritatea nu întrunesc cerinţele utilizatorilor. Astfel au fost prevăzute sisteme de augmentare pentru a oferi o performanţă sporită.

Conform definiţiei prevăzute de SU pentru poziţionarea spaţială, navigarea şi politica de timp, augmentarea se referă la procurarea unor informaţii suplimentare pentru a spori performanţa poziţionării spaţiale, a semnalelor de navigare şi a semnalelor de timp. Respectivii parametrii de performanţă sunt acurateţea, disponibilitatea, integritatea şi încrederea în monitorizare de integritate independentă şi capacitatea de alertare pentru aplicaţii periculoase. Performanţa sporită şi în mod special informaţia

de integritate permit ca semnalele GNSS să fie folosite pentru operaţii critice de siguranţă. De exemplu, apropieri de precizie vor deveni posibile, sau sistemele de aterizare GNSS vor permite manevre de aterizarea curbată ale avioanelor.
Un sistem de augmentare poate fi considerat un sistem diferenţial prin funcţiile suplimentare de a oferi informaţii de integritate. Deşi sistemele diferenţiale au potenţialul de a transmite chiar prin definiţie informaţii de integritate, acestea nu sunt certificate pentru aplicaţii critice de siguranţă, o caracteristică care este urmărită de fiecare sistem de augmentare.

9.3.1 Sisteme complementare de îmbunătăţire bazate pe sateliţi-Satellite Based Augmentation Systems (SBAS)

Pentru a îmbunătăţii performanţele sistemelor satelitare, câteva sisteme complementare de îmbunătăţire bazate pe sateliţi, cunoscute sub acronimul de SBAS (Satellite Based Augmentation Systems), au fost implementate sau sunt în curs de implementare. În general, aceste sisteme sunt bazate pe sateliţi plasaţi pe orbite medii (MEO), pe orbite joase (LEO) sau pe orbite geostaţionare (GSO).Câteva sisteme deja operaţionale ca WAAS (Wide-Area Augmentation System) în Statele Unite sau EGNOS (European Geostationary Navigation Overlay Service) în Europa au demonstrat succesul şi eficienţa conceptului de complementaritate. Acest lucru a determinat şi alte ţări să demareze implementarea de astfel de proiecte. Sistemele de augmentare cu baze în spaţiu (SBAS space-based augmentation systems) folosesc o reţea de staţii terestre de monitorizare care efectuează măsurătorii GNSS de distanţă. Observaţiile sunt transmise prin reţeaua de arie întinsă la facilităţile de procesare. Staţiile principale folosesc măsurătorile pentru a genera parametrii de corecţie pentru orbitele sateliţilor, ceasul sateliţilor şi influenţa ionosferică.



Figura 9.5 Distribuţia sistemelor de augmentare pe glob

Cel din urmă este asigurat prin corecţiile diferenţiale de arie întinsă (WAD wide-area differential). Nu există posibilitate să reducă SBAS-ul erorile specifice receptorului, cum ar fi căile multiple, dar şi caracteristicile locale ale efectelor troposferice nu pot fi evaluate de informaţia SBAS. Adiţional, staţiile principale efectuează mai multe verificări de integritate pentru a valida semnalele sateliţilor. Semnalele GNSS la fel ca şi operaţia SBAS în general trebuie monitorizate în continuu pentru a oferi un nivel înalt de integritate. Orice comportament anormal rezulta într-o informaţie de integritate pentru utilizator. Corecţiile împreună cu informaţiile de integritate sunt transmise folosind semnale de banda C către sateliţi, care retransmit informaţia către utilizator folosind semnalele de bandă L. Segmentul spaţial modulează informaţia de augmentare în GPS la fel ca pe un cod de distanţă PRN care poate fi folosit ca o observaţie adiţională în algoritmul de poziţionare.
Analizând conceptul de sistem, SBAS oferă trei componente majore de informare pentru sporirea performanţei. Primul, corecţiile cresc acurateţea soluţiei de poziţionare. Al doilea, semnalele asemenea GPS provenite de la sateliţii geostaţionari SBAS care sporesc disponibilitatea şi continuitatea dar şi acurateţea soluţionării de poziţionare (GEO-distanţa). Al treilea, informaţia de integritate a semnalelor SBAS sporeşte siguranţa alertând utilizatorii în 6 secunde despre orice defect în GNSS dar şi în funcţionalitatea SBAS.

9.3.1.1 Segmentul spaţial

Segmentul spaţial SBAS constă, din motiv de redundanţă, din cel puţin doi sateliţi geostaţionari. Sateliţii în mod simplu funcţionează ca nişte emiţătoare de răspuns de conductă îndoită. Acestea modulează informaţia transmisă de segmentul de la sol pe banda L cu semnale de distanţă 1575.42MHZ, ca de exemplu, GPS L1 împreună cu codul de distanţă C\A. Semnale adiţionale în banda C sunt emise, care sunt folosite în combinaţie cu semnalele în banda L de către segmentul de la pământ pentru consolidarea estimării parametrilor WAD. Semnalele SBAS receptate au nivele de putere comparabile cu cele ale semnalelor GPS cu scopul de a evita interferenţele. În viitor informaţiile de augmentare vor fi emise pe şi, respectiv pentru semnalele de navigare L5C.
Poziţia sateliţilor SBAS, cu toate acestea în orbita geostaţionară, variază cu timpul şi sunt estimate folosind măsurătorile staţiilor de monitorizare (Meindl şi Hugentobler 2004). Poziţiile exacte ale satelitului sunt necesare pentru capacităţile adiţionale de distanţă a sateliţilor SBAS. Efemeridele şi informaţiile almanahului fac parte din mesajul de date SBAS.
Poziţionarea geostaţionară a sateliţilor SBAS este dezavantajoasă pentru utilizatorii din mediul urban sau din regiunile muntoase. Semnalul de putere slabă a sateliţilor de elevaţie mica va fi umbrit. Astfel, au fost dezvoltate concepte pentru a transmite informaţia SBAS folosind şi alte mijloace de comunicaţie, ca de exemplu, internetul.

9.3.1.2 Segmentul utilizatorului

Segmentul utilizatorului încorporează informaţia de augmentare împreună cu măsurătorile GNSS într-o soluţie de navigare cu performanţă sporită. Acurateţea

poziţionării se îmbunătăţeşte cu aproximativ 1 pana la 3 m (95%) orizontal si 2 pana la 4 m (95%) vertical. Acurateţea timpului este îmbunătăţită cu mai bine de 10 ns. Acurateţea poziţionării este asociată cu nivelul înalt al integrităţii $2*10^{-7}$ pe fiecare 150 de secunde sau respectiv 10^{-7} pe ora în funcţie de nivelul de servici care se aplică. Pentru aplicaţii de siguranţă necritice, acurateţea poziţionării poate fi mai interesantă decât integritatea. Kim et al. (2006) arată cum informaţiile SBAS pot fi folosite pentru a spori cu şi mai mult acurateţea poziţionării, totuşi nu cu acelaşi nivel de integritate. Mathur et al. (2006) subliniază că în situaţii cu vizibilitate GPS limitată, ca de exemplu, 4 sateliţi sunt vizibili, informaţia SBAS oferă o creştere de performanţă mai mare decât în situaţiile în care 8 sau 9 sateliţi sunt vizibili.

9.3.1.3 Mesaje de date SBAS

SBAS foloseşte un cod de distanţă similar GPS-ului, totuşi, acestea se bazează pe consum de date mari comparat cu codul C\A al GPS-ului. Mesajele de date SBAS sunt formate pentru început din 8-bit pentru sincronizarea ramei, un mesaj de 6-bit de tip identificator, o arie de date de 212-bit, şi în final informaţii de paritate de 24-bit.
SBAS face diferenţa între 64 de tipuri de mesaje, întrucât nu toate sunt specificate dar sunt rezervate pentru viitoare utilizări. Tipul 0 de mesaj este folosit pentru a face diferenţa între trei moduri de operare. În modul de test mesajul de tip 0 este emis în aria de semnal SBAS umplută cu toate zerourile. Aceasta indică faptul că semnalul SBAS nu este folosibil. În modul de nesiguranţă a vieţii, mesajul de tip 0 este emis, însă umplut cu informaţia mesajului de tip 2. Informaţia SBAS ar putea fi folosită pentru aplicaţii de nesiguranţă a vieţii, deşi sistemul încă este în testare. În modul de siguranţă a vieţii, mesajul de tip 0 nu este deloc transmis, întrucât mesajul de tip 2 este transmis în mod normal.
Mesajul de date conţine efemeridele sateliţilor SBAS şi datele almanahului, date de corecţie rapide şi pe termen lung, informaţii de integritate, date de corecţie ionosferică, informaţii privind timpul, şi diferite date privind nivelul de servicii. Secvenţa tipului de transmisie a mesajului SBAS este variabilă. Totuşi diferitele mesaje au un timp de oprire specificat şi astfel trebuie actualizate într-un interval de timp predefinit. Cele mai riguroase cereri se aplica informaţiilor de integritate şi corecţiilor rapide. Formatul semnului SBAS este descris în detaliu în standardele de minimă performanţă a operabilităţi (MOPS) cum este enunţat de către Comisia Radio Tehnică pentru Servici Aeronautice.

9.3.1.4 Informaţii de augmentare SBAS

Corecţia rapidă modelează erori cu decorelări de înaltă performanţă ca şi erori de ceas GNSS. Corecţia de termen lung modelează componentele de frecvenţe mici a diferitelor erori. Informaţia de integritate este oferită la doua nivele .Un parametru folosit sau nefolosit indică care semnal de satelit să nu fie folosit. În continuare doi parametrii statistici estimează erorile rămase, după ce se aplică corecţiile SBAS. Eroarea diferenţială a distanţei utilizatorului (UDRE- user differential range error) suprapune eroarea de ceas σ_{sc} şi erorile efemeridelor σ_{eph} şi erorile de grilă verticală ionosferică (GIVE- grid ionospheric vertical error) suprapun erorile ionsferice σ_{iono}.

SBAS modelează întârzierile verticale ale ionosferei la punctul de grilă ionosferică (IGP- ionospheric grid points), care în mod normal cuprinde cadrele regulate de 5° X 5° . Cadrul defineşte aria de acoperire a corecţiilor WAD. Corecţiile ionosferice se aplică punctelor din grilă, numite întârzieri verticale ionosferice de grilă (GVID-grid ionospheric vertical delays), sunt transmise către utilizator. GVID se aplică pe frecvenţa L1. Receptorul utilizatorului estimează întârzierile ionosferice pentru fiecare satelit într-un proces de patru paşi. În primul pas receptorul utilizatorului determină punctul ionosferic (IP). În al doilea pas, receptorul determină cele patru IGP-uri adiacente pe punctul ionosferic. În al treilea pas, sunt estimate întârzierile verticale la punctul de străpungere aplicând o interpolare biliniară folosind GIVD-ul IGP-ului adiacent. Într-un final, un factor cosinus, care este o funcţie de elevaţii satelitare, este aplicat pentru a proiecta întârzierea verticală ionosferică pe întârzierea liniei în vizorul satelitului de la utilizator. Aceasta corecţie ionosferică se aplică doar pentru receptoare cu o singura frecvenţă. Receptoare de frecvenţă dublă se aplică pentru a elimina eroarea ionosferică.

Într-un algoritm similar de patru paşi, receptoarele folosesc GIVE-ul, cărora le este dat IGP-ul, pentru a estima dezacordul erorilor ionosferice rămase. Dezacordul ceasului satelitar şi corecţiile efemeridelor sunt calculate folosind UDRE-le. Eroarea de distanţă este folosită în continuare ca şi un factor de apreciere în estimarea parametrilor. Matricea de covarianţă a parametrilor într-un final determină nivelul de protecţie.

Tabelul 9.3. Sateliţi geostaţionari SBAS.

SBAS	Satelit	Longitudine	PRN
EGNOS	Inmarsat-3-F2/AOR-E	15.5°W	120
	ESA Artemis	21.5°E	124
	Inmarsat-3-F5/ IOR-W	25°E	126
GAGAN	INSTATNAV (1)	55°E	128
	GSAT-4 (2)	82°E	127
MASA	MTSAT-1R	140°E	129
	MTSAT-2	145°E	137
WAAS	Inmarsat-3-F3 / POR	178°E	134

	Inmarsat-3-F4/AOR-W	142°W	122
	Intelsat Galaxy XV	133°W	135
	TeleSat Anik FIR	107.3°W	138

(1) va fi lansat in 2008 (2) va fi lansat in 2007

9.3.1.5 Compatibilitatea SBAS

Sistemul de augmentare pe arie întinsă din SU (WAAS), sistemul japonez multifuncţional de transport satelitar bazat pe augmentare în spaţiu (MSAS), serviciul european geostaţionar de suprapunere navigaţională (EGNOS), GPS-ul şi navigarea geo-augmentată indiana (GAGAN), aproape vor oferii servicii SBAS la nivel mondial. Altele vor urma în viitorul apropiat şi vor completa scenariul. Parametrii satelitari aleşi de aceste sisteme sunt listaţi în tabelul 3.1.

Standarde internaţionale garantează compatibilitate şi interoperabilitate cu SBAS. Standardele şi practicile recomandate (SARPS) trebuie luate în considerare de dezvoltatori de sisteme, întrucât producătorii receptoarelor trebuie să garanteze în conformitate cu MOS. Diversele SBAS prezintă mici variaţii la aceste standarde, dar interoperabilitatea este garantată.

SBAS au optimizat informaţiile de augmentare în aria lor de acoperire. Totuşi reţineţi că semnalul de distanţa SBAS poate fi folosit de orice utilizator, nedepinzând de faptul dacă utilizatorul se află sau nu în aria de acoperire.

Tabelul următor redă caracteristicile de bază ale sistemelor SBAS, curente sau în curs de dezvoltare.



Figura 9.6 Sisteme complementare de îmbunătățire bazate pe sateliți SBAS

Tabelul 9.4. Sisteme complementare de îmbunătăţire bazate pe sateliţi SBAS

SBAS	Satelit	Data lansării	Longitudine	PRN
EGNOS	Immarsat-3 F2 (AOR-E) ESA Artemis Immarsat-3 F5	6 septembrie 1996 12 iulie 2001 4 februarie 1988	15°W 21°E 25°E	120 124 126
GAGAN	INSAT-4G GSAT-4	în 2010 prima parte 2010	55°E 82°E	127 128
MSAS	MTSAT-1R MTSAT-2	26 februarie 2005 18 februarie 2006	140°E 145°E	129 137
WAAS	GEO3 (Intelsat Galaxy XV) GEO4	13 octombrie 2005 9 septembrie 2005	133°W 107°W	135 138

Din punct de vedere arhitectural, un sistem SBAS este constituit din componente terestre şi spaţiale, care au rolul de a îmbunătăţii performanţele sistemelor GNSS. Componenta terestră cuprinde o reţea de staţii de referinţă care colectează observaţii GNSS. Aceste observaţii sunt transmise către staţii principale, care le folosesc la determinarea corecţiilor pentru efemeridele sateliţilor, corecţiile ceasurilor satelitare şi corecţiile ionosferice. Corecţiile calculate, împreună cu informaţiile de integritate, sunt transmise către segmentul spaţial format din sateliţi GEO, care au rolul de a retransmite aceste informaţii către utilizatori. Utilizatorii pot combina aceste informaţii de complementaritate cu propriile măsurători GNSS, în soluţia de navigaţie pentru îmbunătăţirea preciziei. Cu o probabilitate de 95%, precizia estimativă a sistemelor SBAS variază între 1-3 metri în plan orizontal şi 2-4 metri în plan vertical (Hofmann-Wellenhof,2008).

9.3.2 Wide Area Augmentation System (WAAS)

Wide-Area Augmentation System (WAAS) este un proiect dezvoltat de administrația aviatică federală a SUA (FAA- Federal Aviation Administration).WAAS are rolul de a îmbunătăţi acurateţea, integritatea şi disponibilitatea sistemului GPS, concomitent cu îmbunătăţirea controlului şi siguranţei traficului aerian.

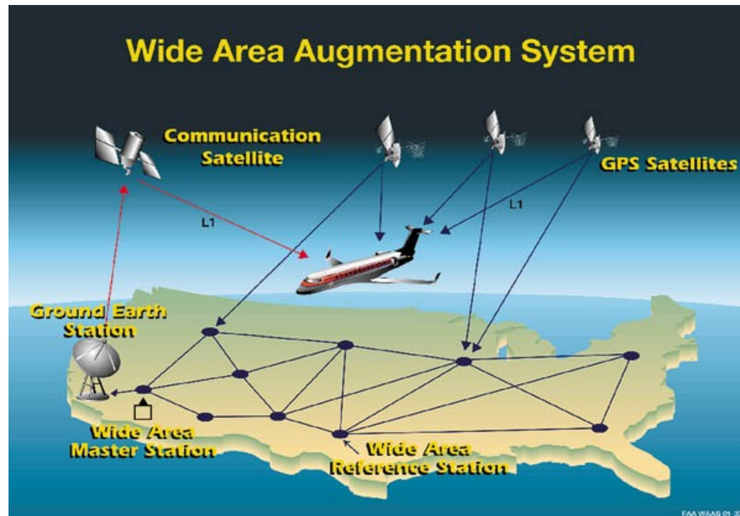


Figura 9.7 Sistemul complementar WASS

Faza iniţială IOC a sistemului a fost atinsă în iulie 2003, iar faza finală FOC la 30 septembrie 2008.Arhitectural, WAAS include un numar de 38 de staţii de referinţă fixe, distribuite pe teritoriul Americii de Nord şi Hawaii, pentru a măsura variaţiile ce apar în semnalele transmise de sateliţii GPS.Toate măsurătoriile facute de staţiile de referinţă, sunt transmise către trei staţii principale, care sunt responsabile cu generarea de corecţii diferenţiale şi informaţii despre integritatea şi transmiterea mesajelor de corecţie către doi sateliţi geostaţionari şi WAAS. Ambii sateliţi WAAS au fost lansaţi în 2005 şi au la bord transmiţătoare pe frecvenţele L1 şi L5, ceea ce îi fac compatibili cu noile semnale GPS.

9.3.3 European Geostationary Navigation Overlay Service (EGNOS)

European Geostationary Navigation Overlay Service (EGNOS) este un parteneriat comun al Agenţiei Europene Spaţiale (ESA), Comisia Europeană (EC) şi Organizaţia europeană pentru siguranţa navigaţiei aeriene (Eurocontrol). EGNOS reprezintă primul proiect european în ceea ce priveşte navigaţia pe bază de sateliţi şi precursorul sistemului GALILEO.

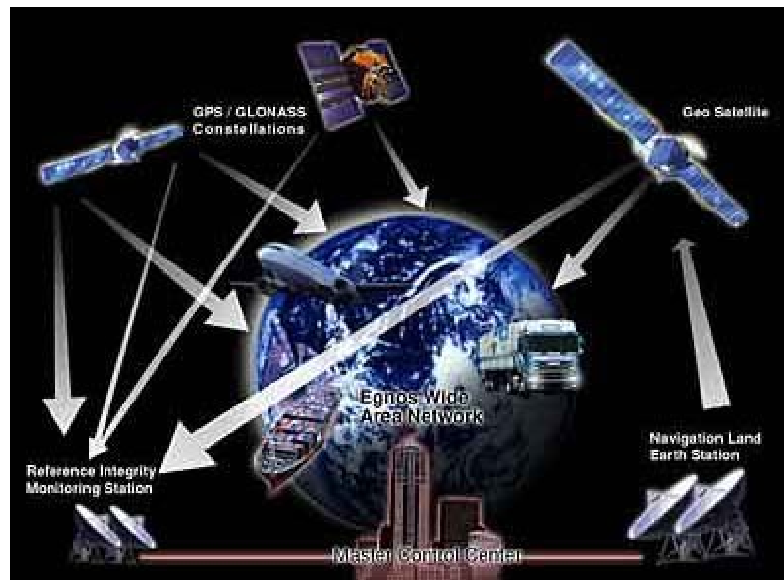


Figura 9.8 Sistemul complementar EGNOSS

Acest serviciu are rolul de a îmbunătăţi şi completa cele două sisteme de navigaţie satelitare operaţionale (GPS şi GLONASS), oferind informaţii de verificare a calităţii şi integrităţii, strict necesare aplicaţiilor critice cu privire la siguranţa publică, precum traficul aerian şi maritim, poliţie, salvare etc. Faza iniţială IOC a fost declarată în iunie 2005, iar faza finală FOC este aşteptată pentru anul 2010.
Conform European Space Agency (2005), segmentul terestru cuprinde un număr de 34 de staţii monitoare RIMS (Reference and Integrity Minitoring Stations), fiecare satelit GNSS fiind observat din mai multe staţii. Patru staţii de control principale procesează datele GNSS transmise de către staţiile RIMS, pentru generarea corecţiilor diferenţiale şi mesajului de integritate pentru fiecare satelit în parte. Pentru fiecare satelit EGNOS, există două staţii NLES (Navigation Land Earth Station), care au rolul de a transmite mesajele de navigaţie către sateliţi. Segmentul spaţial este compus din trei sateliţi geostaţionari : doi sateliţi INMARSAT-3 (AOR-E şi IOR) şi un satelit ESA ARTEMIS. Utilizatorii EGNOS vor putea sa recepţioneze mesaje de la cel puţin 2 sateliţi.



Figura 9.10 Ilustrarea segmentului spaţial al sistemului EGNOS

Într-o prima evoluţie, EGNOS oferă acoperire pentru aria definită de către Conferinţa Europeană Civilă de aviaţie (ECAC). În următorul pas de evoluţie, aria de acoperire va fi extinsă în Africa. Pentru al treilea pas major al evoluţiei, EGNOS va implementa servicii depline GPS L5 de augmentare şi poate include şi Servicii moderne de augmentare Galileo şi GLONASS.
Pentru a se asigura accesibilitatea la semnalul EGNOS şi în ariile problematice (zone urbane), s-au recurs la implementarea tehnologiei SISNeT (Signal-In-Space through Internet). Acestă tehnologie permite ca semnalele emise de sistemul de navigaţie să fie disponibile în timp real, prin intermediul internetului (European Space Agency,2001). Astfel dacă un utilizator are acces la internet (GSM,GPRS,CDMA), aceasta poate accesa şi semnalele EGNOS, indiferent de condiţiile de vizibilitate. Între timp tehnologia SISNet a fost implementată într-un serviciu comercial de distribuţie de date, cunoscut sub numele de EDAS (EGNOS Data Access System). Pe langă corecţiile diferenţiale serviciul oferă de exemplu accesul şi la măsurătorile RIMS, prin diferite canale de comunicare (Toran,2008). EGNOS este destinat pentru a acoperi necesităţile europene dar interoperabilitatea cu alte sisteme SBAS conferă serviciului un caracter global.Comisia Europeană NOS, odată cu deschiderea serviciului OS liber accesibil pentru toţi utilizatorii.

9.3.4 Multi-Functional Satellite Augmentation (MSAS)

Multi-functional Satellite Augmentation (MSAS) reprezintă sistemul complementar de îmbunătăţire al GPS-lui dezvoltat de către Japonia pentru a servi în special navigaţiei aeriene. Conform Manabe (2008), MSAS este compus din doi sateliţi geostaţionari MTSAT (Multi-functional Transport SATellite), primul lansat la 26 februarie 2005, iar cel de-al doilea la 18 februarie 2006. Segmentul de control cuprinde patru staţii monitor, două staţii de control principale şi alte două staţii de monitorizare şi măsurare, situate în afara Japoniei, în Hawaii şi Australia (Canberra).MSAS a atins faza finală FOC, la 27 septembrie 2007.

MSAS primeşte semnalul GPS la staţiile monitoare terestre, verifică statutul operațional al GPS-ului, analizează eroarea GPS-lui şi efectul ionosferic, şi apoi difuzează informaţiile de augmentare prin intermediul MTSAT (Multi-functional Transport satelit-satelitul multifuncţional de transport) la staţiile de control principale.



Figura 9.11 MSAS creşte controlul traficului aerian, controlează capacitatea în cazul în care nu există un sistem de navigare cu baze la sol

Beneficii aduse de sistemul MSAS

1. Creşterea siguranţei:

- Cale de zbor directă înseamnă mai puţin volumul de muncă atât pentru piloţii şi controlorii rezultând mai multă atenţie pentru trafic.
- Creşterea rezultatelor privind puterea de acoperire din utilizarea sporită a regulilor de zbor ale instrumentului.
- Calea de zbor flexibilă face uşoară abaterea vremii.

2. Protecția mediului:

- Alegând calea de zbor cea mai scurtă înseamnă economii de combustibil rezultând astfel reducerea emisiilor de gaze.
- Utilizarea rutei de zbor flexibilă permite reducerea zgomotului în zonele sensibile zgomotului.

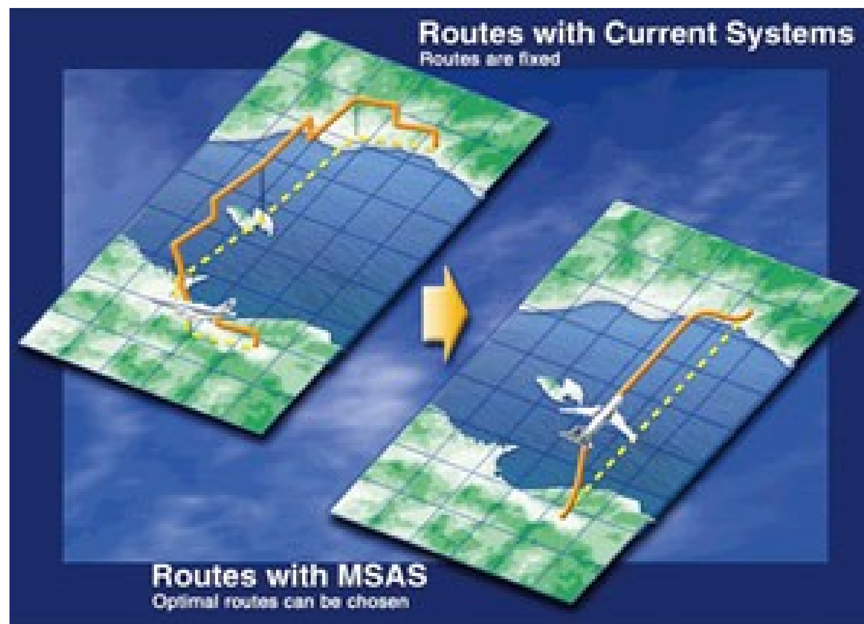


Figura 9.12 Rute de zbor flexibile pot fi alese cu ajutorul sistemului MSAS care să conducă la economii de timp şi de combustibil

9.3.5 GPS Aided Geo Augmented Navigation (GAGAN)

GPS Aided Geo Augmented Navigation (GAGAN) este un proiect regional dezvoltat de Organizaţia de cercetare spaţială a Indiei în colaborare cu Airports Augmenthority of India. Principalul rol al sistemului este de a asigura asistenţă în toate fazele de zbor, pentru spaţiul aerian indian şi zonele limitrofe. Conform Kibe (2008), segmentul de control va fi compus din opt staţii de referinţă, un centru de control principal şi o staţie de transmisie cu antene la sol. Segmentul spaţial va include 3 sateliţi geostaţionari care vor emite în benzile de frecvenţă L1 şi L5. În faza sa finală, GAGAN va asigura compatibilitatea cu sistemele WASS, EGNOS sau MSAS şi va deveni parte integrantă a IRNSS.

9.3.6 Sistemul de Corecţii Diferenţiale şi Monitorizare (SDCM)

Agenţia Spaţială Rusă a lansat un proiect de implementare a unui sistem de corecţii diferenţiale şi monitorizare (SDCM), ca versiune a Rusiei pentru sistemele WAAS şi EGNOS. SDCM este destinat monitorizării atât a sateliţilor GLONASS, cât şi GPS, oferind corecţii diferenţiale şi analize de performanţă pentru sistemul GLONASS.
Acest sistem va fi constituit din 19 staţii monitoare, toate situate pe teritoriul Rusiei, care vor colecta observaţii GNSS cu o frecvenţă de 1 Hz. Observaţiile vor fi apoi

transmise către un centru de procesare, pentru determinarea informaţiilor de îmbunătăţire. În prima fază, corecţiile diferenţiale vor fi transmise către utilizator prin intermediul internetului sau reţelelor de telefonie. O opţiune ulterioară, este de a transmite informaţia de integritate, împreună cu efemeridele sateliţilor şi corecţiile ceasurilor satelitare, prin intermediul unei a treia frecvenţă GLONASS G3. În faza finală, toate informaţiile de îmbunătăţire vor fi transmise către doi sateliţi geostaţionari. Conform Gibbons, cei doi sateliţi urmează a fi lansaţi în 2010 şi 2011.Precizia anticipată va fi de aproximativ 0.5 m.Un serviciu de înaltă precizie (0.02-0.5 m) va fi, de asemenea, disponibil cu sprijinul unei reţele de staţii terestre.

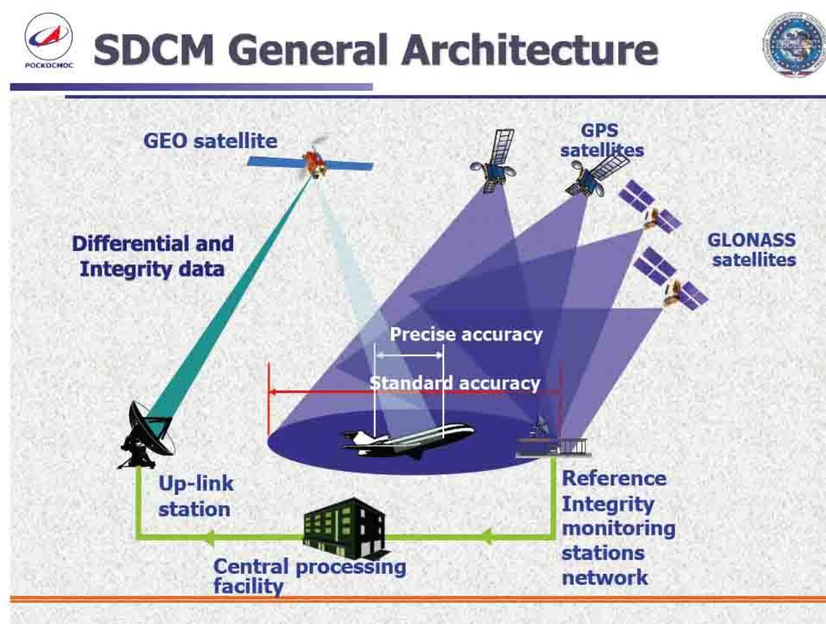


Figura 9.12 Sisteme de corecţii diferenţiale şi monitorizare SDCM

Segmentul spaţial este compus din trei sateliţi geostaţionari. Semnalele GNSS sunt procesate în 34 de staţii pentru monitorizarea integrităţii receptorului (RIMS). Observaţiile sunt transmise prin reţelele EGNOS de arie extinsa (EWAN) către cele patru centre principale de control (MCC). Una din ele este activă, pe când cealaltă funcţionează ca rezervă activă. Acestea evită erori de punct-unic. Celelalte două sunt rezerve reci şi sunt activate daca apar erori. Informaţiile de augmentare sunt încărcate pe GEO prin staţiile de navigare terestră pământeană (NLES). Pentru fiecare GEO se vor instala două NELS, una activă şi una ca rezervă. Într-o prima evoluţie,
EGNOS oferă acoperire pentru aria definită de către Conferinţa Europeana Civila de aviaţie (ECAC).
În următorul pas de evoluţie, aria de acoperire va fi extinsă în Africa. Pentru al treilea pas major al evoluţiei, EGNOS va implementa servicii depline GPS L5 de augmentare şi poate include şi Servicii moderne de augmentare Galileo şi GLONASS.

Agenţia Europeană Spaţială dezvoltă semnalul în spaţiu prin conceptul Internet (SIS-NeT) pentru a oferii informaţii EGNOS. Conceptul SiSNeT a fost extins între timp la un serviciu comercial de distribuire a datelor, numit sistem de acces de date EGNOS (EDAS). EDAS oferă în plus servicii de măsurători RIMS, prin diverse mijloace de comunicare.

9.3.7 Sistemul Satelitar de Augmentare a Navigaţiei (SNAS)

Un sistem de augmentare cu baze în spaţiu este posibil a fi implementat de China. Sistemul chinez SBAS este numit ca (SNAS), deşi un nume oficial încă nu a fost publicat. Sistemul de augmentare a fost studiat şi s-a propus a fi implementat în sistemul de navigare al satelitului Beidou-1, folosind canale de comunicare pentru tranziţiile informaţiei de augmentare. Un alt concept foloseşte sarcina utila dedicată SBAS la bordul sateliţilor Beidou pentru a transmite informaţii SBAS similare WAAS.

9.4. SISTEME TERESTRE DE AUGMENTARE

Conceptul staţiilor terestre de augmentare (GBAS) a fost pus la cale în particular pentru a întruni cererile riguroase ale comunităţii aviatice. În mod normal informaţiile de augmentate sunt oferite pentru o arie locala limitată, de exemplu pentru vecinătatea aeroporturilor. A extinde serviciu la arii mai mari poate rezulta un sistem numit sistem de augmentare regional terestru (GRAS).

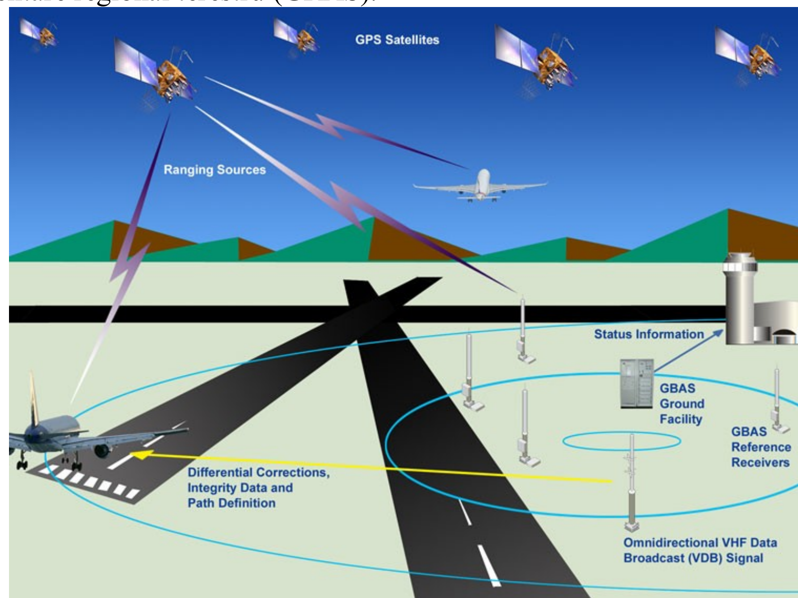


Figura 9.13 Arhitectura sistemului GBAS

Astfel GRAS este un amestec între reţelele terestre SBAS cu comunicaţie terestră, ca de exemplu canalele (VDB) care emit date VHF.
Subsistemul de sol oferă aeronavei informaţii pentru planul de aterizare şi, pentru fiecare satelit vizualizat, corecţii şi informaţii de integritate. Rectificările permit

aeronavei pentru a determina poziția relativă la planul de aterizare mai precis. Semnalul GBAS în spaţiu este definit pentru a fi doar informaţia difuzată la sol pentru subsistemul de aeronave. Semnalele satelitului în spaţiu sunt parte din constelaţiile sateliţilor de bază GNSS.

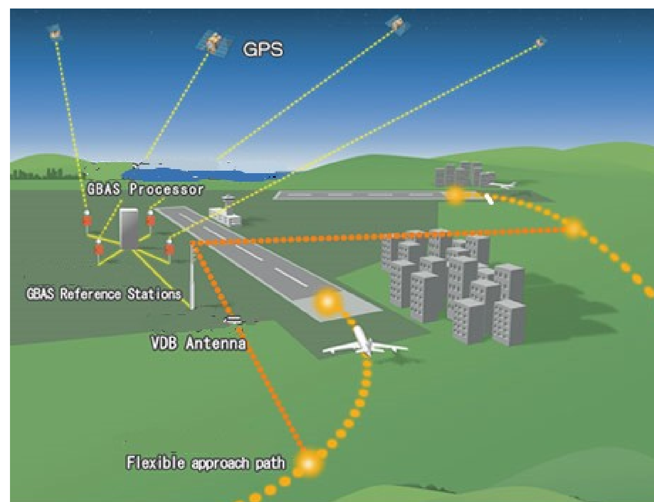


Figura 9.14 Arhitectura sistemului GBAS

Operaţiunea CAT-I a GBAS-ului este un prim pas spre exploatarea mai multor operaţiuni critice CAT-II/III cu precizie la apropiere şi aterizare. Beneficiile operaţionale ale GBAS sunt:

- Calea de abordare flexibilă, reducerea timpului de zbor, consumul de combustibil, CO2, etc;
- Sprijinirea tuturor aeronavelor, suprafaţă de circulaţie, plecare, apropiere şi aterizare în aria de acoperire GBAS;
- O staţie de sol GBAS ajută aeronavele la apropierea şi aterizarea de mai multe capete de pistă. Acesta reduce instalare şi menţinerea costurilor.

Caracteristicile sistemului GBAS:

- Adaptabilitate pentru orice condiţii ale zonei (inclusiv ionosfera, troposfera)
- Parafulger de linii de fibră optică pentru reţele terestre;
- Tehnica de detectare a semnalelor anormale de înaltă calificare în tehnologia de procesare a datelor
- Procesor de mare viteză pentru timpul real de prelucrare a semnalului de GPS



Figura 9.15 Staţia de referinţă GBAS



Figura 9.16 Antenă VDB (VHF datele de difuzare)



Figura 9.17 Echipament de GBAS VDB (VHF datele de difuzare)



Figura 9.18 GBAS procesor

9.5 SISTEMUL DE AUGMENTARE A ARIEI LOCALE (LAAS)

Sistemul de augmentare a ariei locale (LAAS) este unul realizat de GBAS, definit de către Organizaţia Internaţională de Aviaţie Civilă (ICAO). Cerinţele LAAS sunt angrenate de Categoriile I, II şi III. a specificaţilor de abordare precisă.

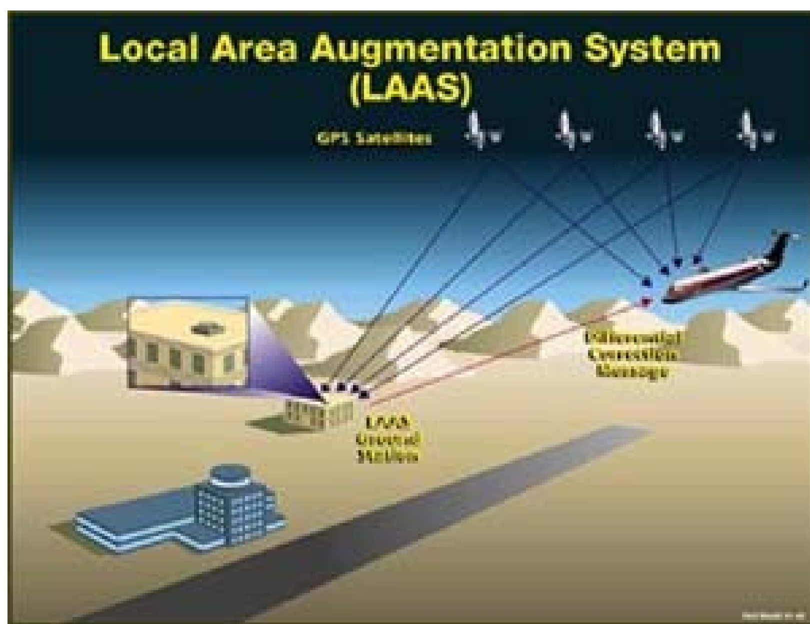


Figura 9.19 Sistemul de augmentare a ariei locale

O reţea de referinţă terestră, care foloseşte trei sau mai multe receptoare redundante, calculează corecţiile diferenţiale. Staţiile de referinţă măsoară date de distanţă de la toate sursele disponibile, ca de exemplu semnale de la sateliţii de navigare, semnale SBAS, sau semnale pseudo satelitare cum este descris în paragrafele ce urmează. Facilităţile locale de monitorizarea a integrităţii evaluează integritatea semnalelor şi a corecţiilor diferenţiale calculate. Facilităţi de monitorizare separate supraveghează funcţionalitatea sistemului. Informaţia de augmentare este transmisă în format standard, de exemplu RTCM SC-104, către receptoarele aeriene folosind o legătură de date securizată, de exemplu VDB la frecvenţa de 108-117.975 MHZ. LAAS-urile sunt proiectate în mod normal pentru a oferi utilizatorilor informaţii de augmentare la o distanţă de până la 45 de km. Acurateţea de poziţionare realizabilă este mai puţin de 1m (95%) combinat cu un nivel mare de integritate 10 la -7 pe fiecare 150 de secunde sau chiar mai mult (Administraţia Federala de Aviaţie 1999). Integrând informaţia de augmentare LAAS în soluţionarea poziţiei va face posibil, ca de exemplu, cai de apropriere curbate, apropriери precise, sau capabilităţi de multiplă apropiere.

1.NEUNER J. – Sisteme de poziţionare globală, Matrix Rom, Bucureşti, 2000;
2.Galileo Progress – New Alliances, Galileo's World November 2, 2003 (www.galileosworld.com);
3.GIBBONS G. – Welcome Progress in GNSS Talks, GPS World, February 1, 2004 (www.gpsworld.com);
4. HOFMANN WELLENHOF, HERBERT LICHTENEGGER, ELMAR WASLE – GNSS – Global Navigation Satellite System GPS, GLONASS, Galileo & more, Editura Springer Wien, New York 2008;
5.C. ANDREI – Tehnica satelitară – poziționare punctuală precisă, Editura Tehnopress, Iaşi 2010;
6. NOVAC GH, MUȘAT C.C., BĂLĂ A.C., STURZA M., CONSTANTINESCU L. – Măsurători Terestre - Concepte” – Volumul III, Editura Politehnica Timişoara 2012.